

БЕРДЯНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
Факультет фізико-математичної, комп'ютерної та технологічної освіти  
Кафедра фізики, математики та методики навчання

**Методичні рекомендації  
до виконання лабораторних робіт з фізики  
з дисципліни «Спеціальний фізичний практикум»**

**для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти  
спеціальності «А4.08 Середня освіта (Фізика та астрономія)»**

*Навчально-методичне видання*

Запоріжжя, 2025 р.

УДК 378.147.091.33-027.22:378.046]:52/53(072)

*Рецензенти:*

**Кравченко Н.В.** – кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри фізики, математики та методики навчання Бердянського державного педагогічного університету;

**Блоконь О.О.** – вчитель фізики та астрономії закладу загальної середньої освіти «Запорізька гімназія №32», м. Запоріжжя.

*Рекомендовано до друку Вченою радою  
факультету фізико-математичної, комп'ютерної та технологічної  
освіти Бердянського державного педагогічного університету  
(протокол № 1 від 29 серпня 2025 року)*

## **Мет 54**

Методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт з фізики з дисципліни «Спеціальний фізичний практикум» для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти спеціальності «А4.08 Середня освіта (Фізика та астрономія)»: *навчально-методичне видання* / уклад.: О.Кузнєцова, О.Школа, Г.Коломоєць. Запоріжжя: БДПУ, 2025, 126 с.

*Методичні рекомендації до виконання здобувачами вищої освіти лабораторних робіт з фізики з дисципліни «Спеціальний фізичний практикум» містять теоретичні відомості з певної теми курсу загальної фізики, методичні вказівки до виконання експериментів, алгоритми обробки експериментальних даних, контрольні питання для самоперевірки. Навчальне видання слугує методичним підґрунтям для самостійної аудиторної та позааудиторної підготовки студентів до лабораторних занять з фізики.*

*Для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти спеціальності «А4.08 Середня освіта (Фізика та астрономія)» та викладачів кафедри фізики, математики та методики навчання Бердянського державного педагогічного університету.*

УДК 378.147.091.33-027.22:378.046]:52/53(072)

## ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	4
Лабораторна робота №1. Обчислення похибок фізичних вимірювань.....	5
Лабораторна робота №2. Визначення моменту інерції маятника Обербека.....	30
Лабораторна робота №3. Визначення похибки вимірювання електричних величин.....	38
Лабораторна робота №4. Визначення опору провідника методом містка Уїтстона.....	45
Лабораторна робота №5. Інтерференція світла. Визначення довжини світлової хвилі за допомогою кілець Ньютона.....	51
Лабораторна робота №6. Вивчення явища дифракції світла за допомогою дифракційної ґратки.....	58
Лабораторна робота №7. Визначення сталої Планка методом затримувального потенціалу.....	67
Лабораторна робота №8. Вивчення залежності електричного опору металів і напівпровідників від температури.....	76
Лабораторна робота №9. Вивчення спектра атома водню. Визначення сталої Рідберга.....	99
Лабораторна робота №10. Вивчення принципу дії лазера і визначення характеристик лазерного випромінювання.....	114
Література.....	124

## ПЕРЕДМОВА

Цикл лабораторних робіт з курсу фізики, об'єднаних дисципліною «Спеціальний фізичний практикум», має на меті набуття навичок та вмінь самостійної організації та проведення експерименту, обробки, аналізу та оцінювання отриманих у ході фізичного експерименту результатів.

Відомо, що визначаючи експериментально значення будь-якої фізичної величини, ми ніколи не можемо отримати її справжнього значення. Тому фізичний практикум починається з вивчення причин появи та видів похибки вимірювань, правил урахування та обчислення похибки прямих і непрямих вимірювань.

Представлені у методичних рекомендаціях методи вимірювання фізичних величин, розроблені так, щоб зменшити систематичну похибку вимірювань, та в кінцевому підсумку отримати найменше із можливих значення похибки вимірювань.

З метою оволодіння здобувачами основами математичного апарату, у методичних рекомендаціях подані аналітичні та графічні методи обробки результатів експерименту. Зазвичай аналітичні методи є громіздкими та потребують значних витрат часу. Тоді як графічні методи скорочують час обробки результатів експерименту. Зазвичай використовують лінійні залежності фізичних величин для їхнього графічного визначення. Однак, тут криється «підводне каміння», а саме, графічні методи можуть стати альтернативою аналітичним за умови правильно обраного масштабу побудови графіків та проведення середньої прямої через експериментальні точки, що часом становить не просту задачу, бо розкид експериментальних точок викликаний випадковою похибку вимірювань, яка присутня завжди.

Отже, з метою формування практичних умінь і навичок здобувачів щодо самостійного застосування набутих теоретичних знань у поясненні наукових фактів, у методичних рекомендаціях викладено теоретичні відомості у достатньому обсязі, щоб здобувачі не витрачали зайвий час на його пошук у навчальних підручниках з різних розділів фізики.

Методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт з фізики з дисципліни «Спеціальний фізичний практикум» призначені для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти спеціальності «А4.08 Середня освіта (Фізика та астрономія)» та викладачів кафедри фізики, математики та методики навчання Бердянського державного педагогічного університету.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1

### Обчислення похибок фізичних вимірювань

**Мета роботи.** Вивчити правила обробки результатів фізичних вимірювань. Визначити похибку непрямих вимірювань густини циліндричного зразка за результатами багатократних прямих вимірювань його геометричних розмірів і маси.

#### Теоретичні відомості

Під час вимірювання будь-якої величини ми ніколи не дістаємо справжнього (точного) значення. Не досконалість вимірювальних приладів та методів вимірювань, вплив умов вимірювань, індивідуальні властивості спостерігача та інші випадкові причини створюють умови, за яких вимірювання фізичних величин не може бути виконано абсолютно точно. Через це будь-яке вимірювання виконується з деякою похибкою, а отже, кожний результат вимірювання не можна наводити просто у вигляді числа. Обов'язково треба задавати, яка при цьому гарантується точність або які похибки вимірювань.

**Вимірювання** — це процес відшукування значення фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів. У результаті вимірювання ми дізнаємося, у скільки разів значення величини, що вимірюється, більше (або менше) за відповідну одиницю величини.

Єдність вимірювань в межах однієї держави та в міжнародному масштабі забезпечується за допомогою еталонів одиниць. Так, наприклад, міжнародним еталоном кілограму затверджена платиновоїрідієва гиря масою в один кілограм. Система еталонів створюється відповідно до прийнятої в державі системи одиниць. Розвиток науки, техніки та спілкування між державами зумовили застосування одних тих самих одиниць фізичних величин. Зараз більшість держав користується міжнародною системою одиниць (СІ).

Матеріальною основою для проведення вимірювань є засоби вимірювання, до яких належать міри та вимірювальні прилади.

**Міра** — це засіб вимірювання, призначений для відтворення фізичної величини даного розміру. Приклади фізичних величин, для яких існують міри: довжина, маса, об'єм, електричний опір, електрична ємність, індуктивність, електрорушійна сила, частота коливаль, тощо. Для деяких фізичних величин мір не існує. До таких

величин належать: швидкість руху, потужність, енергія, сила електричного струму, тощо.

**Вимірювальним приладом** називається засіб вимірювання, призначений для створення сигналу вимірюваної інформації в формі, яка застосовна для безпосереднього спостереження.

Існує багато типів вимірювальних приладів, вони класифікуються за різними ознаками: виду вимірюваних величин, принципу дії, способам реєстрації сигналу вимірюваної інформації, конструктивним особливостям, експлуатаційним характеристикам тощо.

**Похибкою вимірювання називається відхилення результату вимірювання від справжнього значення вимірюваної величини.**

Похибки вимірювань бувають абсолютними і відносними. *Абсолютною похибкою вимірювання* називається похибка, виражена в одиницях величини, що вимірюється; вона визначається формулою

$$\Delta x = x - X,$$

де  $x$  — значення, здобуте при вимірюванні;  $X$  — справжнє значення величини, що вимірюється.

Таким чином, абсолютна похибка — це різниця між вимірним і справжнім значенням величини, що вимірюється. Значення абсолютної похибки без вказівки щодо значення вимірюваної величини не характеризує якості вимірювання. Якість результатів вимірювань краще характеризувати відносною похибкою.

*Відносною похибкою вимірювання* називається відношення абсолютної похибки вимірювання до справжнього значення величини, що вимірюється. Оскільки справжнє значення величини, що вимірюється, не відоме, то відносну похибку вимірювання ( $\varepsilon$ ) визначають як відношення абсолютної похибки вимірювання до вимірюваного значення величини. Відносну похибку звичайно виражають у відсотках:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x} 100 \%.$$

*Точність вимірювання* чисельно подається числом, яке дорівнює оберненому значенню відносною похибки. Так, наприклад, якщо похибка вимірювання становить  $\varepsilon = 10^{-2} \% = 10^{-4}$ , тоді точність цих

вимірювань буде  $1/\varepsilon=10^4$ . Під час вимірювання однорідних величин (наприклад, довжини) відносна похибка дає підстави сказати, наскільки точні або неточні вимірювання. Наприклад, вимірювання шийки вала авіаційного двигуна діаметром 50 мм з абсолютною похибкою 1 мм вважається дуже неточним ( $\varepsilon \approx 2\%$ ). Проте вимірювання відстані до Місяця з абсолютною похибкою приблизно 1 км можна вважати досить точним ( $\varepsilon \approx 3 \cdot 10^{-4}\%$ ).

### Типи вимірювань

Вимірювання бувають прямі та непрямі.

**Прямим** називається вимірювання, коли вимірювану величину порівнюють безпосередньо з мірою цієї величини або її значення відлічують за показами приладу. Наприклад, вимірювання довжини зразка лінійкою; вимірювання часу секундоміром; вимірювання сили електричного струму амперметром; температури термометром; вимірювання маси на важільних вагах за допомогою набору різновагів, тощо. У всякому випадку під час прямих вимірювань значення вимірюваної величини відлічується безпосередньо за шкалою приладу або підраховується за кількістю відповідних мір, наприклад під час зважування.

**Непрямими** називаються вимірювання, під час яких шукане значення величини знаходять на підставі відомої залежності між цією величиною та величинами, що піддаються прямим вимірюванням. Наприклад, густина тіл циліндричної форми визначається за формулою

$$\rho = \frac{4m}{\pi d^2 h},$$

де  $m$ ,  $d$  і  $h$  знаходять за результатами прямих вимірювань.

Питомий опір провідника циліндричної форми розраховується за його опором  $R$ , довжиною  $l$  і площиною перерізу  $S$  за формулою:

$$\rho = R \frac{S}{l}.$$

З розвитком вимірювальної техніки деякі непрямі вимірювання можуть перейти до розряду прямих. Так, потужність електричного струму можна визначати непрямыми вимірюваннями, тобто вимірюючи силу струму  $I$  та напругу  $U$  за формулою:

$$W = IU ,$$

але можна виконати і прями вимірювання потужності ватметром.

Як прямі, так і непрямі вимірювання залежно від методу вимірювань, засобів вимірювань та властивостей об'єкта дослідження виконують з одноразовими або багаторазовими спостереженнями. Вимірювання, які виконуються з одноразовими спостереженнями, називаються *звичайними*, а вимірювання з багаторазовими спостереженнями — статистичними вимірюваннями.

### Типи похибок

За характером і походженням, а також за засобами оцінювання і виключення їхнього впливу на результат похибки вимірювання поділяють на три основні класи: систематичні, випадкові і грубі похибки (промахи).

**Систематична похибка** — це складова похибки вимірювань, що залишається сталою або такою, що закономірно змінюється при повторних вимірюваннях. Вона має знак і викликає відхилення результатів вимірювань від справжнього значення величини, що вимірюється, в один бік.

Систематичні похибки виникають унаслідок неправильного градування приладу або його несправності, неправильних умов його роботи, помилкового вибору методу дослідження або його недостатньої розробки і т. ін. Виявлення, оцінювання і виключення систематичних похибок є одним із головних завдань експериментатора. Чим меншою ми бажаємо зробити систематичну похибку, тим ретельніше ми повинні підготувати вимірювання і продумувати методику його виконання. Систематичні похибки становлять велику небезпеку саме тому, що здебільшого експериментатор просто не знає про їх існування.

Джерелами систематичних похибок можуть бути три компоненти вимірювання: метод вимірювання, засоби вимірювання та експериментатор. Відповідно розрізняють *систематичні методичні похибки, інструментальні та особові*.

*Методичні систематичні похибки* виникають завдяки недосконалості методу вимірювання, неточності формул, застосованих для опису явищ, на яких ґрунтується вимірювання, внаслідок впливу засобів вимірювання на об'єкт вимірювання, тощо. Наприклад, під час вимірювання ЕРС джерела будь-яким вольтметром, окрім електростатичного, виміряне значення буде

відрізнитися від справжнього на величину, яка дорівнює падінню напруги на внутрішньому опорі джерела внаслідок того, що вольтметр споживає струм від кола вимірювання. Похибка, яка виникає при цьому є методичною і, якщо правильно поставити вимірювання так, щоб внутрішній опір вольтметра був набагато більший від внутрішнього опору джерела ЕРС, буде незначною, інакше потрібно вводити відповідну поправку. Або, наприклад, при визначенні густини твердого тіла за виміряними об'ємом і масою зразка джерелом систематичної похибки можуть бути порожнини у середині зразка. У цьому випадку систематична методична похибка може бути знайдена і усунена, якщо виконати вимірювання цієї величини зовсім іншим методом і за інших умов.

*Інструментальні систематичні похибки* — це похибки, які викликані недосконалістю застосованих засобів вимірювання, наприклад неточністю градування приладів або неправильними умовами їхньої роботи. Умови вимірювання не завжди дозволяють виключити ці похибки. Так, для виявлення інструментальної систематичної похибки якого-небудь вимірювання треба виконати це саме вимірювання з паралельним застосуванням точніших засобів вимірювання, що не завжди можливо. Наприклад, для зважування на важільних вагах маємо тільки один комплект ваг. Під час зважування застосована гиря, маса якої відома з похибкою  $\Delta m = 0,01$  г. Так написано у паспорті. Ця похибка надається всій партії гир при вибірковому порівнянні кількох гир з еталонною. При цьому вважається, що в усіх випадках  $\Delta m_i$  не перевищує величини 0,01 г. Проте насправді маса гирі може відрізнитися від вказаного для неї значення не на 0,01, а на 0,005 г або навіть менше. Але нам це невідомо, тому значення маси тіла, виміряне за допомогою цієї гирі, має таку саму похибку 0,01 г. У цьому випадку інструментальна похибка є систематичною і при повторних вимірюваннях дає відхилення вимірюваної величини від справжнього значення в один бік, але в який саме, невідомо. Тому похибка вимірювання має подвійний знак, тобто результат зважування запишеться у вигляді

$$m_{\text{вим}} = m \pm 0,01 \text{ г.}$$

Інструментальна похибка визначається в основному достовірністю отриманого під час вимірювання результату.

Особливо це стосується звичайних вимірювань, тобто з одноразовим спостереженням.

*Особові систематичні похибки* — це похибки, які пов'язані з індивідуальними особливостями спостерігача. Це, наприклад, виявляється в тому, що спостерігачі по-різному оцінюють десятки долі поділок шкали приладу. Так, один спостерігач частіше, ніж потрібно, записує покази наближені до ліній, які утворюють край поділок і значення 0,5 поділки, другий — значення 0,4 і 0,6 поділки. Третій полюбляє значення 0,2 і 0,8 тощо.

**Випадкова похибка.** Дослід показує, що багаторазові вимірювання тієї самої величини, виконані якомога ретельніше, дають різні числові значення навіть після врахування всіх відомих систематичних похибок. У цьому випадку говорять, що мають місце випадкові похибки.

*Випадкова похибка* — це складова похибки вимірювань, що змінюється випадковим чином при повторних вимірюваннях.

Поява випадкових похибок зумовлена самим вимірювальним пристроєм (тертя в опорах, зазори, початкові умови руху покажчика тощо), зовнішніми умовами (коливання температури навколишнього середовища, вібрації, тощо). Якщо у вимірюваннях бере участь людина, то на результат вимірювань може впливати випадкова зміна стану його органів, які беруть участь у вимірюваннях. Випадкових причин, які викликають відхилення вимірюваної величини від точного значення, може бути дуже багато. Кожна з цих причин дає мале відхилення, оскільки в протилежному випадку воно було б визначено та досліджено. Проте сумарний вплив низки причин може дати помітне відхилення.

За великої кількості вимірювань випадкові похибки з однаковою ймовірністю викликають відхилення величини, що вимірюється, від справжнього значення в обидва боки. Виключити випадкові похибки окремих вимірювань неможливо. Проте математична теорія випадкових явищ подає рекомендації про те, як зменшити вплив випадкових похибок на результат вимірювань. Для цього необхідно проводити багаторазові вимірювання. Чим менше значення випадкової похибки ми хочемо дістати, тим більше вимірювань потрібно провести.

*Груба похибка (або промах)* — це похибка вимірювання, що істотно перевищує похибку, очікувану за даних умов вимірювань. Промахи з'являються за таких причин: неправильний відлік показів

за шкалою вимірювального приладу, неправильний запис окремого результату, неправильне застосування приладу або його несправність під час одного зі спостережень, короткочасна різка зміна умов спостереження тощо. Якщо відомо, що деякі спостереження, які дуже різняться, є промахами, їх не враховують. Якщо не можна встановити причини появи значень, що дуже різняться, тоді слід для розв'язання питання, враховувати їх чи ні, застосовувати ймовірнісний критерій.

### **Оцінювання випадкової похибки прямих вимірювань**

Виникає питання: яке зі здобутих значень величини  $x$  слід взяти як найближче до справжнього (найбільш імовірного) і як оцінити похибку окремого вимірювання і похибку найбільш імовірного значення? Відповідь на це питання може дати теорія випадкових похибок, яка базується на математичному апараті теорії ймовірності. Теорія ймовірності подає певні закономірності в поведженні випадкових величин. Якщо ми не можемо заздалегідь сказати, яке саме значення випадкової величини з'явиться при наступному вимірюванні, то при достатньо великій кількості вимірювань можемо впевнено передбачити, скільки разів з'явиться те чи інше значення. Інакше кажучи, існує цілком визначена ймовірність певної випадкової події. Теорія ймовірностей дає змогу визначити цю ймовірність.

Що розуміють під ймовірністю випадкової події?

Під ймовірністю випадкової події  $A$  розуміють границю відношення кількості випадків, коли ця подія відбувається  $n(A)$ , до загальної кількості вимірювань  $n$ , якщо кількість вимірювань дуже велика:

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(A)}{n}.$$

Нехай стрілець вистрелив 1000 разів по мішені в однакових умовах. При такій великій кількості пострілів можна говорити про цілком визначену ймовірність влучення, наприклад у десятку. Так, якщо із 1000 пострілів кількість влучень у десятку становила 734, то ймовірність влучення в десятку для цього стрільця дорівнює

$$\frac{734}{1000} = 0,734.$$

Так само можна розрахувати й ймовірність влучення, наприклад у вісімку, як відношення кількості попадань до загальної кількості

пострілів. Нехай ця ймовірність дорівнює 0,092, а ймовірність влучення в трійку — 0,012. Ми бачимо, що ймовірність влучення в різні зони мішені виявляється різною.

Так само виявляється різною й ймовірність появи вимірних значень фізичної величини під час проведення дуже великої кількості вимірювань.

Спробуємо з'ясувати, скільки разів з'явилося те чи інше значення під час вимірювання. Для цього запишемо вимірні значення фізичної величини  $x_i$  в порядку їхнього зростання. Розіб'ємо весь діапазон вимірних значень на кілька однакових інтервалів величиною  $\Delta x$ . Порахуємо, скільки разів виміряна величина потрапляє в кожний інтервал. Потім побудуємо діаграму, яка показує, як часто з'являлися під час вимірювань ті чи інші значення  $x_i$ . Будемо відкладати на осі абсцис значення вибраних інтервалів  $\Delta x$ , а на осі ординат — кількість вимірювань, які потрапляють у даний інтервал. Така діаграма (рис. 1.1) називається гістограмою.

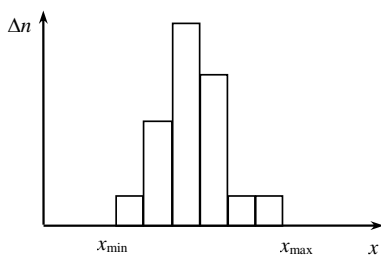


Рис. 1.1

Зручно на осі ординат відкладати не кількість вимірювань  $\Delta n$ , яка припадає на даний інтервал  $\Delta x$ , а їхню частину від загальної кількості вимірювань  $n$ , або частоту появи  $\frac{\Delta n}{n}$  (рис. 1.2).

Таким чином, ми з'ясували, що деякі значення  $x_i$  з'являються частіше, ніж інші, тобто ймовірність появи різних значень  $x_i$  неоднакова. Тепер уявимо, що чутливість наших вимірювальних приладів набагато вища, що дає змогу зробити ширину інтервалу  $\Delta x$  дуже малою, і що вимірювань виконано так багато, що в кожному інтервалі міститься нескінченно велика кількість вимірювань. Тоді ширина будь-якого з прямокутників буде нескінченно малою величиною  $dx$ , вершини прямокутників

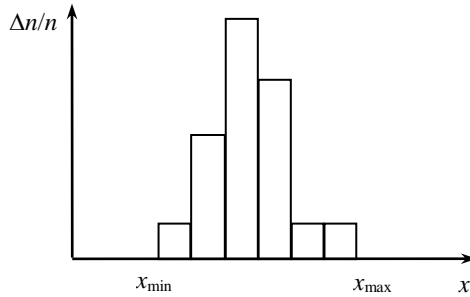


Рис. 1.2

утворюють деяку неперервну лінію. Ця лінія називається *кривою розподілу*, а відповідна функція — *функцією розподілу*  $f(x)$ . Типова крива розподілу вимірних значень подана на рис. 1.3.

Значення функції розподілу полягає в тому, що добуток  $f(x)dx$  визначає частину вимірювань  $n$ , яка припадає на інтервал від  $x$  до  $x + dx$ . Ця частина графічно зображується площиною заштрихованого на рис. 3 прямокутника. Оскільки сума всіх частин дорівнює одиниці, то й сума всіх прямокутників, тобто вся площа під кривою розподілу, дорівнює одиниці. Таким чином, за кривою розподілу можна визначити імовірність появи вимірної величини від значення  $x$  до  $x + dx$ .

Крива розподілу має чіткий максимум. Це означає, що при великій кількості вимірювань поява значень, які відповідають абсцисі максимуму, має найбільшу імовірність. Інакше кажучи, **значення  $x_{\text{ім}}$  — це найбільш імовірне значення вимірної величини**. Крива розподілу вимірних значень симетрична відносно цього значення. Можна довести, що при нескінченно великій кількості вимірювань значення  $x_{\text{ім}}$  прямує до справжнього значення вимірної величини, тобто  $x_{\text{ім}} \rightarrow X$  при  $n \rightarrow \infty$ . Якщо відоме справжнє значення вимірної величини, можна обчислити похибки окремих вимірювань

$$\Delta x_i = x_i - X = x_i - x_{\text{ім}}.$$

Оскільки поява того чи іншого значення  $x_i$  під час вимірювань є випадкова подія, то й поява того чи іншого значення похибки  $\Delta x_i$  теж є випадкова подія.

Імовірність такої події також описується функцією розподілу  $f(\Delta x)$ . Її легко дістати з уже розглянутої функції розподілу  $f(x)$ . Для цього достатньо від кожного значення  $x_i$  відняти значення  $x_{iM}$ , тобто просто перенести початок відліку в  $x_{iM}$  (рис. 1.4).

Розглядаючи цю криву, можна встановити таке:

- 1) похибки різного знака, але однакові за модулем трапляються однаково часто, оскільки крива симетрична відносно осі ординат;
- 2) великі за модулем похибки трапляються рідше, ніж малі, оскільки крива спадає зі зростанням  $|\Delta x_i|$ .

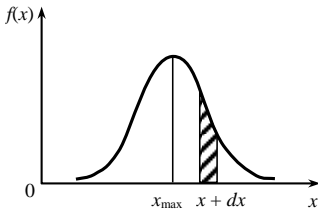


Рис. 1.3

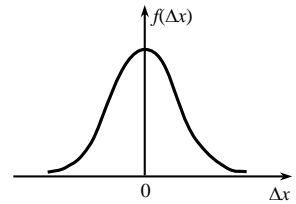


Рис. 1.4

Ці два дослідні факти можна використати для визначення аналітичного виразу кривої розподілу. Потрібно тільки додати припущення про те, що похибки за модулем набагато менші за саму виміряну величину, тобто  $|\Delta x_i| \ll x_i$ . Такого вигляду функція розподілу була вперше знайдена французьким математиком Муавром у 1733 році, потім вона була детально вивчена німецьким математиком Гауссом і отримала назву функції розподілу Гаусса. Функція розподілу Гаусса має вигляд

$$f(\Delta x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta x^2}{2\sigma^2}},$$

де  $\Delta x = x_i - X$  — похибка окремого вимірювання;  $e$  — основа натурального логарифма;  $\sigma^2$  — стала величина, яка називається дисперсією.

Закон розподілу Гаусса часто називають *законом нормального розподілу*. Цим, з одного боку, підкреслюють його універсальність, а з другого — припускають можливість існування й інших законів розподілу, які відрізняються від нормального. На рис. 1.5 зображено функцію розподілу Гаусса для трьох значень дисперсії.

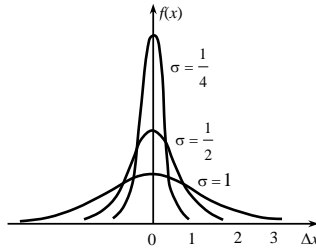


Рис.1.5

Чим менше значення дисперсії, тим скоріше спадає крива Гаусса до осі абсцис. Це означає, що в поданих вимірюваннях переважають похибки, малі за модулем. Чим більша дисперсія, тим більш імовірною стає поява похибок, більших за модулем, тобто дисперсія наочно пов'язана з похибками вимірювання.

З якими похибками та яким чином пов'язана дисперсія? Припустимо ми провели  $n$  вимірювань деякої величини  $x$  і маємо низку значень  $x_1, x_2, x_i, \dots, x_n$ . Тоді, як відомо з теорії ймовірностей, як найбільш імовірно значення потрібно брати *середнє арифметичне* всіх вимірюваних значень:

$$x_{\text{ім}} = x_{\text{ср}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

*Середньоквадратичною похибкою окремого вимірювання* називається величина

$$\bar{S}_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta \bar{x}_i^2}{n-1}},$$

де  $\Delta \bar{x}_i = x_i - x_{\text{ср}}$  — відхилення вимірюваних значень від середнього значення.

При нескінченно великій кількості вимірювань середнє арифметичне дорівнює справжньому значенню вимірюваної величини, а квадрат середньоквадратичної похибки окремого вимірювання — дисперсії:

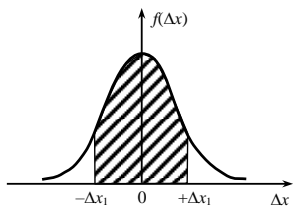


Рис. 1.6

$$X = \lim_{n \rightarrow \infty} x_{cp} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n};$$

$$\sigma^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{S}_n^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum_{i=1}^n \Delta \bar{x}_i^2}{n-1}.$$

Отже, дисперсія справді пов'язана з похибками вимірювань.

На практиці звичайно необхідно знати ймовірність того, що похибки вимірювань не перевищують деякого заздалегідь заданого значення, наприклад  $\Delta x_1$ . Якщо відома дисперсія методу вимірювань, тоді можна побудувати криву Гаусса та за кривою визначити цю ймовірність. Для цього проведемо ординати, які відповідають значенням  $+\Delta x_1$  та  $-\Delta x_1$ . (рис.1. 6).

Заштрихована частина площини, яка міститься між вказаними ординатами, вісю абсцис і кривою Гаусса буде дорівнювати ймовірності того, що абсолютна величина похибки вимірювань не перевищує значення  $\Delta x_1$ . Зі зменшенням  $\Delta x$  зменшується і заштрихована площа, тобто зменшується ймовірність появи похибки за модулем від 0 до  $\Delta x$ . У табл. 1.1 наведено цю ймовірність для деяких значень похибки  $\Delta x$ . Значення похибки взято в масштабі  $\sigma$ , що зручно для порівняння ймовірностей різних похибок.

Таблиця 1.1

Значення похибки $\Delta x$	$0,1\sigma$	$0,5\sigma$	$0,675\sigma$	$\sigma$	$2\sigma$	$3\sigma$
Ймовірність $\alpha$ появи похибки від 0 до $\Delta x$	0,080	0,383	0,500	0,683	0,954	0,997

З табл. 1.1 випливає, що коли ми виконаємо 1000 дослідів за методом, дисперсія якого дорівнює  $\sigma^2$ , тоді приблизно у 80 дослідах похибка буде менше або дорівнювати  $0,1\sigma$ ; приблизно у 683 дослідах похибка буде менше або дорівнювати  $\sigma$ ; у 954 дослідах вона буде менше або дорівнювати  $2\sigma$  і тільки в трьох

вимірюваннях вона буде більша ніж  $3\sigma$ . Коли ми говоримо, що імовірність появи похибки  $\Delta x_i \leq 2\sigma$  дорівнює 0,954, то в цьому випадку із заданою ймовірністю похибка  $\Delta x_i$  не перевищує значення  $2\sigma$ . Тоді

$$x_i - 2\sigma \leq X \leq x_i + 2\sigma \text{ або } x = x_i \pm 2\sigma .$$

Це означає, що справжнє значення вимірної величини може відрізнятись від виміряного не більше, ніж на  $2\sigma$ , або справжнє значення потрапляє в інтервал від  $x_i - 2\sigma$  до  $x_i + 2\sigma$  з імовірністю  $\alpha = 0,954$ .

Якщо вибрати інший інтервал, тоді, звичайно, з'явиться інша ймовірність. Наприклад, виберемо  $\Delta x_i = \sigma$ . Тоді справжнє значення вимірної величини потрапляє в інтервал від  $x_i - \sigma$  до  $x_i + \sigma$  вже з імовірністю лише 0,683.

Таким чином, чим менша випадкова похибка  $\Delta x_i$ , тим менша імовірність потрапляння справжнього значення вимірної величини в інтервал від  $x_i - \Delta x_i$  до  $x_i + \Delta x_i$ .

Отже, *випадкову похибку слід характеризувати як модулем самої похибки, так і відповідною імовірністю.*

Інтервал від  $x_i - \Delta x_i$  до  $x_i + \Delta x_i$  називають *надійним інтервалом*, а ймовірність потрапляння справжнього значення вимірної величини в цей інтервал — *надійною імовірністю* або *надійністю*. Будемо позначати її  $\alpha$ .

Таким чином, для характеристики випадкової похибки необхідно задавати надійний інтервал і надійну імовірність. Задаючи ту або іншу надійну ймовірність, можна знайти відповідний надійний інтервал.

Здебільшого на практиці цілком достатня надійна ймовірність  $\alpha = 0,95$ , тому надалі під час розгляду конкретних прикладів розрахунку похибки будемо брати  $\alpha = 0,95$ , тобто будемо вважати, що до 5% вимірних значень можуть не потрапити в надійний інтервал.

Проте на практиці кількість вимірювань ніколи не буває нескінченно великою, а тому середнє арифметичне вже не дорівнюватиме справжньому значенню вимірної величини. Як же діяти в цьому випадку? При обмеженій кількості вимірювань

середнє арифметичне буде близьким до справжнього значення виміряної величини.

Різницю між окремим результатом спостереження і середнім арифметичним значенням називають, як вже зазначалося, випадковим відхиленням результату спостереження, а середнє арифметичне значення — просто середнім значенням.

Наскільки близьке середнє арифметичне до справжнього значення виміряної величини, тобто яка похибка у визначенні середнього арифметичного? Це також дає змогу встановити теорія випадкових величин. Як доводиться в теорії ймовірностей, похибка середнього арифметичного

$$\Delta x_{\text{cp}} = x_{\text{cp}} - X$$

також є випадковою величиною, розподіл якої описується функцією Гауса з дисперсією  $\sigma_{\text{cp}}^2$ . Дисперсія середнього значення  $\sigma_{\text{cp}}^2$  має такий зв'язок з дисперсією для похибки окремого вимірювання  $\sigma^2$ :

$$\sigma_{\text{cp}}^2 = \frac{\sigma^2}{n},$$

тобто дисперсія середнього арифметичного залежить від кількості вимірювань  $n$  і зменшується зі збільшенням  $n$ . Та сама табл. 1 дає нам змогу оцінити надійну ймовірність величини  $x_{\text{cp}}$ , якщо замість  $\sigma$  візьмемо

$$\sigma_{\text{cp}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Наприклад, ймовірність того, що  $|\Delta x_{\text{cp}}| \leq 2\sigma_{\text{cp}}$ , дорівнює 0,954. Звідси випливає, що з надійністю 0,954

$$x_{\text{cp}} - \frac{2\sigma}{\sqrt{n}} \leq X \leq x_{\text{cp}} + \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$$

або в іншій формі

$$X = x_{\text{cp}} \pm \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}.$$

При обмеженій кількості вимірювань наближене значення дисперсії середнього арифметичного обчислюють за формулою:

$$\bar{S}_n^2 = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta \bar{x}_i^2}{n(n-1)}.$$

При великій кількості вимірювань

$$\sigma_{\text{cp}}^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{S}_n^2.$$

Корінь квадратний з величини  $\bar{S}_n^2$  називається *середньоквадратичною похибкою* середнього арифметичного

$$\bar{S}_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta \bar{x}_i^2}{n(n-1)}}.$$

Величину  $\bar{S}_n^2$  інакше називають *середньоквадратичною похибкою результату вимірювань*, підкреслюючи тим самим, що ця величина характеризує похибку того значення, яке отримано в результаті серії вимірювань. Як вже говорилося, кількість вимірювань обмежена і рідко перевищує 10, а найчастіше виконують лише 3—5 вимірювань. Чим менша кількість вимірювань, тим більше може відрізняться середньоквадратична похибка від дисперсії. Інакше кажучи, при малій кількості вимірювань надійна імовірність неминуче має зменшуватися, тобто якщо надійну ймовірність задано, то необхідно відповідно збільшувати надійний інтервал.

Теорія ймовірностей розв'язує і цю складну задачу.

Задача зміни ширини надійного інтервалу для результату серії вимірювань залежно від кількості вимірювань була розв'язана у 1908 році англійським математиком Госсетом, який публікував свої праці під псевдонімом Стьюдента. Госсет отримав функцію розподілу для поправочного коефіцієнта  $t_{\text{ст}}$ , на який потрібно помножити середньоквадратичну похибку середнього арифметичного, щоб при обраній надійній імовірності дістати значення надійного інтервалу. Цей коефіцієнт називається *коефіцієнтом Стьюдента*. Коефіцієнт Стьюдента залежить як від кількості вимірювань  $n$ , так і від надійної імовірності  $\alpha$ . У табл. 1.2 наведено значення коефіцієнтів Стьюдента для різної кількості вимірювань та для різних значень надійної імовірності.

Таблиця 1.2

$n$	$\alpha$		
	0,90	0,95	0,99
	Коефіцієнт Стьюдента $t_{Cr}$		
2	6,31	12,70	63,70
3	2,92	4,30	9,92
4	2,35	3,18	5,84
5	2,13	2,78	4,60
6	2,02	2,57	4,03
7	1,94	2,45	3,71
8	1,89	2,36	3,50
9	1,86	2,31	3,36
10	1,83	2,26	3,25

Користуватися табл. 1.2 потрібно так. Обчисливши середньоквадратичну похибку середнього значення ( $\bar{S}_n$ ), потрібно задатися надійною імовірністю  $\alpha$  та за табл. 1.2 для відповідної кількості вимірювань  $n$  знайти коефіцієнт Стьюдента. Далі знаходимо випадкову похибку результату прямих вимірювань, яка дорівнює півширині надійного інтервалу:

$$\Delta x_{\text{вип}} = t_{Cr} \bar{S}_n (\alpha).$$

Результати вимірювань подаємо у вигляді

$$x = x_{\text{ср}} \pm \Delta x_{\text{вип}} = x_{\text{ср}} \pm t_{Cr} \bar{S}_n (\alpha).$$

Надійну ймовірність, яку було прийнято під час розрахунків випадкової похибки, вказують у дужках після її значення.

### Урахування випадкової та систематичної похибок

Під час будь-яких вимірювань можуть одночасно з'являтися як випадкові, так і систематичні похибки. Постає питання про те, якою ж похибкою характеризувати в цьому випадку результати вимірювань. Зрозуміло, що обидві похибки визначають ширину інтервалу, в який потрапляє справжнє значення вимірюваної величини. Нагадаємо, що випадкову похибку завжди можна

оцінити за результатами серії вимірювань, до того ж значення похибки зменшується зі збільшенням кількості вимірювань.

Величина систематичної похибки зазвичай невідома. Відомо лише те, що вона не може перевищувати інструментальну похибку, якщо усунено інші джерела систематичної похибки. У цьому випадку можна взяти за систематичну похибку інструментальну похибку. При певних вимірюваннях інструментальна похибка може бути як менше випадкової похибки, так і більше. Розглянемо можливі випадки.

1. *Інструментальна похибка* набагато більша від випадкової (у п'ять разів і більше). У цьому випадку вплив випадкової похибки, звичайно, малий і надійний інтервал визначає інструментальна похибка.

2. *Випадкова похибка* набагато більша від інструментальної. На перший погляд все ясно. У цьому випадку треба знехтувати набагато меншою інструментальною похибкою і все буде визначати випадкова похибка. Проте величина випадкової похибки залежить від кількості вимірювань. Можна повторювати вимірювання до ти, поки випадкова похибка не буде менше інструментальної. Тоді остання знов буде визначальною. До цього треба прагнути, що, на жаль, не завжди можливо. Тому найчастіше буває такий випадок.

3. *Випадкова похибка* приблизно дорівнює інструментальній. Жорстких рекомендацій в цьому випадку дати неможна тому, що до складу інструментальної похибки належать як випадкова, так і систематична похибки. Skorистаємося такими міркуваннями. У найгіршому випадку інструментальна похибка — це максимальна систематична похибка. Вона з'являється незалежно від випадкової похибки. Тому загальну похибку будемо розраховувати за правилом додавання випадкових похибок:

$$\Delta x_{\text{ср}} = \sqrt{\Delta x_{\text{вип}}^2 + \Delta x_{\text{ін}}^2},$$

де  $\Delta x_{\text{вип}}$  — випадкова похибка середнього значення;  $\Delta x_{\text{ін}}$  — інструментальна похибка.

Кінцевий результат серії прямих вимірювань записується так:

$$x = x_{\text{ср}} \pm \Delta x_{\text{ср}}(\alpha).$$

Значення надійної імовірності залишається таким самим  $\alpha = 0,95$ .

## Рекомендації щодо точності розрахунків

Вирішимо питання скільки значущих цифр треба залишати під час розрахунку похибки.

Зрозуміло, що величина похибки повинна розраховуватися з тією самою точністю, з якою вона може бути визначена під час вимірювань, а це залежить від кількості вимірювань. Наприклад, якщо кількість вимірювань дорівнює 10, тоді похибка дорівнюватиме близька 30 %. Звідси випливає, що похибку можна округлити до однієї значущої цифри, якщо ця цифра більше 3, і залишити дві значущі цифри, якщо перша з них менше 3. Наприклад, якщо похибка дорівнює 0,042, тоді її слід округлити до однієї значущої цифри і записати 0,04. Якщо похибка дорівнює 0,015, тоді це значення потрібно залишити без змін.

*Результат вимірювань треба округляти до того розряду, в якому починається похибка.*

Проте будь-яке округлення додає систематичну похибку. Якщо ми будемо округляти результати проміжних обчислень, тоді ця систематична похибка буде накопичуватися. Впливає правило: *всі проміжні обчислення повинні мати на одну значущу цифру більше, ніж результати, отримані під час вимірювань.* Це правило стосується як обробки результатів прямих вимірювань, так і, особливо, непрямих вимірювань, оскільки тут кількість проміжних обчислень буває набагато більше. Зазвичай у навчальній лабораторії відносні похибки вимірюваних величин становлять від 1 до 10 %. Тому всі обчислення під час обробки результатів вимірювань можна проводити із трьома значущими цифрами.

### Правило оцінювання похибки прямих вимірювань

Розрахунки варто проводити в такому порядку.

1. Як найбільш близьке до справжнього значення величини, що вимірюється, варто взяти середнє арифметичне значення всіх вимірювань:

$$x_{\text{cp}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}.$$

2. Далі обчислюємо випадкові відхилення окремих результатів вимірювань, тобто знаходимо різниці між результатами спостережень і середнім значенням:

$$\Delta \bar{x}_i = x_i - x_{\text{cp}}.$$

3. Обчислюємо середньоквадратичну похибку результату серії вимірювань, тобто середнього значення:

$$\bar{S}_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta \bar{x}_i^2}{n(n-1)}}.$$

4. За таблицею залежності коефіцієнта Стьюдента  $t_{Ст}$  для вибраного значення надійної ймовірності  $\alpha$  і відповідної кількості вимірювань  $n$  визначаємо значення цього коефіцієнта.

5. Множимо знайдене значення коефіцієнта Стьюдента  $t_{Ст}$  на середньоквадратичну похибку середнього значення  $\bar{S}_n$  і знаходимо випадкову похибку  $\Delta x_{вип}$  результатів прямих вимірювань:

$$\Delta x_{вип} = \bar{S}_n t_{Ст}.$$

6. Загальна абсолютна похибка визначається за формулою:

$$\Delta x = \sqrt{\Delta x_{вип}^2 + \Delta x_{ін}^2}.$$

7. Остаточний результат серії вимірювань записуємо у вигляді:

$$x = x_{ср} \pm \Delta x.$$

Відповідно при цьому відносна похибка результатів вимірювань:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_{ср}} 100 \%.$$

### **Правила оцінювання похибки непрямих вимірювань**

У більшості випадків величина, що нас цікавить, безпосередньо не вимірюється. Вимірюються інші величини, пов'язані певним співвідношенням із шуканою величиною, при цьому похибки безпосередньо вимірюваних величин відомі.

Загальні правила обчислення похибок непрямих вимірювань можна дістати тільки за допомогою математичної теорії похибок і методів диференціального числення. Тому на цьому етапі ми не спинятимемося на теоретичному обґрунтуванні тих або інших формул, а просто наведемо ці формули в готовому вигляді та покажемо, як ними користуватися.

Нехай шукана величина  $y$  залежить від кількох величин  $x_i$ , що безпосередньо і незалежно вимірюються. Залежність  $y$  від  $x_i$  нам відома:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n), \quad (1.1)$$

при цьому для кожної вимірної величини визначено абсолютну похибку  $\Delta x_i$  для однакового значення надійної ймовірності  $\alpha$ . Тоді абсолютну похибку непрямих вимірювань  $\Delta y$  можна обчислити за формулою:

$$\Delta y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1} \Delta x_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2} \Delta x_2\right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n\right)^2}, \quad (1.2)$$

де  $\frac{\partial f}{\partial x_1}$ ,  $\frac{\partial f}{\partial x_2}$  і т. д. — частинні похідні функції за окремими незалежними змінними  $x_1$ ,  $x_2$  і т. д. Нагадаємо, що при обчисленні частинної похідної, наприклад  $\frac{\partial \psi_1}{\partial x_1}$ , усі інші змінні вважаються сталими параметрами.

Іноді розрахунок похибок непрямих вимірювань зручніше починати з обчислення відносної похибки. При цьому для багатьох функцій утворюються простіші вирази відносної похибки.

За означенням відносна похибка величини, що вимірюється непрямо,  $\varepsilon_y = \frac{\Delta y}{y}$ .

Тоді з формули (2) випливає

$$\varepsilon_y = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \Delta x_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \Delta x_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \Delta x_n^2}.$$

Відповідно до правил диференціювання:

$$\frac{1}{f} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{\partial}{\partial x_1} \ln f; \quad \frac{1}{f} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_2} = \frac{\partial}{\partial x_2} \ln f; \quad \frac{1}{f} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_n} = \frac{\partial}{\partial x_n} \ln f.$$

Тоді вираз для відносної похибки непрямих вимірювань можна записати таким чином:

$$\varepsilon_y = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_1}\right)^2 \Delta x_1^2 + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_2}\right)^2 \Delta x_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial \ln f}{\partial x_n}\right)^2 \Delta x_n^2}. \quad (1.3)$$

До виразу (3) замість частинних похідних від функції  $f(x)$  входять частинні похідні від логарифма функції.

Особливо зручно застосовувати формулу (3) для функції виду

$$y = Ax_1^l x_2^m, \dots, x_n^k, \quad (1.4)$$

де  $A, l, m, \dots, k$  — сталі величини, що можуть бути цілими або дробовими, додатними або від'ємними.

Діставши формулу похибки непрямих вимірювань, визначають значення величини, що вимірюється непрямо,  $y_{\text{cp}}$ . Для цього у формулу для  $y$  підставляють середні значення величин, що вимірюються прямо,  $x_{1\text{cp}}, x_{2\text{cp}}, \dots, x_{n\text{cp}}$ . Абсолютну похибку  $\Delta y$  обчислюють так:

$$\Delta y = y \cdot \varepsilon_y.$$

Остаточний результат вимірювань записується у вигляді

$$y = y_{\text{cp}} \pm \Delta y (\alpha).$$

Похибці у приписується те саме значення надійної ймовірності  $\alpha$ , що й для прямих вимірювань.

### **Визначення густини тіла правильної геометричної форми**

У цій роботі визначається густина циліндричного зразка за результатами вимірювань його маси  $m$  і розмірів:  $d$  — діаметра,  $h$  — висоти.

Густиною однорідного тіла називається відношення маси тіла до його об'єму:  $\rho = \frac{m}{V}$ , або, інакше, густина визначається масою одиниці об'єму.

Маса є мірою інертних і гравітаційних властивостей тіла і є величиною скалярною та адитивною: маса складеного тіла дорівнює сумі мас усіх його частин.

Об'єм циліндричного зразка:

$$V = S \cdot h = \frac{\pi d^2}{4} \cdot h.$$

Тоді густина твердого циліндричного зразка визначається за формулою:

$$\rho = \frac{4m}{\pi d^2 h}. \quad (1.5)$$

Подавши цю формулу як  $\rho = 4\pi^{-1}m^+d^{-2}h^{-1}$ , дістанемо співвідношення для визначення відносної похибки.

Для цього спочатку прологарифмуємо цей вираз:

$$\ln \rho = \ln \frac{4}{\pi} + \ln m - 2 \ln d - \ln h.$$

Обчислимо частинні похідні за  $m$ ,  $d$  і  $h$ :

$$\frac{\partial \ln \rho}{\partial m} = \frac{1}{m}; \quad \frac{\partial \ln \rho}{\partial d} = -\frac{2}{d}; \quad \frac{\partial \ln \rho}{\partial h} = -\frac{1}{h}.$$

Підставивши ці значення частинних похідних у рівняння (1.3), дістанемо формулу для розрахунку відносної похибки:

$$\varepsilon_\rho = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m_{\text{сп}}}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta d}{d_{\text{сп}}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h_{\text{сп}}}\right)^2}. \quad (1.6)$$

Обчисливши відносну похибку  $\varepsilon_\rho$ , легко знайдемо й абсолютну похибку за формулою:

$$\Delta \rho = \rho \cdot \varepsilon_\rho. \quad (1.7)$$

Остаточний результат непрямих вимірювань записується у вигляді:

$$\rho = \rho \pm \Delta \rho.$$

З якою ж кількістю знаків доцільно брати число  $\pi$ ? Будь-яке округлення чисел у процесі обчислення призводить до систематичної похибки. Оскільки в практиці навчальної лабораторії похибка непрямих вимірювань становить кілька відсотків, то завжди достатньо буде брати число  $\pi$  із трьома значущими цифрами, тобто  $\pi = 3,14$ .

**Порядок виконання роботи та обробка результатів вимірювань**

1. Дізнатися у викладача масу циліндра, виміряти висоту та діаметр циліндра та записати їх у табл. 3.

2. Провести обробку результатів прямих вимірювань, для цього розрахувати:

— середні значення  $m_{\text{ср}}$ ,  $d_{\text{ср}}$  та  $h_{\text{ср}}$ ;

— відхилення від середніх значень

$$\Delta \bar{m}_i = m_i - m_{\text{ср}}, \quad \Delta \bar{d}_i = d_i - d_{\text{ср}}, \quad \Delta \bar{h}_i = h_i - h_{\text{ср}};$$

— середні квадратичні відхилення

$$\bar{S}_{nm} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta \bar{m}_i^2}{n \cdot (n-1)}},$$

$$\bar{S}_{nd} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta \bar{d}_i^2}{n \cdot (n-1)}},$$

$$\bar{S}_{nh} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \Delta \bar{h}_i^2}{n \cdot (n-1)}}.$$

Розрахунки виконати не більш як із чотирма значущими цифрами. Результати розрахунків записати в табл. 1.3 та 1.4 .

Таблиця 1.3

Номер вимірювання	Маса зразка $m$ , г	Діаметр зразка $d$ , мм	Висота зразка $h$ , мм	Відхилення від середнього		
				маса зразка	діаметр зразка	висота зразка
1						
2						
3						
4						
5						

3. Визначити випадкові похибки  $\Delta m_{\text{вип}}$ ,  $\Delta d_{\text{вип}}$ ,  $\Delta h_{\text{вип}}$ . Для цього середні квадратичні відхилення  $\bar{S}_{nm}$ ,  $\bar{S}_{nd}$ ,  $\bar{S}_{nh}$  помножити на

Таблиця 1.3

	Середні значення	Середньоквадратичні відхилення
Маса		
Діаметр		
Висота		

коефіцієнт Стьюдента  $t_{\text{ст}}$  для даної надійної ймовірності  $\alpha$  та кількості вимірювань  $n$ . Для  $\alpha = 0,95$  і  $n = 5$ ,  $t_{\text{ст}} = 2,78$ .

4. Значення випадкових похибок округлити до однієї значущої цифри, якщо перша цифра більша за 3. Якщо вона дорівнює 3 або менша, округлити до двох значущих цифр і записати в табл. 1.5. Наприклад, якщо знайдено значення 0,419 і 0,123, після округлення варто записати 0,4 та 0,12.

Таблиця 1.5

	Інструментальна похибка	Випадкова абсолютна похибка	Загальна абсолютна похибка прямих вимірювань $\Delta x$
Маса			
Діаметр			
Висота			

5. Урахувавши випадкову та систематичну похибки, визначити загальну похибку прямих вимірювань. Для цього визначити інструментальні похибки  $\Delta m_{\text{ін}}$ ,  $\Delta d_{\text{ін}}$ ,  $\Delta h_{\text{ін}}$  і записати їх у табл. 1.5. Порівняти інструментальні  $\Delta x_{\text{ін}}$  і випадкові  $\Delta x_{\text{вип}}$  похибки. Якщо одна з них більш ніж утричі перевищує іншу, то меншою варто знехтувати і як загальну похибку прямих вимірювань узяти велику. У протилежному випадку загальну похибку розрахувати за формулою

$$\Delta x = \sqrt{\Delta x_{\text{вип}}^2 + \Delta x_{\text{ін}}^2}.$$

Здобуті значення округлити відповідно до п. 4 і записати в табл. 1.5.

6. Розрахувати за формулою (1.5) значення  $\rho_{cp}$  в одиницях СІ, використовуючи значення  $m_{cp}$ ,  $d_{cp}$  та  $h_{cp}$  із табл. 1.3.

7. Розрахувати за формулою (1.7) значення похибки непрямих вимірювань  $\Delta\rho$ , використовуючи значення  $\Delta m$ ,  $\Delta d$  та  $\Delta h$  із табл. 1.4. Здобуті значення округлити відповідно до п. 4.

8. Округлити здобуте значення  $\rho_{cp}$  до розряду, що відповідає першій значущій цифрі похибки, і записати округлений результат як  $\rho = (\rho_{cp} \pm \Delta\rho)$  кг/м<sup>3</sup>.

### Питання для самоконтролю

1. Яке можна дати визначення вимірюванню фізичної величини?
2. Чи можна під час вимірювань дістати дійсне значення фізичної величини? Чому?
3. Дати визначення міри.
4. Дати визначення вимірювального приладу.
5. Дати визначення похибки вимірювання.
6. Дати визначення абсолютної та відносної похибки вимірювань.
7. Що таке точність вимірювань?
8. Дати визначення прямим вимірюванням. Навести приклади.
9. Дати визначення непрямим вимірюванням. Навести приклади.
10. Які існують похибки за характером та за їх впливом на результати вимірювання?
11. Дати визначення систематичної похибки. Які існують види систематичної похибки?
12. Охарактеризувати методичну систематичну похибку.
13. Охарактеризувати інструментальну систематичну похибку.
14. Охарактеризувати особову систематичну похибку.
15. Дати визначення та охарактеризувати випадкові похибки.
16. Навести правила оцінки випадкової похибки прямих вимірювань.
17. Як враховувати випадкову та систематичну похибки?
18. Яку інформацію несе коефіцієнт Стьюдента, від чого він залежить?
19. Як розрахувати похибку непрямих вимірювань? Виведіть формулу.
20. Які вимоги до точності обчислень похибки вимірювань?
21. Дати визначення та охарактеризувати грубі похибки.

22. Запишіть та поясніть формулу для абсолютної похибки прямих вимірювань.
23. Запишіть та поясніть формулу для абсолютної похибки непрямих вимірювань.
24. Поясніть, скільки цифр треба залишати у записі середнього значення фізичної величини, скільки цифр треба залишати у записі абсолютної похибки?
25. Що називають густиною тіла?
26. Сформулюйте порядок розрахунку похибок прямих та непрямих вимірювань.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2

### Визначення моменту інерції маятника Обербека

**Мета роботи.** Визначити момент інерції тіла, що обертається.

**Прилади та матеріали:** установка ФМ-14.

#### Теоретичні відомості

Обертальним рухом твердого тіла є такий рух, при якому всі точки тіла описують кола з центрами, що лежать на одній прямій, яка називається віссю обертання.

Основними кінематичними характеристиками обертального руху тіла є його кутова швидкість

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

та кутове прискорення

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2},$$

де  $\varphi$ -вектор — кутове переміщення тіла.

Вектори кутової швидкості та кутового переміщення напрямлені вздовж осі обертання відповідно до правила свердлика.

Зв'язок між цими кутовими величинами і відповідними їм лінійними величинами такий:

$$\vec{v} = [\vec{\omega} \cdot \vec{r}], \vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon} \cdot \vec{r}], a_n = \omega^2 \cdot r,$$

де  $r$  — радіус-вектор точки;  $a_\tau$  — тангенціальне прискорення точки;  $a_n$  — нормальне прискорення точки.

Основними динамічними характеристиками обертального руху є момент сили; момент імпульсу і момент інерції. Між поступальним і обертальним рухом існує аналогія. Момент сили є аналогом сили, момент імпульсу — аналогом імпульсу, а момент інерції  $I$  — аналогом маси.

Між моментом сили і моментом імпульсу існує такий самий зв'язок, як між силою й імпульсом при поступальному русі. Цей зв'язок встановлюється основним рівнянням динаміки обертального руху, або другим законом Ньютона для обертального руху:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M},$$

тобто швидкість зміни моменту імпульсу тіла, що обертається відносно нерухомої осі, дорівнює повному моменту зовнішніх сил, що діють на тіло відносно тієї самої осі.

Моментом імпульсу матеріальної точки називається векторний добуток радіуса-вектора на імпульс матеріальної точки

$$\vec{L} = [\vec{r} \cdot \vec{p}] = [\vec{r} \cdot m\vec{v}] = I\vec{\omega},$$

де  $I$  — момент інерції матеріальної точки.

Момент імпульсу твердого тіла, яке обертається:

$$\vec{L} = \sum \vec{L}_i = \sum I_i \vec{\omega} = \omega \sum I_i = I\vec{\omega}$$

Якщо момент інерції тіла сталий, то закон динаміки обертального руху можна сформулювати так: кутове прискорення прямо пропорційне до моменту сили і обернено пропорційне до моменту інерції  $I$ :

$$\vec{\varepsilon} = \frac{\vec{M}}{I}.$$

Вектор кутового прискорення збігається за напрямом із вектором моменту сили.

**Момент сили** — це векторний добуток радіуса-вектора точки прикладання сили і вектора сили:

$$\vec{M} = [\vec{r} \cdot \vec{F}].$$

Вектор моменту сили напрямлений уздовж осі обертання відповідно до правила свердлика: якщо обернути свердлик за напрямом сили, то його поступальний рух покаже напрям вектора моменту сили.

**Модуль моменту сили дорівнює добутку модуля сили на найкоротшу відстань від осі обертання до лінії дії сили або добуткові сили на плече**

$$M = F \cdot r \cdot \sin\alpha = F \cdot l.$$

Дослід показує, що зміна швидкості обертального руху, тобто кутове прискорення, залежить не тільки від маси тіла, що обертається, але й від її розподілу відносно осі обертання. Величина, що враховує обидві ці обставини і виступає мірою інертності в обертальному русі, називається моментом інерції тіла відносно осі обертання.

**Момент інерції матеріальної точки відносно осі обертання дорівнює добуткові маси точки  $\Delta m$  на квадрат її відстані  $r$  від осі обертання:**

$$I = \Delta m \cdot r^2.$$

Момент інерції — скалярна величина.

Момент інерції всього твердого тіла відносно осі обертання дорівнює сумі моментів інерції всіх його елементарних мас:

$$I = \sum_{i=1}^n \Delta m_i \cdot r_i^2.$$

Якщо маса розподілена неперервно, то цю суму можна замінити інтегралом:

$$I = \int_{(V)} r^2 dm.$$

Наведемо (без доведень) формули для розрахунку моменту інерції деяких тіл (масою  $m$ ) відносно осі симетрії.

1. Момент інерції диска (циліндра) радіусом  $R$

$$I = \frac{1}{2} mR^2.$$

2. Момент інерції стержня завдовжки  $l$  відносно осі, що проходить через середину стержня перпендикулярно до його довжини

$$I = \frac{1}{12} ml^2.$$

Якщо вісь обертання тіла паралельна осі симетрії  $OO'$ , але зміщена від неї на відстань  $d$ , то момент інерції відносно паралельно зміщеної осі виражається формулою Штейнера:

$$I' = I + md^2,$$

де  $I$  — момент інерції відносно осі симетрії.

Момент інерції тіл неправильної форми, а також неоднорідних тіл визначати аналітичним шляхом складно, а іноді неможливо. Тому розроблено низку методів визначення моментів інерції дослідним шляхом.

### Метод та експериментальна установка

Дослідження обертального руху в роботі проводиться за допомогою хрестоподібного маятника (маятник Обербека). Він являє собою валик (рис. 2.1), що обертається на підшипниках, на якому є два шківів  $I$  і  $II$  зі спільною віссю обертання. Перпендикулярно до валика в одній площині приєднано чотири стержні  $3$ , по яких можуть переміщуватися циліндричні тягарці  $4$ . Їхнє положення на стержнях фіксується мітками за допомогою гвинтів.

На один зі шківів намотано нитку з прив'язаним вантажем  $5$  масою  $m$ . Під дією сили ваги цього вантажу нитка розмотується і викликає рівноприскорений обертальний рух маятника. Висота падіння вантажу  $h$  визначається за вертикальною шкалою  $6$ .

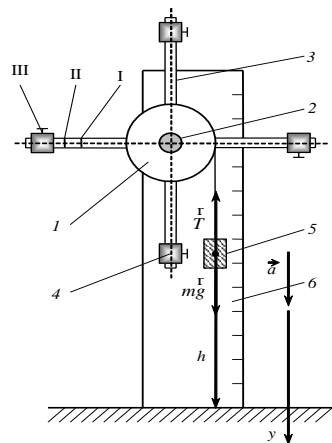


Рис. 2.1

Якщо вантаж  $P$  при падінні за час  $t$  пройшов шлях  $h$ , то його прискорення

$$a = \frac{2h}{t^2}.$$

Із таким самим тангенціальним прискоренням рухаються всі точки поверхні шківів, з якого розмотується нитка. Скориставшись зв'язком між тангенціальним та кутовим прискореннями

$$a = a_\tau = \varepsilon R,$$

визначимо кутове прискорення обертальної системи:

$$\varepsilon = \frac{2h}{Rt^2},$$

де  $R$  — радіус шківів, з якого розмотується нитка.

Водночас на підставі другого закону Ньютона для обертального руху маємо:

$$\varepsilon = \frac{M}{I}.$$

З двох останніх рівнянь знайдемо момент інерції маятника Обербека:

$$I = \frac{MRt^2}{2h}.$$

Обертальний момент виражається через силу натягу нитки  $T$ . Для прискореного руху вантажу  $P$  другий закон Ньютона має вигляд:

$$ma = mg - T,$$

звідки

$$T = m(g - a),$$

або, з огляду на те, що  $a = \frac{2h}{t^2}$ , дістанемо

$$T = m\left(g - \frac{2h}{t^2}\right).$$

Момент цієї сили відносно осі обертання

$$M = TR = \frac{mR}{t^2}(gt^2 - 2h).$$

Підставивши це значення у формулу для моменту інерції, дістанемо:

$$I = \frac{mR^2(gt^2 - 2h)}{2h} = mR^2 \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (2.1)$$

Цей вираз і є розрахунковою формулою цієї роботи для визначення моменту інерції обертового маятника Обербека.

У роботі окремо визначається момент інерції хрестовини  $I_0$  і повний момент інерції хрестовини з тягарцями  $I'$ . Момент інерції тягарців визначається як різниця цих моментів інерції:

$$I = I' - I_0.$$

Відносна похибка розраховується за формулою (2.2):

$$\frac{\Delta I}{I} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{2gt_{\text{ср}}\Delta t}{gt_{\text{ср}}^2 - 2h}\right)^2 + \left[\frac{gt_{\text{ср}}^2 \cdot \Delta h}{(gt_{\text{ср}}^2 - 2h) \cdot h}\right]^2}.$$

### Порядок виконання роботи та обробка результатів вимірювань

1. Установка ФМ-14 показана на рисунку праворуч. Зняти тягарці зі стержнів.

2. Виміряти штангенциркулем діаметр шківів, на який намотано нитку. Результат записати у вигляді:

$$D \pm \Delta D = \dots \text{ м},$$

де  $\Delta D$  — інструментальна похибка штангенциркуля.

3. Записати значення маси падаючого вантажу та висоти, з якої падає вантаж:

$$m \pm \Delta m = \dots \text{ кг}; \quad h \pm \Delta h = \dots \text{ м},$$

де  $\Delta m$  — інструментальна похибка у визначенні маси;  $\Delta h$  — інструментальна похибка у визначенні висоти.

Значення  $\Delta m$ ,  $\Delta h$  і  $m$  зазначено в паспорті на лабораторну роботу.



4. Намотати на шків нитку з вантажем до рівня фотодатчиків, натиснути кнопку «пуск». По шкалі приладу визначити час опускання вантажу з висоти  $h$  (5 разів). Результати вимірювань занести в табл. 2.1.

5. Надіти на стержні чотири тягарці, закріпити їх на перших мітках стержнів, потім провести вимірювання відповідно до п. 4.

Таблиця 2.1

Положення	Номер досліду	Час опускання $t_i$ , с	Середнє значення часу $t_{\text{ср}}$ , с	Відстань $l'_i$ , м	Відстань $l_i$ , м	Висота опускання тіла $h$ , м
Без тягарців						
Положення 1						
Положення 2						
Положення 3						

6. Визначити відстань  $l_i$  між віссю обертання і центром маси тягарців (середина тягарця), вимірявши відстань  $l'_i$  від поверхні шківів до середини тягарця:

$$l_i = \frac{D}{2} + l'_i.$$

Значення  $l_i$  занести в табл. 1.

7. Перемістити тягарці на другі, а потім і на треті мітки та зробити аналогічні вимірювання за п. 4 і п. 6.

8. Розрахувати середні значення  $t_{\text{ср}}$  і за формулою (2.1) обчислити моменти інерції хрестовини без тягарців  $I_{0\text{ср}}$  та з тягарцями в положеннях 1, 2 і 3:  $I'_{1\text{ср}}$ ,  $I'_{2\text{ср}}$ ,  $I'_{3\text{ср}}$ .

9. Визначити випадкові похибки вимірювання часу опускання вантажу  $\Delta t_{\text{вип}} = t_{\text{Ст}} \Delta \bar{S}_n$ , де  $t_{\text{Ст}} = 2,78$  — коефіцієнт Стюдента для  $n = 5$  та надійної імовірності  $\alpha = 0,95$ .

10. Визначити абсолютну похибку вимірювання часу опускання вантажу

$$\Delta t = \sqrt{\Delta t_{\text{вип}}^2 + \Delta t_{\text{ін}}^2}.$$

11. Розрахувати за формулою (2.2) відносну похибку вимірювання моменту інерції для  $I_0$ ; як  $\Delta m$ ,  $\Delta h$  і  $\Delta D$  використовувати інструментальні похибки.

12. Визначити абсолютні похибки вимірювань  $I_0$  ( $\Delta I_0 = \varepsilon \cdot I_{0\text{cp}}$ ) та записати результат у вигляді

$$I_0 = I_{0\text{cp}} \pm \Delta I_0.$$

13. Визначити моменти інерції тягарців у трьох положеннях

$$\begin{aligned} I_1 &= I'_{1\text{cp}} - I_{0\text{cp}}, \\ I_2 &= I'_{2\text{cp}} - I_{0\text{cp}}, \\ I_3 &= I'_{3\text{cp}} - I_{0\text{cp}}. \end{aligned}$$

14. Побудувати графік залежності моменту інерції тягарців від квадрата відстані їх від осі обертання.

### Питання для самоконтролю

1. Сформулюйте визначення обертального руху твердого тіла та означення кінематичних характеристик обертального руху твердого тіла.
2. Дати визначення динамічних характеристик обертального руху твердого тіла.
3. Що таке момент сили, від чого він залежить і за яким правилом визначається напрямок вектора моменту сили?
4. Який фізичний зміст моменту імпульсу і від чого він залежить?
5. Який фізичний зміст моменту інерції і за якою формулою визначається момент інерції матеріальної точки і твердого тіла відносно осі обертання?
6. Сформулювати теорему Штейнера.
7. Чому дорівнює момент імпульсу для матеріальної точки і для тіла що обертається? У чому полягає аналогія між поступальним і обертальним рухами?
8. Запишіть другий закон динаміки обертального руху.
9. Запишіть розрахункову формулу для визначення моменту інерції маятника Обербека.
10. Запишіть розрахункову формулу для обчислення похибки вимірювання моменту інерції маятника Обербека.
11. Сформулювати основні етапи виконання роботи.
12. Опишіть схему експериментальної установки.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3

### Визначення похибки вимірювання електричних величин

**Мета роботи:** ознайомитися з основними метрологічними характеристиками електровимірювальних приладів; визначити опір резистора за виміряними значеннями сили струму і напруги.

**Прилади та матеріали:** амперметр, вольтметр, реостат, з'єднувальні провідники.

### Теоретичні відомості

**Вимірювальний прилад** — засіб вимірювань, призначений для перетворення сигналів вимірювальної інформації у форму, доступну для безпосереднього сприйняття спостерігачем.

Спільним для всіх вимірювальних приладів є наявність відлікових пристроїв. Зазвичай вони виконуються у вигляді шкали і покажчика-стрілки. У цьому випадку показання приладу є неперервною функцією вимірюваної величини. Такі прилади називаються *аналоговими*.

Значного поширення набули також прилади, що автоматично виробляють дискретні сигнали вимірювальної інформації. Показання цих приладів мають цифрову форму, їх називають *цифровими*.

Основними метрологічними характеристиками засобів вимірювань, у тому числі й електровимірювальних приладів, є такі характеристики, що дають змогу визначити їхню придатність для вимірювань у відомому діапазоні з відомою точністю. До основних метрологічних характеристик електровимірювальних приладів належать:

- нормоване значення —  $x_N$ ;
- абсолютна похибка приладу або межа допустимої абсолютної похибки —  $\Delta x$ ;
- клас точності приладу —  $\gamma$ ;
- ціна поділки приладу —  $C$ ;
- чутливість приладу —  $S$ .

Нормоване значення береться таким, що дорівнює:

- кінцевому значенню шкали приладу, якщо нульова відмітка міститься на краю або поза шкалою;

— сумі кінцевих значень шкали приладів (без урахування знаків), якщо нульова відмітка міститься усередині шкали.

Абсолютною похибкою вимірювального приладу називається різниця між показаннями приладу й істинним значенням величини, що вимірюється. Проте істинне значення величини, що вимірюється, невідоме, тому на практиці замість нього використовують дійсне значення. Дійсним значенням фізичної величини називається значення, знайдене експериментально і близьке до істинного настільки, що може бути використане замість нього. Дійсне значення можна знайти експериментально за допомогою зразкового приладу або зразкової міри.

Якщо при перевірці приладу в будь-якій точці його робочої шкали розбіжність між показаннями зразкового приладу та приладу, що перевіряється, не перевищує межу припустимої похибки, то прилад визнається придатним до застосування. У противному разі він має бути підданий ремонту.

У загальному випадку похибка приладу є певною комбінацією систематичної і випадкової похибки. Проте систематичну і випадкову похибки вказують окремо тільки для деяких зразкових високоточних приладів. Для більшості приладів вказують значення загальної похибки, воно встановлюється дослідним шляхом і називається *межею припустимої похибки*, яка визначає похибку вимірювань, виконаних за допомогою приладу.

**Межа припустимої похибки** — це найбільша за модулем похибка, при якій прилад може бути визнаний придатним і допущений до застосування.

Межа припустимої похибки приладу  $\Delta x$ , виражена у відсотках щодо її нормувального значення  $x_N$ , називається **класом точності**:

$$\gamma = \frac{\Delta x}{x_N} \cdot 100\% .$$

Електровимірювальні прилади мають такі класи точності: 0,05; 0,1; 0,2 — зразкові прилади, що застосовуються в основному для перевірки робочих приладів; 0,5; 1,0 — лабораторні прилади; 1,5; 2,5; 4,0 — технічні прилади. Клас точності вказують на шкалі приладу.

Знаючи клас точності приладу і його нормувальне значення, можна визначити абсолютну похибку вимірювань, виконаних за допомогою даного приладу,

$$\Delta x = \frac{\gamma \cdot x_N}{100},$$

а також відносну похибку:

$$\delta = \frac{\Delta x}{x} \cdot 100 = \gamma \cdot \frac{x_N}{x}.$$

Для електровимірювальних приладів у більшості випадків  $x_N$  — це граничне значення шкали. Якщо кількість поділок шкали —  $N$ , то ціна поділок приладу

$$C = \frac{x_N}{N}.$$

Величина, обернена ціні поділки, визначає чутливість приладу

$$S = \frac{1}{C} = \frac{N}{x_N}.$$

У загальному випадку чутливість приладу — це величина, що дорівнює відношенню зміни показань приладу до зміни вимірюваної величини, що її викликала:

$$S = \frac{\Delta N}{\Delta x}.$$

### Метод і експериментальна установка

Опір резисторів визначають за виміряним спадом напруги на ньому і сили струму, що проходить через нього. Для вимірювання сили струму в електричному колі застосовують прилади, які називаються амперметрами. Амперметри включають послідовно зі споживачем електричної енергії і повинні мати якомога менший опір, щоб їхнє вмикання істотно не змінювало сили струму в колі.

Прилади, які використовують для вимірювання напруги, називають вольтметрами. Вольтметри включаються паралельно до тієї ділянки кола, між крайніми точками якої потрібно виміряти різницю потенціалів. Щоб вмикання вольтметра не порушувало режиму роботи кола, його опір має бути якомога більшим порівняно з опором вимірюваної ділянки.

На рис. 3.1 наведено електричну схему, що використовується для визначення опору резистора. За цією схемою вольтметр вимірює загальний спад напруги на резисторі  $U_R$  і на амперметрі  $U_A$ :

$$U = U_R + U_A.$$

Якщо  $R_A$  — опір амперметра, а  $I$  — сила струму, то відповідно до закону Ома для однорідної ділянки кола:

$$U_R = IR, \text{ а } U_A = IR_A.$$

Тоді

$$U = IR + IR_A,$$

звідси

$$R = \frac{U}{I} - R_A. \quad (3.1)$$

Абсолютну похибку визначають відповідно до загальних правил, вважаючи  $R_A = \text{const}$ :

$$\Delta R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial U} \Delta U\right)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial I} \Delta I\right)^2}.$$

Знайдемо частинні похідні від  $R$  по  $U$  та  $I$ :

$$\frac{\partial R}{\partial U} = \frac{1}{I} \text{ та } \frac{\partial R}{\partial I} = -\frac{U}{I^2}.$$

Підставивши їх у формулу для, дістанемо:

$$\Delta R = \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{I}\right)^2 + \left(\frac{U \cdot \Delta I}{I^2}\right)^2} = \frac{U}{I} \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2},$$

де  $\Delta U$  та  $\Delta I$  — абсолютні похибки вимірювання, що можуть бути знайдені, якщо відомі класи точності вольтметра та амперметра.

Сучасні вольтметри й амперметри мають кілька меж вимірювань і перемикач діапазонів вимірювань. За допомогою перемикача до приладу підмикають додаткові опори, що вмонтовані усередині приладу. Якщо  $U_1$  та  $I_1$  — межі вимірювання для першого діапазону, то при перемиканні на другий діапазон  $U_2$  та  $I_2$  — підмикається додатковий опір  $R_d$ .

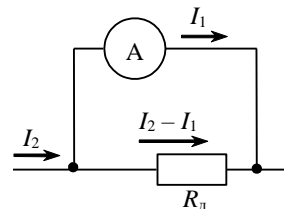


Рис.3.2

До амперметра додатковий опір  $R_d$  підмикають паралельно (рис. 3.2). З огляду на те, що

$$(I_2 - I_1) R_d = I_1 R_A,$$

дістанемо

$$R_d = \frac{R_A}{\frac{I_2}{I_1} - 1}, \text{ або } R_d = \frac{R_A}{n - 1},$$

де  $R_A$  — опір амперметра;  $I_2/I_1 = n$  — коефіцієнт розширення межі вимірювань.

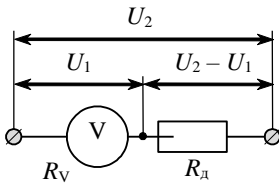


Рис. 3.3

До вольтметра додатковий опір підмикають послідовно (рис. 3.3).

З огляду на те, що

$$\frac{U_1}{R_V} = \frac{U_2 - U_1}{R_d},$$

одержимо  $R_d = R_V \left( \frac{U_2}{U_1} - 1 \right)$  або

$R_d = R_V (n - 1)$ , де  $R_V$  — опір вольтметра;  $\frac{U_2}{U_1} = n$  — коефіцієнт розширення межі вимірювань.

### Порядок виконання роботи та обробка результатів вимірювань

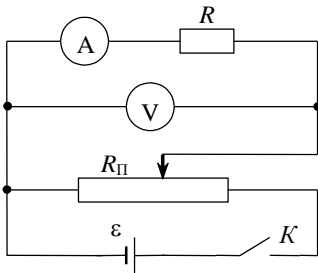


Рис. 3.4

1. Ознайомитися з приладами і занести в табл. 3.3 та 3.4 величини, що характеризують амперметр і вольтметр.

2. Скласти для визначення невідомого опору  $R$  електричну схему (рис. 3.4).

3. Перемикачі меж вимірювання вольтметра й амперметра встановити в таке положення, щоб стрілки цих приладів відхилилися синхронно.

4. Перевірити схему і замкнути коло ключем  $K$ .

5. Повзунок реостата пересунути в таке положення, щоб відхилення стрілок вольтметра й амперметра попадало в останню третину шкали цих приладів. Записати до табл. 3.5 кількість поділок за шкалою вольтметра та амперметра.

6. Перемістити повзунок реостата так, щоб відхилення стрілок вольтметра й амперметра попадало в середину шкали цих приладів. Записати до табл. 3.5 кількість поділок за шкалою вольтметра та амперметра.

7. Перемістити повзунок реостата так, щоб відхилення стрілок вольтметра й амперметра попадало в першу третину шкали цих приладів. Записати до табл. 3.5 кількість поділок за шкалою вольтметра та амперметра.

8. Розімкнути коло ключем  $K$ .

9. Використовуючи дані вимірювань  $I$  та  $U$ , а також значення  $R_A$ , розрахувати значення невідомого опору  $R$  за формулою (1).

10. Для кожного вимірювання струму і напруги визначити відносні похибки.

11. Розрахувати абсолютну і відносну похибку для  $R$ .

Таблиця.3.3

Амперметр Зав. № $\text{№}$	Використана межа $I_{\text{ном.}}$ , А	Кількість поділок $N$ , под.	Ціна поділки $C$	Клас точності $\gamma$ , %	Абсолютна похибка $\Delta I$ , $A$	Опір амперметра $R_A$ , Ом

Таблиця 3.4

Вольтметр Зав. № $\text{№}$	Використана межа $U_{\text{ном.}}$ , В	Кількість поділок $N$ , под.	Ціна поділки $C$	Клас точності $\gamma$ , %	Абсолютна на похибка $\Delta U$ , В	Опір вольтметра $R_V$ , Ом

Таблиця 3.5

Частина шкали	Сила струму, $I$		Напруга, $U$		$R_x$ , Ом	$\epsilon_{R_x}$ , %	$\Delta R_x$ , Ом	$\epsilon_I$ , %	$\epsilon_U$ , %
	Поділки	A	Поділки	B					
Остання третина									
Середина									
Перша третина									

### Питання для самоконтролю

1. Які існують вимірювальні прилади?
2. Що таке межа припустимої похибки вимірювального приладу?
3. Які метрологічні характеристики вимірювальних приладів ви знаєте?
4. Дайте визначення класу точності вимірювального приладу.
5. Що таке чутливість і ціна поділки вимірювального приладу?
6. Як, знаючи клас точності вимірювального приладу, обчислити абсолютну і відносну похибки вимірювань?
7. Що визначає величину абсолютної похибки вимірювань сили струму та напруги?
8. Чи залежить абсолютна похибка вимірювань сили струму та напруги від значення вимірюваної величини?
9. Як треба підбирати межу вимірювань амперметра та вольтметра, щоб відносна похибка вимірювань сили струму та напруги була найменшою?
10. Зобразіть схему експериментальної установки.
11. Запишіть формулу для розрахунку невідомого опору,  $R_x$ .
12. Запишіть формулу для розрахунку абсолютної похибки невідомого опору,  $R_x$ .
13. Як можна розширити межі вимірювань амперметра та вольтметра?
14. Запишіть формулу для розрахунку опору шунта.
15. Запишіть формулу для розрахунку додаткового опору вольтметра.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4

### Визначення опору методом містка Уїтстона

**Мета роботи:** вивчити метод вимірювання опору за допомогою місткових схем. Виміряти невідомі опори містком Уїтстона і зробити перевірку правил додавання цих опорів при їх послідовному і паралельному з'єднанні.

**Прилади та матеріали:** нульгальванометр, реохорд, магазин опорів, резистори, ключ, джерело постійного струму.

#### Теоретичні відомості

Визначити опір можна або за допомогою вольтметра та амперметра (див. попередню лабораторну роботу), або методом порівняння. Методи порівняння за допомогою мостових схем широко застосовуються для вимірювання параметрів електричних кіл у вимірювальній техніці. Ці методи мають суттєві переваги і вирізняються тим, що дають змогу вимірювати опори з високою точністю. По-перше, не потрібні такі вимірювальні прилади, як вольтметр та амперметр, що спрощує електричну схему й усуває системну похибку, яку вносять ці вимірювальні прилади. По-друге, в місткових схемах похибка вимірювань визначається тільки точністю зразкових мір опорів, з якими порівнюються невідомі опори. Для вимірювання опорів застосовують одинарні або подвійні містки постійного струму. Одинарні містки звичайно застосовуються для вимірювання відносно невеликих опорів,

порядку  $1 - 10^6$  Ом, точність вимірювання може досягти 0,001 %. Подвійні містки застосовуються для вимірювання малих опорів підвідних провідників. Подвійні містки забезпечують вимірювання опорів до  $10^{-6}$  Ом.

Міст Уїтстона являє собою одинарний чотириплечий міст постійного струму. Схему містка Уїтстона подано на рис. 4.1. Він

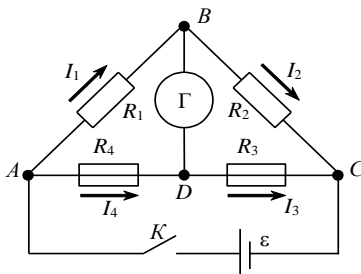


Рис. 4.1

складається з опорів  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$ , які утворюють плечі містка, нульгальванометра  $\Gamma$ , джерела струму  $\varepsilon$  та вимикача  $K$ .

Завжди можна підібрати опори плеч містка так, щоб різниця потенціалів між вузлами  $B$  і  $D$  дорівнювала нулю, тобто потенціали

точок  $B$  і  $D$  були однаковими. Тоді струм у вітці  $BD$  не протікатиме. Такий стан містка, коли струм через гальванометр дорівнює нулю, називається *рівновагою містка*. Тому метод вимірювання опорів за допомогою містка Уїтстона називається *нульовим методом*.

Застосуємо правила Кірхгофа і визначимо опір  $R_1$  за умови, що міст перебуває у стані рівноваги. Запишемо перше правило Кірхгофа для вузлів  $A, B, C$ :

$$A: \quad I - I_1 - I_4 = 0;$$

$$B: \quad I_1 - I_2 = 0;$$

$$C: \quad I_3 + I_1 - I = 0.$$

Напрями струмів показано на рис. 1.

Із цих рівнянь випливає, що

$$I_1 = I_2 \quad \text{та} \quad I_3 = I_4.$$

Друге правило Кірхгофа запишемо для контурів:

$$ABDA: \quad I_1 R_1 - I_4 R_4 = 0;$$

$$BCDB: \quad I_2 R_2 - I_3 R_3 = 0;$$

$$ABC\&A: \quad I_1 R_1 + I_2 R_2 = \varepsilon.$$

Напрями обходу контурів вибрано за годинниковою стрілкою.

Після перетворень дістаємо:

$$R_1 = R_2 \frac{R_4}{R_3}. \quad (4.1)$$

У містку Уїтстона опір  $R_1$  використовують як невідомий опір  $R_x$ , опір  $R_2$  являє собою магазин опорів ( $R_M$ ), а замість опорів  $R_3$  та  $R_4$  у схему містка підмикають реохорд. Реохорд — це закріплений на лінійці однорідний металевий провідник довжиною  $l$ , уздовж якого може рухатися контакт  $D$ . Відомо, що опір металевого провідника визначається за формулою:

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

Оскільки опори ділянок  $AD$  і  $DC$  пропорційні до довжин реохорду  $l_1$  та  $l_2$  між цими точками, тоді формулу (4.1) можна переписати так:

$$R_X = R_M \frac{l_1}{l_2}, \quad (4.2)$$

або

$$R_X = R_M \frac{l_1}{(l - l_1)}.$$

Визначимо положення повзунка реохорда, при якому похибка вимірювань опору  $R_X$  буде мінімальною. Skorиставшись правилами розрахунку похибки непрямих вимірювань, дістанемо формулу для розрахунку відносної похибки вимірювань невідомого опору  $R_X$ :

$$\varepsilon = \frac{\Delta R_X}{R_X} = \frac{\Delta R_M}{R_M} + \frac{\Delta l_1}{l_1} + \frac{\Delta l}{l - l_1} + \frac{\Delta l_1}{l - l_1} = \frac{\Delta R_M l_1 (l - l_1) + R_M \cdot \Delta l_1 (l - l_1) + R_M l_1 (\Delta l + \Delta l_1)}{R_M l_1 (l - l_1)},$$

де  $\frac{\Delta R_M}{R_M}$  — відносна похибка магазину опорів;  $\Delta l$  і  $\Delta l_1$  — абсолютна похибка визначення довжини відповідно реохорда та його плеча.

Отже, відносна похибка  $\frac{\Delta R_X}{R_X}$  буде мінімальною, коли знаменник у цій формулі набудатиме найбільшого значення. Визначимо умову максимуму для функції  $f(l_1) = R_M l_1 (l - l_1)$ . Про диференціюємо цю функцію і прирівняємо похідну до нуля:

$$\frac{df(l_1)}{dl_1} = R_M l - 2R_M l_1 = 0.$$

Звідси маємо

$$l_1 = \frac{l}{2}.$$

Доходимо висновку, що відносна похибка вимірювань невідомого опору  $R_X$  буде мінімальною, коли повзунки реохорда  $D$  міститиметься точно посередині реохорда ( $l_1 = l_2$ ) за умови, що струм через гальванометр дорівнює нулю.

Тоді формула (4.2) для визначення опору  $R_X$  набуває вигляду:

$$R_X = R_M.$$

Похибка вимірювань  $R_X$  зумовлена тільки точністю магазину опорів. Відносна похибка магазину опорів визначається так:

$$\varepsilon = \pm \left( \gamma + \gamma' \frac{m}{R} \right), \quad (4.3)$$

де  $\gamma$  — клас точності магазину опорів;  $m$  — кількість декад магазину опорів, увімкнених під час вимірювання;  $R$  — сумарне значення опору ввімкнених декад;  $\gamma'$  — коефіцієнт, який залежить від типу магазину опорів (для типу Р33 маємо  $\gamma' = 0,5 \%$ ; для типу Р14 —  $\gamma' = 0,2 \%$ ). Якщо вимірюється малий опір, то точність вимірювання містком Уїтстона обмежується впливом перехідних опорів контактів провідників, опорів самих провідників, будь-якими змінами чистоти поверхні реохорда, зміною площини поверхні рухомого контакту і т. ін. Для зменшення впливу цих факторів застосовується вдосконалена схема містка Уїтстона, в якій підвідні провідники виготовляють із матеріалу, що має великий питомий опір (такий, скажімо, як константан, залізо, нікелін).

Як уже зазначалося, роль індикатора відсутності струму у вітці  $BD$  при рівновазі містка виконує нульгальванометр  $G$  магнітоелектричної системи, чутливість якого порядку  $10^{-7}$  А/поділку. Нуль шкали нульгаванометра міститься в середині шкали.

Для ввімкнення джерела струму  $\varepsilon$  і гальванометра застосовують подвійний кнопковий вимикач  $K$ , конструктивно виготовлений так, що спочатку вмикається джерело, а потім гальванометр. За такого ввімкнення індуковані струми замикання і розмикання не викликають різкого відхилення стрілки гальванометра. Короткочасність ввімкнення також необхідна, оскільки тривале проходження струму змінює опір реохорда внаслідок нагрівання металевго провідника.

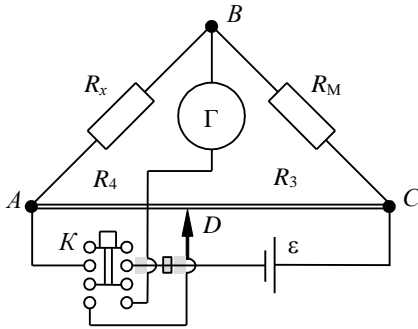


Рис. 4.2

вимикача домогтися зміною опору магазину  $R_M$  встановлення стрілки гальванометра в нульове положення. Відлік по магазину опорів дорівнює сумі добутків цифр, що стоять проти покажчиків декад, на відповідний множник декади, що введена.

**4.** Аналогічно провести вимірювання й інших невідомих опорів  $R_{x2}$ ,  $R_{x3}$ , підключаючи їх замість  $R_{x1}$ .

**5.** Виміряти загальний опір при послідовному з'єднанні провідників,  $R_{x\text{посл}}$ .

**6.** Виміряти загальний опір при паралельному з'єднанні провідників  $R_{x\text{пар}}$ . Результати всіх вимірювань занести в табл. 4.1.

Таблиця 4.1

Виміряні значення $R_x$ , Ом	Похибка вимірювань		Розраховані значення, Ом	Розбіжність, Ом
	відносна	абсолютна $\Delta R_x$ , Ом		
$R_{x1}$				
$R_{x2}$				
$R_{x3}$				
$R_{x\text{посл}}$			$R_{\text{посл}} =$	$\Delta R_{\text{посл}} =$
$R_{x\text{пар}}$			$R_{\text{пар}} =$	$\Delta R_{\text{пар}} =$

**7.** Розрахувати відносну похибку вимірювань  $R_x$  за формулою (4.3):

$$\varepsilon = \frac{\Delta R_x}{R_x},$$

**8.** Розрахувати абсолютну похибку вимірювань

$$\Delta R_x = \varepsilon R_x.$$

9. Розрахувати загальне значення опору провідників при послідовному і паралельному з'єднанні

$$R_{\text{хпосл}} = R_{x1} + R_{x2} + R_{x3};$$

$$R_{\text{хпар}} = \frac{R_{x1}R_{x2}R_{x3}}{R_{x1}R_{x2} + R_{x2}R_{x3} + R_{x1}R_{x3}}.$$

10. Порівняти виміряні і розраховані значення загального опору, визначивши різницю

$$\Delta R_{\text{посл}} = R_{\text{посл.т}} - R_{\text{посл.в}};$$

$$\Delta R_{\text{пар}} = R_{\text{пар.т}} - R_{\text{пар.в}}.$$

Результати всіх розрахунків занести в таблицю.

Зазначимо, що за наявності в монтажній схемі контактних опорів різниця  $\Delta R_{\text{посл}}$  і  $\Delta R_{\text{пар}}$  може бути більшою за похибку.

### Питання для самоконтролю

1. Зобразіть схему містка Уїтстона.
2. Сформулюйте правила Кірхгофа.
3. Користуючись правилами Кірхгофа, виведіть умову рівноваги містка.
4. Проаналізуйте виходячи з формули відносної похибки вимірювань, чому рухомий контакт реостата краще встановлювати посередині?
5. Місток Уїтстона перебуває в рівновазі при співвідношенні плечей реохорда  $l_1/l_2 = 1$ . У скільки разів треба змінити опір магазину  $R_m$ , щоб міст перебував у рівновазі при співвідношенні плечей реохорда  $l_1/l_2 = 1/3$ ?
6. Чому в місткових схемах застосовують кнопкові ключі?
7. Опишіть метод та експериментальну установку.
8. Розкажіть порядок виконання роботи.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5

### Інтерференція світла. Визначення довжини хвилі світла за допомогою кілець Ньютона

**Мета роботи:** вивчити явище інтерференції, визначити радіус кривини лінзи вимірюванням діаметрів кілець Ньютона.

**Прилади та матеріали:** установка ФПВ-05 (плоскопаралельна пластинка і плоскоопукла лінза в обоймі, лампа, мікроскоп).

#### Теоретичні відомості

**Інтерференцією світла** називається явище посилення або послаблення інтенсивності світла у разі накладання когерентних хвиль в деяких точках простору. Когерентними називаються хвилі з однаковою частотою, сталою різницею фаз, а також вектори, напруженості електричного поля яких коливаються в одній площині.

Дві когерентні хвилі накладаються в просторі:

$$E_1 = A_1 \cos(\omega t - kx_1),$$

$$E_2 = A_2 \cos(\omega t - kx_2),$$

Амплітуда результуючої хвилі дорівнює :

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos\Delta\varphi \quad (5.1)$$

де  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  – різниця фаз хвиль.

Нехай  $A_1 = A_2$ , тому що саме за таких умов інтерференція спостерігається найкраще, і  $\cos\Delta\varphi = 1$  тоді :

$$A^2 = 2A_1^2 + 2A_1^2 = 4A_1^2.$$

Ураховуючи, що інтенсивність світла прямо пропорційна до амплітуди хвилі в квадраті  $I \sim A^2$ , результуюча інтенсивність світла в цих точках

простору збільшується вдвічі:

$$I = 2I_1.$$

Тобто хвилі посилюють одна одну і спостерігається **максимум (max)** інтерференції світла:

$$\Delta\varphi = 2k\pi, \text{ де } k = 1, 2, \dots \quad (5.2)$$

У точках простору, для яких  $\cos\Delta\varphi = -1$ , результуюча амплітуда хвилі дорівнює нулю  $A = 0$  й інтенсивність хвилі також дорівнює

нулю  $I=0$ . Тобто хвилі послаблюють одна одну і спостерігається **мінімум (min)** інтерференції світла:

$$\Delta\varphi = (2k+1)\pi, \text{ де } k = 1, 2, \dots \quad (5.3)$$

Із рівняння хвиль можна визначити різницю фаз як:

$$\Delta\varphi = k(x_2 - x_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta x, \quad (5.4)$$

де  $\Delta x$  – **геометрична різниця** ходу двох хвиль.

На рис.5.1 зображено два джерела когерентних хвиль  $S_1$  і  $S_2$ , які випромінюють світло у простір. Там, де світлові пучки накладаються, роз-ташовано екран  $E$  і на ньому вибрано точку  $P$ , в якій спостерігається інтерференція. Сполучивши кожне джерело світла із точкою  $P$ , дістанемо відстані  $x_1$  і  $x_2$  від цих джерел до досліджуваної точки. Відстані  $x_1$  і  $x_2$  називаються **геометричним** шляхом світла. Якщо побудувати перпендикуляр із  $x_1$  до  $x_2$ , відстань  $S_2C$  і є геометричною різницею ходу між двома хвилями. Але, світло поширюється в середовищах з показниками заломлення  $n_1$  і  $n_2$  і точка спостереження

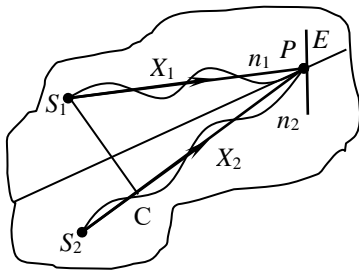


Рис. 5.1

$P$  міститься на межі поділу цих середовищ, необхідно враховувати їхні оптичні властивості. Отже у такому разі говорять про **оптичний** шлях світла  $n_2 x_2$  і  $n_1 x_1$  і **оптичну різницю ходу**  $\Delta$  світла :

$$\Delta = n_2 x_2 - n_1 x_1. \quad (5.5)$$

Із формул (5.2), (5.3), (5.4) можна визначити величину оптичної різниці ходу, за якої виконуються умови максимуму і мінімуму інтерференції світла :

$$\max - \Delta = 2k \frac{\lambda}{2}; \quad (5.6)$$

$$\min - \Delta = (2k+1) \frac{\lambda}{2}. \quad (5.7)$$

### Метод та експериментальна установка

Схему установки для спостереження інтерференції світла в тонких плівках наведено на рис. 5.2.

Когерентні хвилі утворюються під час відбиття світлового потоку від верхньої і нижньої поверхонь тонкої прозорої плівки, яка отримана за допомогою плоскоопуклої лінзи, що покладена опуклою частиною на плоско-паралельну пластинку.

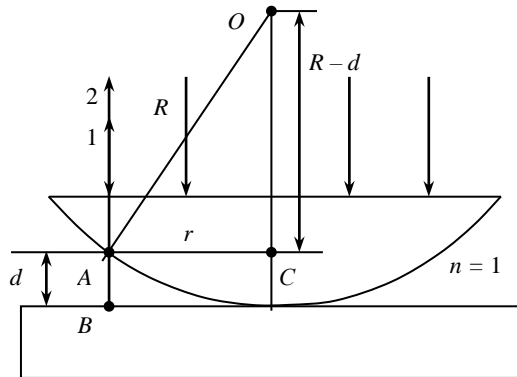


Рис.5.2

Паралельний пучок монохроматичного світла падає перпендикулярно на плоску поверхню плоскоопуклої лінзи. Одна частина монохроматичного світлового потоку відбивається в точках  $A$  – від нижньої сферичної поверхні лінзи на межі поділу скло-повітря, і  $B$  – від верхньої поверхні пластини. Відбиті промені 1 і 2 когерентні, оптична різниця ходу між ними дорівнює:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2}.$$

Якщо кут падіння  $\alpha$  світла на поверхню лінзи дорівнює нулю, а показник заломлення  $n$  повітря між лінзою і пластинкою дорівнює одиниці, тоді дістанемо:

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2}.$$

Треба додати  $\frac{\lambda}{2}$ , оскільки в точці  $B$  промінь відбивається від оптично густішого середовища (скла).

У точках, для яких  $\Delta = 2k\frac{\lambda}{2}$ , тобто виконується умова максимуму інтерференції світла, можна записати

$$2d + \frac{\lambda}{2} = 2k \frac{\lambda}{2}. \quad (5.8)$$

У точках, для яких  $\Delta = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$ , тобто виконується умова мінімуму інтерференції світла, можна записати

$$2d + \frac{\lambda}{2} = (2k+1) \frac{\lambda}{2}. \quad (5.9)$$

Інтерференційна картина, що утворилася, має вигляд концентричних темних і світлих кілець, оскільки геометричне місце точок, що мають  $d = \text{const}$ , являє собою коло.

Величину  $d$  можна виразити через радіус кривини лінзи  $R$  та радіус темного або світлого кільця Ньютона  $r$ . З прямокутного трикутника АОС (рис. 5.2) маємо:

$$r^2 = R^2 - (R-d)^2 = 2Rd - d^2.$$

Оскільки  $R \gg d$ , то розміром  $d^2$  можна знехтувати. Тоді дістанемо:

$$r^2 = 2Rd. \quad (5.10)$$

Підставивши  $d$  з виразу (5.8) у рівняння (5.10), знайдемо значення радіуса світлого кільця:

$$r_{\text{св}} = \sqrt{R(2k-1) \frac{\lambda}{2}}. \quad (5.11)$$

Значення радіуса темного кільця знаходимо з виразів (5.9) і (5.10):

$$r_{\text{т}} = \sqrt{Rk\lambda}, \quad (5.12)$$

де  $k=0,1,2,\dots$  – номер кільця.

Вимірявши радіуси темних або світлих кілець, можна визначити радіус кривини лінзи  $R$ , якщо відома довжина хвилі монохроматичного світла  $\lambda$ , або визначити  $\lambda$ , якщо заданий радіус кривини лінзи  $R$ , або визначити показник заломлення  $n$  речовини, яка міститься між лінзою і пластинкою.

Досягти ідеального торкання лінзи з пластиною й дістати в центрі інтерференційної картини темну точку не можливо. Тому доцільно вимірювати не радіуси кілець, а їхні діаметри. Для різниці діаметрів двох кілець – світлих [див. формулу (5.11)] або темних [див. формулу (5.12)] – дістаємо те саме рівняння:

$$\left(\frac{D_k}{2}\right)^2 - \left(\frac{D_i}{2}\right)^2 = (k-i)R\lambda, \quad (5.13)$$

де  $k$  та  $i$  – порядкові номери інтерференційних кілець.

Тоді довжина хвилі світла визначається за формулою:

$$R = \frac{(D_k^2 - D_i^2)}{4 \cdot (k-i) \cdot \lambda}. \quad (5.14)$$

Довжину хвилі світла можна визначити ще й графічно. Згідно з формулою (5.12)

$$D^2 = 4R\lambda k.$$

Графік залежності квадрата діаметра кільця від його номера:  $D^2 = f(k)$  має вигляд прямої лінії, тобто

$$y = ax,$$

де  $a = 4R\lambda$ .

Тоді тангенс кута нахилу прямої до осі абсцис дорівнює:

$$\operatorname{tg}\alpha = 4R\lambda, \quad .$$

Визначивши за графіком  $\operatorname{tg} \alpha$ , довжину хвилі світла можна розрахувати за формулою:

$$\lambda = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{4R}. \quad (5.15)$$

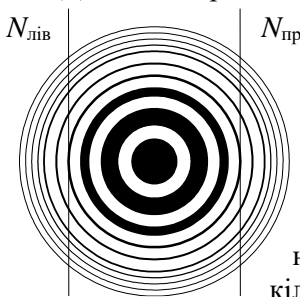
### **Порядок виконання роботи та обробка результатів вимірювання**

**Завдання 1.** Вимірювання діаметрів кілець Ньютона.

1. Помістити на столик мікроскопа під об'єктив металеву обойму з лінзою та плоско-паралельною пластиною, встановити на лампу світлофільтр.

2. Дивлячись в окуляр, переміщенням обойми з лінзою знайти зображення інтерференційної картини у вигляді концентричних темних і світлих кілець (див. рис. праворуч).

3. Для вимірювання діаметра кілець за допомогою мікрометричного гвинта навести візирну лінію окуляра мікрометра на середину шостого темного кільця зліва від центральної плями (див. рис. зліва). Записати відлік за шкалою окуляра мікрометра та на його барабанчику. . Обертаючи барабан, навести візирну лінію на п'яте, четверте, третє, друге і перше кільця та записати відліки.



Пройшовши центральну пляму, виконати вимірювання в тому ж напрямі: від першого кільця праворуч до шостого кільця праворуч від центральної плями. Щоб уникнути похибки «мертвого ходу», вимірювання слід виконувати або зліва направо, або з права на ліво.

4. Вимірювання виконати тричі, не змінюючи положення металеві обойми з лінзою та плоскопаралельною пластинкою на предметному столику мікроскопа. Виміряні результати занести до табл. 5.1. Розрахувати діаметри всіх кілець і занести результати до табл. 5.1. Діаметр кільця визначається як різниця правого та лівого відліків.

Таблиця 5.1

Номер кільця, $k$	Лівий відлік, мм	Правий відлік, мм	Діаметр кільця $D$ , мм	Середнє значення діаметра кільця $D_{\text{ср}}$ , мм	$D_{\text{ср}}^2$ , мм <sup>2</sup>	$\Delta D_k$ , мм	$\varepsilon$ , %

5. Визначити похибку вимірювань діаметрів кілець Ньютона.

**Завдання 2.** Визначення довжини хвилі світла.

1. Використовуючи здобуті дані та комбінуючи попарно всі кільця, за формулою (5.14) обчислити п'ятнадцять значень довжини хвилі світла. Результати занести до табл. 5.2.

Таблиця 5.2

Довжина хвилі, $\lambda_i$ , м	Середнє значення довжини хвилі, $\lambda_{\text{ср}}$ , м	Абсолютна похибка, $\Delta\lambda$ , м	Відносна похибка, $\varepsilon$ , %	Довжина хвилі, визначена за графіком $\lambda$ , м	Різниця між значеннями довжини хвилі, %

2. Визначити похибку вимірювань довжини хвилі  $\lambda$ .

**Завдання 3.** Визначення довжини хвилі світла графічним методом.

1. Використовуючи дані табл. 5.1, побудувати графік залежності квадрата діаметра кільця від його номера:  $D^2 = f(k)$ . На осі абсцис відкладають номери кілець, а на осі ординат – квадрати діаметрів.

2. Визначити за графіком тангенс кута нахилу прямої до осі абсцис.

3. Розрахувати довжину хвилі світла за формулою (5.15). Результати занести до табл. 5.2.

4. Порівняти значення довжини хвилі світла, розраховані двома способами. Результати занести до табл. 5.2.

### Питання для самоконтролю

1. У чому полягає явище інтерференції світла? Яка умова спостереження інтерференції світла?
2. Які хвилі називаються когерентними?
3. Записати умови мінімуму і максимуму при інтерференції.
4. Що таке оптична різниця ходу, різниця фаз? Який між ними зв'язок?
5. Як одержують когерентні хвилі в цій лабораторній роботі?
6. Вивести формули для визначення радіусів світлих і темних кілець.
7. Чому в даній лабораторній роботі інтерференційна картина утворюється у вигляді кілець?
8. Чому в центрі інтерференційної картини спостерігається саме темна пляма?
9. Як можна дістати замість темної плями в центрі інтерференційної картини світлу?
- 10.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 6

### Вивчення явища дифракції світла за допомогою дифракційної решітки

**Мета роботи:** визначити сталу дифракційної решітки, роздільну здатність та дисперсію дифракційної решітки.

**Прилади та матеріали:** дифракційна решітка, лазер, екран з міліметровою шкалою, оптична лава.

#### Теоретичні відомості

**Дифракцією** називається сукупність явищ, які спостерігаються під час поширення світла в середовищах з різкими неоднорідностями і проявляються як відхилення світла від закону прямолінійного поширення світла. Частинним випадком дифракції є огинання світловими хвилями перешкод і проникнення світла в область геометричної тіні. Дифракція спостерігається, якщо розміри перешкод сумірні з довжиною хвилі світла.

За принципом Гюйгенса-Френеля дифракція є результат інтерференції вторинних фіктивних хвиль. Інтерференція, у свою чергу, – це збільшення або зменшення амплітуди результуючої світлової хвилі, яка утворилася під час накладання вторинних фіктивних хвиль. Френель, розвинувши цей принцип, запропонував простий графічний метод визначення амплітуди результуючої світлової хвилі, який називається методом зон Френеля.

Застосуємо метод зон Френеля до дифракції сферичних хвиль на круглому отворі. Сферична монохроматична хвиля поширюється від точкового джерела світла  $S$  і на її шляху розміщено діафрагму з круглим отвором (рис. 6.1).

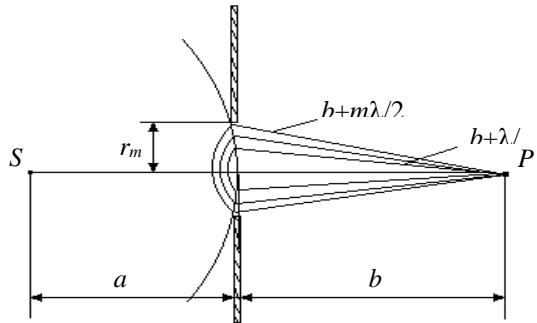


Рис. 6.1

Треба визначити амплітуду світлової хвилі, яка досягає точки  $P$ , розміщеної на одній прямій, що сполучає джерело  $S$  і точку  $P$ , і проходить через вершину фронту. Відстань від джерела  $S$  до

вершини фронту позначимо че-рез  $a$ , відстань від вер-шини фронту до точки  $P$  –  $b$ . Зони Френеля будуються тільки на відкритій отвором час-тині фронту. Поділимо хвильову поверхню на кільцеві зони однакової ширини таким чином, щоб відстань від країв кожної зони до точки  $P$  відрзнялася на  $\lambda/2$ . Ці зони Френеля і являють собою вторинні фіктивні джерела світла. Оптична різниця ходу між випромінюваннями, які посилають в точку  $P$  два сусідні вторинні джерела, дорівнює  $\frac{\lambda}{2}$ , а різниця фаз –  $\pi$ .

Амплітуда результуючої хвилі в точці  $P$  визначається за формулою:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots - A_m.$$

Перепишемо цей вираз у такому вигляді:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots \pm \frac{A_m}{2}.$$

У межах невеликих значень  $m$  амплітуди випромінювання від усіх зон можна вважати однаковими і вирази в дужках дорівнюють нулю. Звідси дістаємо амплітуду результуючої хвилі в точці  $P$ :

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}.$$

Якщо кількість зон Френеля  $m$ , які укладаються в отворі, парна – в точці  $P$  спостерігається мінімум інтенсивності світла:  $A = 0$  і  $I = 0$ . Тобто в центрі дифракційної картини спостерігається темна пляма. Якщо кількість зон Френеля  $m$ , які укладаються в отворі, непарна – в точці  $P$  спостерігається максимум інтенсивності світла:  $A = A_1$  і  $I = I_1^2$ . Тобто в центрі картини спостерігається світла пляма.

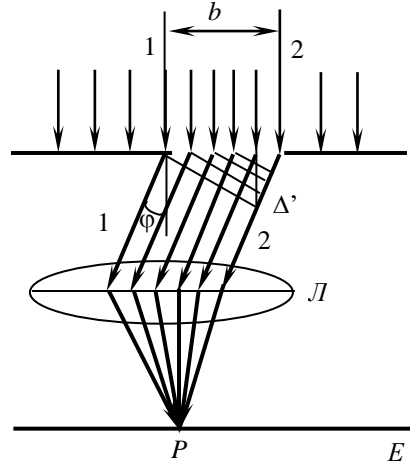


Рис. 6.2

падає нормально паралельний пучок монохроматичного світла (рис. 6.2).

За принципом Гюйгенса-Френеля точки щілини є вторинними джерелами сферичних хвиль. Тому за щілиною промені поширюються в усіх напрямках під різними кутами до попереднього поширення світла. На екрані  $E$  спостерігається система інтерференційних максимумів і мінімумів. Розглянемо один із напрямків, що задається кутом  $\varphi$ , який називається кутом дифракції світла. Паралельні промені, які поширюються за щілиною під кутом  $\varphi$ , збираються лінзою  $L$  на екрані  $E$  в точці  $P$ . Оптична різниця ходу  $\Delta$  між крайніми променями 1 і 2 визначається за формулою:

$$\Delta' = b \sin \varphi .$$

Поділимо щілину на зони Френеля. Тоді на оптичній різниці ходу укладається ціла кількість зон, тобто

$$\Delta' = m \frac{\lambda}{2}, \quad \text{або} \quad b \sin \varphi = m \frac{\lambda}{2} .$$

Якщо кількість зон Френеля дорівнює парному числу, тобто  $m=2k$  (де  $k=1, 2, 3, \dots$ ), в точці  $P$  спостерігається мінімум інтерференції.

Тоді умова  $\min$  дифракції світла на щілині має вигляд:

$$b \sin \varphi = 2k \frac{\lambda}{2} . \quad (6.1)$$

Якщо кількість зон Френеля дорівнює непарному числу, тобто  $m=2k+1$  (де  $k=1, 2, 3, \dots$ ), в точці  $P$  спостерігається максимум інтерференції. Тоді умова  $\max$  дифракції світла на щілині має вигляд:

$$b \sin \varphi = (2k+1) \frac{\lambda}{2} . \quad (6.2)$$

Величина  $k$  називається порядком дифракційного максимуму. У напрямку  $\varphi=0$  спостерігається самий інтенсивний центральний максимум нульового порядку: вторинні хвилі в цьому напрямку виконують коливання в одній фазі.

Широке практичне застосування має не дифракція світла на одній щілині, а дифракція на дифракційній решітці. **Дифракційна решітка** являє собою сукупність великої кількості щілин, розділених непрозорими для світла проміжками. Дифракційна решітка виготовляється так: на скляній поверхні алмазним різцем наносять дуже багато прямих штрихів. Подряпані місця розсіюють світло, а непошкоджені частини поверхні пропускають світло як щілини. Позначимо ширину щілини  $b$ , ширину непрозорого проміжку між сусідніми щілинами –  $a$  (рис. 6.3).

Величина  $d = a + b$  називається сталою, або періодом, дифракційної решітки. На дифракційну решітку нормально до її поверхні падає плоска монохроматична хвиля. За принципом Гюйгенса-Френеля точки кожної щілини є вторинними джерелами сферичних хвиль. Тому за щілинами промені поширюються в усіх напрямках під різними кутами до попереднього поширення світла. На екрані  $E$  спостерігається система інтерференційних максимумів і мінімумів. Розглянемо один із напрямків, що задається кутом дифракції  $\varphi$ . Паралельні промені, які поширюються за щілинами під кутом  $\varphi$ , збираються лінзою  $L$  на екрані  $E$  в точці  $P$ . Оптична різниця ходу  $\Delta$  між променями 1 і 2, які посиляють дві сусідні щілини в точку  $P$ , визначається за формулою:

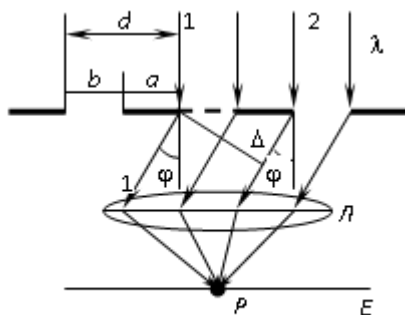


Рис. 6.3

$$\Delta = d \sin \varphi,$$

а різниця фаз:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi.$$

Результуючу амплітуду світлової хвилі в точці спостереження  $P$  можна визначити як суму амплітуд хвиль, що випромінює кожна щілина:

$$A = A_1 \frac{\sin\left(N \frac{\Delta\varphi}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)}, \quad (6.3)$$

де  $A_1$  – амплітуда хвилі від однієї щілини;  $N$  – кількість щілин решітки. Враховуючи, що  $I \sim A^2$ , отримаємо формулу для визначення інтенсивності світла в точці  $P$ :

$$I = I_1 \left[ \frac{\sin\left(\frac{N\Delta\varphi}{2}\right)}{\sin\frac{\Delta\varphi}{2}} \right]^2, \quad (6.4)$$

де  $I_1$  – інтенсивність хвилі від однієї щілини.

Якщо кут дифракції  $\varphi = 0$ , тоді різниця фаз  $\Delta\varphi = 0$ . У цьому випадку формули (3) і (4) набувають невизначеності виду  $0/0$ . Розкривши невизначеність, дістанемо:

$$A_{\text{гол}} = N A_1; \quad I_{\text{гол}} = N^2 I_1,$$

тобто інтенсивність максимумів у цьому напрямку в  $N^2$  разів перевищує інтенсивність хвилі від однієї щілини в тому самому напрямку. Таке саме збільшення інтенсивності в точці спостереження відбувається і за умови

$$\frac{\Delta\varphi}{2} = k\pi,$$

тобто, якщо

$$d \sin \varphi = k\lambda, \quad (6.5)$$

де  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$  У напрямках, які задаються цією умовою, також дістаємо максимуми, інтенсивність яких в  $N^2$  разів більша за інтенсивність хвилі від однієї щілини в тому самому напрямку. Ці максимуми називаються головними максимумами дифракційної решітки, а ціле число  $k$  називається порядком головного максимуму, або порядком спектра, дифракційної решітки. Формула (5) називається умовою головних максимумів дифракційної решітки або основною формулою дифракційної решітки.

З формули дифракційної решітки (6.5) випливає, що максимальний порядок, який можна спостерігати, визначається так:

$$k \leq d/\lambda.$$

Умова (6.5) визначає напрямки, в яких випромінювання від усіх щілин решітки надходять в точку спостереження з однаковими значеннями фази і тому посилюють одне одного. У цих напрямках при деяких значеннях  $k$  можуть і не спостерігатися максимуми. Таке відбувається, якщо в заданому напрямі інтенсивність хвилі від однієї щілини  $I_1 = 0$ . Наприклад, якщо  $a = b$  і порядки максимумів решітки парні ( $k = 2n$ ), тоді  $d = 2b$  і умова головних максимумів для решітки набуває вигляду  $2b \sin \varphi = 2n\lambda$ . Однак це є не що інше як умова дифракційного мінімуму на щілині (6.1). Таким чином, у цьому напрямі жодна щілина, а отже, і решітка загалом не випромінює, тому парні максимуми дифракційної решітки не спостерігаються.

Значення виразів (3) і (4) дорівнюють нулю, якщо

$$\sin\left(\frac{N\Delta\varphi}{2}\right) = 0, \text{ але } \sin\frac{\Delta\varphi}{2} \neq 0,$$

тобто, якщо

$$\frac{N\Delta\varphi}{2} = (Nk + p)\pi.$$

Тоді

$$d \sin \varphi = \left(k + \frac{p}{N}\right)\lambda, \quad (6.6)$$

де  $p = 1, 2, 3, \dots (N - 1)$ . Формула (6.6) називається умовою дифракційного мінімуму. Тобто в напрямках, які задаються цією умовою, утворюються дифракційні мінімуми.

Якщо дифракційна решітка освітлюється білим світлом, то для різних значень довжин хвиль  $\lambda$  положення всіх головних максимумів (*max*), окрім центрального, різні. Тому центральний максимум має вигляд білої смуги, а решітка – різнокольорових смуг, які називаються дифракційними спектрами першого, другого і наступних порядків. Центральний максимум – один, а максимумів інших порядків – два і вони розміщуються на екрані симетрично відносно нульового (рис. 6.4). У межах кожного порядку колір змінюється від фіолетового біля внутрішнього краю до червоного – біля зовнішнього краю.

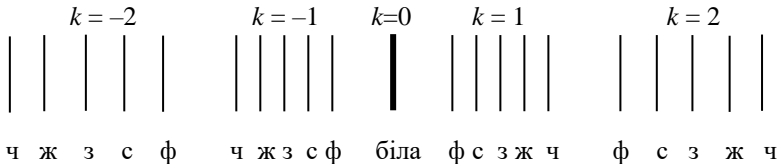


Рис. 6.4

Цю властивість дифракційної решітки використовують для визначення частот або довжин хвиль випромінювань, тобто дифракційна решітка є спектральним приладом. Основними характеристиками будь-якого спектрального приладу є кутова дисперсія і роздільна здатність.

Кутовою дисперсією називається кутова відстань між двома спектральними лініями, довжини хвиль яких відрізняються на одиницю (наприклад,  $1\text{ \AA}$ ):

$$D_{\varphi} = \frac{d\varphi}{d\lambda}.$$

Продиференціюємо умову головного максимуму за  $\varphi$  і за  $\lambda$  :

$$d \cos \varphi d\varphi = k d\lambda .$$

Перепишемо це рівняння у вигляді:

$$D_{\varphi} = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi} .$$

Із збільшенням порядку спектра збільшується кутова дисперсія дифракційної решітки, тобто збільшується кутова (і лінійна) відстань між спектральними лініями, тобто спектр на екрані розтягується.

Роздільна здатність характеризує властивість спектрального приладу, яка дає змогу спостерігати окремо в одному порядку дві спектральні лінії, довжини хвиль яких дуже близькі, тобто дорівнюють  $\lambda$  і  $\lambda' = \lambda + \delta\lambda$ . Роздільна здатність визначається за формулою:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} .$$

Для дифракційної решітки існує критерій спектральної роздільності, який запропонував Релей: спектральні лінії з близькими значеннями довжин хвиль  $\lambda$  і  $\lambda'$  спостерігаються окремо, якщо головний максимум дифракційної картини для однієї довжини хвилі ( $\lambda'$ ) збігається за своїм положенням із сусіднім дифракційним мінімумом у тому самому порядку для другої довжини хвилі ( $\lambda$ ).

Умова дифракційного максимуму для довжини хвилі  $\lambda'$  має вигляд:

$$d \sin \varphi_{\max} = k\lambda' .$$

Умова сусіднього мінімуму така:

$$d \sin \varphi_{\min} = \left( k + \frac{1}{N} \right) \lambda .$$

За критерієм Релея

$$k(\lambda + \delta\lambda) = \left( k + \frac{1}{N} \right) \lambda .$$

Після перетворень дістаємо формулу для визначення роздільної здатності дифракційної решітки:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN .$$

Сталу дифракційної решітки  $d$  можна визначити через кількість щілин так:

$$d = \frac{l}{N},$$

де  $l$  – ширина решітки. Кількість щілин дифракційної решітки визначається так:

$$N = \frac{l}{d}.$$

Тоді формулу для визначення роздільної здатності решітки можна записати ще й так:

$$R = k \frac{l}{d}. \quad (6.7)$$

Таким чином, роздільна здатність дифракційної решітки пропорційна до порядку спектра  $k$  і кількості щілин  $N$ . Найкращі дифракційні решітки мають до 1200 штрихів на 1 мм. Окрім прозорих решіток бувають ще відбивальні решітки, при виготовленні яких штрихи наносяться алмазним різцем на поверхню металевго дзеркала.

### **Порядок виконання роботи та обробка результатів вимірювання**

**Завдання 1.** Визначення сталої дифракційної решітки.

1. На оптичній лаві встановити лазер, дифракційну решітку, екран з міліметровою шкалою. Увімкнути лазер.
2. Спрямувати випромінювання лазера на дифракційну решітку й отримати на екрані дифракційну картину.
3. Виміряти на екрані за міліметровою шкалою відліки, які відповідають першому максимуму праворуч і ліворуч від нульового. Результати занести до табл. 6.1.
4. Аналогічно виміряти на екрані за міліметровою шкалою відліки, які відповідають другому і третьому максимумам праворуч і ліворуч від нульового. Результати занести до табл. 6.1.
5. Відстань між дифракційними максимумами визначається як сума правого і лівого відліків відповідно для кожного порядку.
6. Вимірювання виконати тричі.
7. Виміряти відстань від дифракційної решітки до екрана  $l$ .

Таблиця 6.1

Порядок максимуму, $k$	Лівий відлік	Правий відлік	$X_k, \text{мм}$	Середнє значення $X_{\text{ср}}, \text{мм}$	Відстань до екрану $l, \text{м}$	Стала дифракційної решітки, м			
						$d$	$d_{\text{ср}}$	$\Delta d$	$\varepsilon, \%$

8. Стала дифракційної решітки визначається за формулою:

$$d = \frac{2k\lambda}{x_{\text{ср}}} .$$

9. Визначити похибку вимірювань сталої дифракційної решітки. Результати занести до табл. 6.1.

**Завдання 2.** Визначення роздільної здатності дифракційної решітки.

1. Виміряти лінійкою ширину дифракційної решітки  $l$ .
2. Обчислити за формулою (6.7) роздільну здатність дифракційної решітки для трьох порядків. Результати записати до табл.16..

### Питання для самоконтролю

1. Що називається дифракцією світла? Яка умова спостереження дифракції світла?
2. Записати формулу умови максимуму та мінімуму для дифракції на щілині?
3. Як виготовляються дифракційні решітки? Довести формулу дифракційної решітки.
4. Що називається дисперсією дифракційної решітки і від чого вона залежить? Вивести формулу.
5. Що називається роздільною здатністю дифракційної решітки і від чого вона залежить? Вивести формулу.
6. Яке застосування дифракційної решітки?
7. Як за допомогою дифракції вивчається структура кристалічних тіл?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №7

### Визначення сталої Планка методом затримувального потенціалу

**Мета роботи:** вивчити закони зовнішнього фотоефекту; виміряти значення затримувального потенціалу при різних частотах падаючого на фотокатод світла; обчислити за отриманими експериментальними даними сталу Планка.

**Прилади і матеріали:** установка для вивчення зовнішнього фотоефекту ФПК-10.

### Теоретичні відомості

**Зовнішнім фотоелектричним ефектом** називається явище виривання електронів з поверхні речовини під дією світла.

Столетов на підставі експериментів установив такі закони зовнішнього фотоефекту:

1. Кількість фотоелектронів  $n$ , які вириваються з катода за одиницю часу, пропорційна до інтенсивності світла.
2. Максимальна початкова швидкість  $v_{\max}$  фотоелектронів визначається частотою світла і не залежить від його інтенсивності.
3. Для кожної речовини існує червона межа фотоефекта, тобто мінімальна частота  $\nu_0$  або максимальна довжина хвилі  $\lambda_{\text{чер}}$  світла, при якій ще спостерігається зовнішній фотоефект.
4. Фотоефект – явище безінерційне, тобто електрони вилітають миттєво ( $10^{-8}$  сек) після падіння світла на поверхню речовини.

Але спроба пояснити встановлені дослідним шляхом закономірності на основі класичної хвильової електромагнітної теорії не дала очікуваних результатів.

З точки зору класичної фізики ефект має залежати від властивостей речовини і кількості енергії, яку поглинає одиниця поверхні речовини. Але зовсім немає значення, якого типу випромінювання поглинається речовиною, тобто фотоефект мав би спостерігатися при всіх значеннях довжин хвиль. Досліди ж доводять, що він суттєво залежить від спектрального складу випромінювання. Вперше, у 1905 р. А. Ейнштейн, ґрунтуючись на

квантових уявленнях, пояснив механізм фотоелектру і сформулював основні положення квантової теорії фотоелектру:

– випромінювання складається з матеріальних частинок, “квантів випромінювання” або “фотонів”. Енергія кожного фотона випромінювання певної частоти  $\nu$  дорівнює:

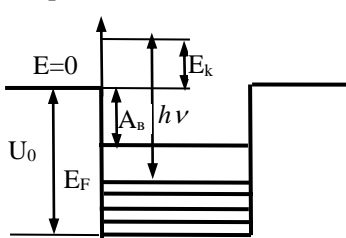
$$\varepsilon = h\nu,$$

де  $h$  – та сама стала, яку ввів Планк при поясненні законів теплового випромінювання (стала Планка). Корпускулярні властивості має саме випромінювання. Енергія випускається під час випромінювання порціями  $h\nu$  саме тому, що ніяких інших порцій випромінювання частотою  $\nu$  в природі існувати не може. Монохроматичне випромінювання частотою  $\nu$  складається завжди із цілої кількості фотонів, енергія кожного з них дорівнює  $h\nu$ . Таке випромінювання випускається і поглинається тільки порціями енергії  $h\nu$ ;

– під час поглинання випромінювання частотою  $\nu$  кожен із електронів речовини може поглинути один фотон, набуваючи при цьому енергію  $h\nu$ ;

– якщо енергії фотона достатньо для того, щоб електрон міг виконати роботу виходу, буде спостерігатися фотоелектр.

Фотоелектричний ефект відноситься до квантових явищ і пояснюється на основі квантової теорії світла та електронної теорії твердого тіла.



У твердому тілі (метал) електрони знаходяться в деякій потенціальній ямі глибиною  $U_0$  (рис.7.1). Поверхневі сили, які утримують електрони всередині кристалічної решітки речовини, обумовлені притяганням електрона,

який виходить, до „дзеркального” заряду, збудженого електростатичною індукцією і

дією від’ємного заряду. Згідно з квантовою теорією металів, вільні електрони в потенціальній ямі заповнюють дискретний ряд рівнів енергії. При низьких температурах ( $T \rightarrow 0$ ) заповненими будуть всі нижні рівні, майже до рівня  $E_f$ , який називають рівнем Фермі.

Для виходу електрона за межі металу з рівня Фермі треба надати йому додаткової енергії, достатньої для подолання

потенціального бар'єру. Мінімальна додаткова енергія, достатня для подолання потенціального бар'єру із рівня Фермі, називається роботою виходу  $A_{\text{вих}}$ . Величина  $A_{\text{вих}}$  залежить від властивостей кристалічної решітки і від стану поверхні металу.

Із квантової теорії випливає закон збереження енергії при фотоелектрному ефекті або рівняння Ейнштейна для фотоелектру:

$$h\nu = A_{\text{вих}} + \frac{m v_{\text{max}}^2}{2}, \quad (7.1)$$

де  $m$  – маса спокою фотоелектрона;  $v_{\text{max}}$  – максимальна швидкість фотоелектрона. Найбільшу швидкість і кінетичну енергію будуть мати електрони, які вириваються з самого верхнього енергетичного рівня в металі. **Закон збереження енергії** для таких електронів формулюється так: енергія падаючого на поверхню речовини фотона витрачається на виконання роботи виходу електроном з поверхні металу і надання фотоелектрону кінетичної енергії.

За рівнянням Ейнштейна дуже легко пояснити другий і третій закони фотоелектру. Із рівняння (7.1) випливає, що при  $v_{\text{max}} = 0$

$$\nu_0 = \frac{A_{\text{вих}}}{h},$$

звідки довгохвильова червона межа фотоелектру для будь-якого металу

$$\lambda_c = \frac{hc}{A_{\text{вих}}}, \quad (\text{закон Міллікена}) \quad (7.2)$$

Оскільки  $A_{\text{вих}} = \text{const}$  (для даного металу), то із рівняння 7.1 випливає

$$\frac{m v_{\text{max}}^2}{2} \sim h\nu, \quad (\text{закон Ейнштейна}),$$

причому залежність кінетичної енергії електрона від частоти світла лінійна. Отже, фотон – це частинка світла, яка має такі характеристики:

1. Швидкість фотона  $v$  дорівнює швидкості світла  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с.
2. Фотон – релятивістська частинка, тоді його маса має визначатися за формулою:

$$m_{\text{ф}} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

де  $m_0$  – маса спокою фотона.

Враховуючи, що швидкість фотона дорівнює швидкості світла виходить, що його маса  $m_\phi$  прямує до нескінченності. Такий вид невизначеності вища математика розв'язує за умови, що **маса спокою фотона дорівнює нулю:  $m_0 = 0$** . Це означає, що фотон, як частинка світла, завжди рухається із швидкістю світла.

3. Енергія одного фотона як кванта світла дорівнює:  $\varepsilon = h\nu$ . Однак, енергія будь-якої релятивістської частинки визнається за формулою:  $\varepsilon = mc^2$ . Якщо фотон одночасно частинка і квант світла, отримаємо формулу для визначення **маси  $m_\phi$**  фотона:

$$h\nu = m_\phi c^2, \text{ тоді } m_\phi = \frac{h\nu}{c^2}.$$

4. Імпульс фотона дорівнює добутку маси на швидкість:

$$p = m_\phi c = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}.$$

Отже, ми бачимо, що характеристики частинок – маса, імпульс – у фотона залежать від частоти або довжини хвилі світла. Така властивість називається **корпускулярно-хвильовим дуалізмом світла**, тобто світло має властивості частинки і хвилі одночасно. “Межа” розділу цих властивостей – це частота світла. Із збільшенням частоти світла корпускулярні властивості світла виявляються сильніше і, навпаки, із зменшенням частоти світла виявляються сильніше хвильові властивості. Тому вперше явище фотоелектричного ефекту спостерігалось саме при опроміненні металевого катода ультрафіолетовим випромінюванням.

Фотоефект широко застосовується в науці і техніці для реєстрації і зміни світлових потоків, для перетворення енергії світла в енергію електричного поля. Використання фотоефекта дало можливість здійснити звукове кіно, телебачення, бачення в темряві. Використовують фотоелементи з зовнішнім фотоефектом, в яких падаюча на поверхню катода світлова енергія перетворюється в енергію електричного струму. Електричний опір напівпровідників зменшується під час опромінення; цю властивість використовують у фотоопорах. Виникнення фото-е.р.с. під час опромінення області контакту двох різних напівпровідників використовують у фотодіодах для безпосереднього перетворення світлової енергії в електричну. Фотоелектронні помножувачі, які посилюють у багато разів початковий фотострум, дають

можливість реєструвати випромінювання дуже малої інтенсивності – навіть один квант.

### Метод та експериментальна установка

У роботі для вивчення фотоелектричного ефекту використовують вакуумний сурм'яно-цезієвий фотоелемент. Він являє собою скляний балон, повітря з якого відкачано до тиску  $10^{-7}$  мм рт.ст. (рис. праворуч). На одну частину внутрішньої поверхні балона наносять тонкий прошарок сурми, а потім тонкий прошарок цезію. Утворене сполучення слугує катодом. У цього катода невелика робота виходу і червона межа фотоелемента знаходиться у видимій частині спектра. У центрі балона знаходиться металевий анод. Якщо на катод спрямувати пучок світла та створити між анодом і катодом різницю потенціалів, тоді випромінювані катодом електрони будуть прискорюватися електричним полем і прямувати до анода, з'явиться електричний струм (фотострум).



Рис. 7.2

На рис. 7.2 зображено експериментальну установку ФПК-10. Вона складається із фотоелемента і освітлювача зі змінними світлофільтрами. Між анодом та катодом фотоелемента за допомогою батареї створюється затримувальна напруга, яка вимірюється вольтметром (ліве віконце). Зміна фотоструму в колі

реєструється міліамперметром (праве віконце). За допомогою світофільтра виділяються з білого світла промені певної жовжини хвилі.

За допомогою установки, поданої на рис.7.2 можна вимірювати силу фотоструму в залежності від затримувальної напруги при освітленні фотоелемента світловим потоком різного спектрального складу, також визначити затримувальний потенціалу  $U_3$  для різних довжин хвиль  $\lambda$ . З вольт-амперної характеристики вакуумного фотоелемента, яка одержана експериментально рис. 7.3 бачимо, що при відсутності електричного поля ( $U=0$ ) між анодом і катодом у колі тече струм.

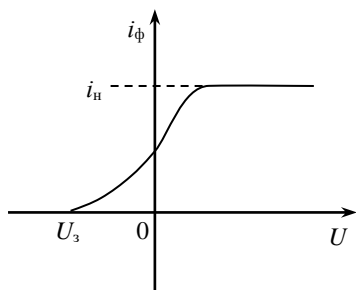


Рис. 7.3

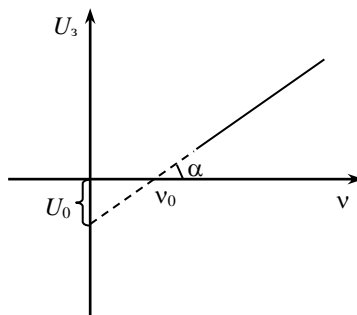


Рис. 7.4

Це вказує на те, що деякі електрони, визволені світлом з фотокатода, мають достатню енергію, щоб долетіти до анода.

Щоб фотострум у колі припинився, необхідно між фотокатодом і анодом створити затримувальне електричне поле з різницею потенціалів  $U_3$ . За умови, що робота сил затримувального поля стає рівною максимальній кінетичній енергії електронів, тобто:

$$eU_3 = \frac{mv^2}{2}$$

електрони не попадають на анод, і фотострум у колі дорівнює нулю.

З рівняння Ейнштейна для фотоелектричного ефекту виходить, що

$$h\nu = A_{\text{вих}} + eU_3,$$

звідки

$$U_3 = \frac{h\nu}{e} - \frac{A_{\text{вих}}}{e}. \quad (7.3)$$

Таким чином, величина затримувального потенціалу  $U_3$  залежить тільки від частоти світла  $\nu$  і зростає при її збільшенні. Рівняння (7.3) являє собою рівняння прямої лінії:

$$U_3 = kx - b.$$

Значення  $\frac{h}{e}$  дорівнює тангенсу кута нахилу  $tg\alpha = k$  прямої

$U_3 = f(\nu)$  до осі  $x$ , а величина  $b = \frac{A_{\text{вих}}}{e}$  – відрізка  $U_0$  на осі  $U_3$ , що відтинається цією прямою. Точка перетину прямої  $U_3 = f(\nu)$  з віссю абсцис визначає граничну частоту фотоефекту  $\nu_0$  (рис. 7.4).

### **Порядок виконання роботи та обробка результатів вимірювання**

**Завдання 1.** Вимірювання затримувального потенціалу для різних частот світла, що падає на фотокатод.

1. Встановити зелений світлофільтр і увімкнути джерело світла (рис.7.2).
2. На панелі приладу натиснути кнопку «обр.».
3. При значенні затримувальної напруги 0 В (ліве віконце) записати максимальне значення сили фотоструму (праве віконце).
4. Встановити затримувальну напругу, яка дорівнює 0,05 В. Виміряти відповідне цій напрузі значення сили фотоструму. Потім збільшити значення затримувальної напруги ще на 0,05 В та виміряти відповідне значення сили фотоструму. Далі збільшувати значення затримувальної напруги через кожні 0,05 В доти, поки сила фотоструму не дорівнюватиме 0. Усі вимірювання напруги і сили струму занести до табл.7.1. Аналогічні вимірювання зробити для всіх світлофільтрів .
5. Довжину хвилі  $\lambda$  і частоту пропускання  $\nu$  світлофільтрів записати в табл.7.1.
6. Побудувати для кожного світлофільтра за даними табл. 7.1, графік залежності сили фотоструму від затримувальної напруги, відкладаючи по осі ординат  $i$ , а по осі абсцис –  $U$ .
7. Визначити затримувальну напругу  $U_3$ , відповідно до кожного з досліджуваних світлофільтрів за графіком залежності  $i=f(U)$ .

Затримувальна напруга знаходиться, екстраполюючи прямолінійну

Таблиця 7.1

Світлофільтр (колір) $\lambda =$ $\nu =$	м Гц	$U$ , (В)	0	0,05	0,1	...
		$i$ , (mA)				

частину графіка до перетину з віссю абсцис. Знайдені значення  $U_3$  занести до табл.7.2.

Таблиця 7.2

Світлофільтр (колір)	$\nu$ , Гц	$U_3$ , В	$A_{\text{вих}}$ , eB	$\nu_0$ , Гц

**Завдання 2.** Визначення сталої Планка за вимірними значеннями затримувальної напруги.

Побудувати графік залежності  $U_3 = f(\nu)$  можна двома способами.

*Перший спосіб.* Нанести експериментальні точки на графік. Значення частоти світла  $\nu$  для кожного світлофільтра відкласти по осі  $x$ , відповідні значення  $U_3$  – по осі  $y$ , по точкам побудувати пряму. У реальних умовах досліду точки не попадають на одну пряму, бо існує похибка вимірювань. Тому потрібно накреслити пряму, яка найменше відхиляється від експериментальних точок. За графіком визначити тангенс кута нахилу отриманої прямої до осі  $x$ . З рівняння (7.3) випливає, що  $\text{tg}\alpha = \frac{h}{e}$ , звідки  $h = e\text{tg}\alpha$ .

*Другий спосіб.* Побудувати пряму за методом найменших квадратів. Пряму, яка найменше всього відхиляється від експериментальних точок, можна побудувати за коефіцієнтами  $k$  і  $b$ , значення яких визначають за формулами:

$$k = \frac{n \sum_i x_i y_i - \sum_i x_i \sum_i y_i}{n \sum_i x_i^2 - \left( \sum_i x_i \right)^2};$$

$$b = \frac{\sum_i^n x_i^2 \sum_i^n y_i - \sum_i^n x_i \sum_i^n x_i y_i}{n \sum_i^n x_i^2 - \left( \sum_i^n x_i \right)^2},$$

де  $n$  – кількість експериментальних точок.

Метод найменших квадратів дозволяє вибрати пряму, яка найкраще апроксимує дані експериментальні точки. В цьому випадку  $x_i$  – значення частот  $\nu_i$ ;  $y_i$  – значення затримувальної напруги  $U_{zi}$ :

$$k = \frac{n \sum_i^n \nu_i U_{zi} - \sum_i^n \nu_i \sum_i^n U_{zi}}{n \sum_i^n \nu_i^2 - \left( \sum_i^n \nu_i \right)^2};$$

$$b = \frac{\sum_i^n \nu_i^2 \sum_i^n U_{zi} - \sum_i^n \nu_i \sum_i^n \nu_i U_{zi}}{n \sum_i^n \nu_i^2 - \left( \sum_i^n \nu_i \right)^2}.$$

Таким чином, коли знайдено коефіцієнти  $k$  і  $b$ , можна знайти значення  $h$  і  $\nu_0$ , а також  $A_{\text{вих}}$  за формулами:

$$h = ek; \quad \nu_0 = \frac{b}{k}; \quad A_{\text{вих}} = be.$$

Результати занести до табл. 7.2.

**Завдання 3.** Визначення червоної межі фотоелектру для різних фотокатодів графічним методом.

За графіком, побудованим за даними експерименту, визначити червону межу фотоелектру для елементів з відомою роботою виходу  $A_{\text{вих}}$ :

- цезій – 1,9 еВ;
- натрій – 2,3 еВ;
- калій – 2,2 еВ;
- кальцій – 2,7 еВ.

Результати занести до табл. 7.3.

Таблиця 7.3

Назва елемента	$A_{\text{вих}}$ , еВ	$\nu_0$ , Гц

## Питання для самоконтролю

1. Що називають фотоелектричним ефектом?
2. Які існують види фотоелектричного ефекту?
3. Які закономірності зовнішнього фотоелектричного ефекту?
4. Яка теорія фотоелектричного ефекту? Напишіть рівняння Ейнштейна для фотоелектричного ефекту та поясніть його.
5. Сформулюйте закони зовнішнього фотоелектричного ефекту, які витікають із рівняння Ейнштейна.
6. У чому полягає квантова теорія світла? Що таке фотон і які його характеристики?
7. Що таке робота виходу електрона та потенціал виходу і від чого вони залежать?
8. Що таке гранична частота та червона межа фотоелектричного ефекту?
9. Що таке затримувальний потенціал і від чого він залежить?
10. Від чого залежить червона межа фотоелектричного ефекту фотокатода?
11. Назвіть застосування фотоелектричного ефекту в науці та техніці.
13. У чому полягає метод визначення сталої Планка?
14. Як можна використовувати на практиці залежність  $U_s = f(\nu)$ ?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА 8

### Вивчення залежності електричного опору металів і напівпровідників від температури

**Мета роботи.** Ознайомитися з основами теорії провідності металів і напівпровідників; визначити температурний коефіцієнт опору металевого резистора та ширину забороненої зони напівпровідника.

**Пристрої та приладдя:** установка ФПК-07.

### Теоретичні відомості

**Напівпровідники** – широкий клас речовин, що по величині питомої провідності займають *проміжне місце* між провідниками і діелектриками: у металах провідність  $\sigma > 10^5$  См/м, а для діелектриків  $\sigma < 10^{-10}$  См/м (провідність зазначена при кімнатній температурі). Характерною рисою напівпровідників, що відрізняє їх від металів, є зростання провідності  $\sigma$  з ростом температури. Як правило, зростання  $\sigma(T)$  експонентне і спостерігається у широкому інтервалі температур:

$$\sigma = \sigma_0 \exp(-E_g/2k_B T),$$

де  $E_g$  – енергія активації електронів. З формули видно, що поблизу абсолютного нуля температури ( $T \approx 0$ ) напівпровідники мають властивості ізоляторів:  $\sigma \approx 0$ .

Температурна залежність  $\sigma$  виникає внаслідок розриву зв'язку електронів у кристалічній решітці, так що частина електронів, пропорційна  $\exp(-E_g/2k_B T)$ , стає вільними носіями заряду. Зв'язок електронів у кристалі напівпровіднику може бути розірваним не тільки тепловим рухом, але й різними зовнішніми впливами: світлом, потоком швидких частинок, сильним електричним полем і т. ін. Крім значної температурної залежності напівпровідники відрізняються від провідників також різкою залежністю провідності від концентрації домішок та різних видів випромінювання. Саме тому для напівпровідників характерна висока чутливість електропровідності до зовнішніх впливів, а також до концентрації домішок і дефектів у кристалах, оскільки енергія активації електронів, локалізованих поблизу домішок або дефектів, істотно менша, ніж енергія активації електронів в ідеальному кристалі. Можливість у широких межах керувати електропровідністю напівпровідників електричним і магнітним полями, зміною температури, введенням домішок тощо є основою їх численних і різноманітних застосувань.

Напівпровідникові матеріали поділяються за хімічним складом на неорганічні і органічні, а за структурою – на кристалічні, аморфні і рідинні напівпровідники (останні тут не розглядаються). Найбільше практичне застосування знаходять неорганічні кристалічні напівпровідники, що у свою чергу розділяються на кілька основних груп.

**Моноелементні напівпровідники.** Найбільш важлива частина моноелементних напівпровідників належать до **IV** групи елементів: вуглець С (графіт і алмаз), кремній Si, германій Ge, сіре олово  $\alpha$ -Sn. Графіт по електричних властивостях близький до провідників ( $E_g < 0,1$  eВ), а чисті природні алмази є діелектриками. Однак *штучні алмази* за рахунок домішок, що у них вводяться, здобувають властивості напівпровідників.

Найважливіші представники цієї групи – Ge і Si – мають кристалічну решітку типу алмазу. Вони утворюють між собою безперервний ряд твердих розчинів Ge–Si, які також мають напівпровідникові властивості. До моноелементних напівпровідників III групи умовно належать бор В; V групи –

фосфор P, арсен As і сурма Sb; VI групи – сірка S, селен Se та телур Te, а до VII групи – йод J.

**Напівпровідникові хімічні сполуки.** Кристалічна структура багатьох таких сполук характеризується тетраедричною координацією атомів, як це має місце й у ґратці типу алмазу. Тому такі напівпровідникові сполуки одержали назва *алмазоподібних* напівпровідників. Серед них найбільший науковий і практичний інтерес представляють *бінарні* сполуки ( $A^{III}B^V$ ,  $A^{IV}B^{VI}$ ), що у даний час є найважливішими матеріалами напівпровідникової оптоелектроніки. Сучасні технології напівпровідників використовують також *трійні* і більш складні хімічні сполуки.

Більшість алмазоподібних напівпровідників, що мають близькі властивості, утворюють між собою ізовалентні *тверді розчини*. У твердих розчинах через зміну складу сполуки можна плавно й у досить широких межах керувати найважливішими властивостями напівпровідників, зокрема, шириною забороненої зони і мобільністю (рухливістю) носіїв заряду. Це відкриває додаткові можливості для оптимізації параметрів напівпровідникових приладів, дозволяє домогтися кращого узгодження фізичних характеристик різних компонентів електронної апаратури.

**Аморфні напівпровідникові матеріали.** Типовими представниками цієї групи є склоподібні напівпровідники – халькогенідні й оксидні. До *халькогенідних* відносяться сплави Tl, P, As, Sb, Bi з S, Se та Te. Вони характеризуються широким діапазоном значень електричної провідності, низькими температурами розм'якшення, стійкістю до кислот і луг. Типові представники – тверді розчини  $As_2Se_3$ - $As_2Te_3$  і  $Tl_2Se$ - $As_2Se_3$ .

*Оксидні* склоподібні напівпровідники, наприклад, сполука типу  $V_2O_5$ - $P_2O_5$ - $RO_x$  (R-метал I-IV групи) характеризуються електричною провідністю  $10^{-4}$ - $10^{-5}$  Ом $^{-1}$ см $^{-1}$ . Усі склоподібні напівпровідники мають електронну провідність, виявляють фотопровідність і термо-електрорушійну силу (термо-ЕРС). При повільному охолодженні вони звичайно перетворюються у кристалічні напівпровідники.

### **Елементи зонної теорії напівпровідників**

Сукупність атомів, яка утворює структуру з далеким порядком у розташуванні атомів, без дефектів і необмежену у просторі, називають *ідеальною кристалічною решіткою*. Реальну

структуру з далеким порядком, обмежену у просторі і, до певної міри, дефектну називають *монокристалом* або просто *кристалом*.

Ізольований атом є потенціальною ямою, в якій електрон займає один із дискретних енергетичних станів. Енергетичну схему кристала можна подати у вигляді періодично розташованих потенціальних ям, розділених потенціальними бар'єрами. У кристалах відстань між атомами дуже мала ( $r_0 \sim 0,1$  нм), у зв'язку з чим кожний із них виявляється в сильному полі сусідніх атомів. На прикладі кристала Na можна проілюструвати вплив цього поля на енергетичні рівні електронів кожного атома (рис 8.1).

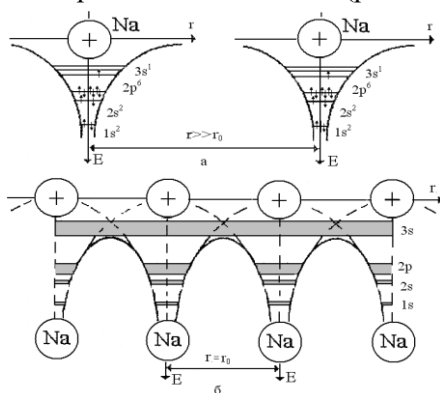


Рис. 8.1.

На рис. 8.1 подана схема енергетичних рівнів для атомів натрію: а – вільні атоми; б – зниження висоти потенціального бар'єру, утворення енергетичних зон.

Якщо відстань між атомами  $r \gg r_0$ , то електрони розміщені на енергетичних рівнях, ширина яких  $\Delta E \approx 0$ . Величина  $\Delta E$  визначає ширину енергетичного рівня, якщо відомий час знаходження на ньому електрона. В ізольованому атомі електрон в нормальному (незбудженому) стані може знаходитись як завгодно довго, і ширина енергетичного рівня  $\Delta E$  буде як завгодно мала.

Коли утворюється кристал ( $r \approx r_0$ ), то різниця між повною енергією електрона в атомі і висотою потенціального бар'єра меншає, а сам бар'єр звужується настільки, що стає можливим тунельний перехід електронів із одного атома в інший. Імовірність тунельного ефекта значна для валентних електронів і мала для електронів внутрішніх електронних оболонок атомів. Таким чином, валентні електрони в кристалі не локалізовані в конкретному атомі,

а переходять від одного атома до іншого, тобто переміщуються від вузла до вузла кристалічної решітки. Швидкість такого руху  $\sim 10^5$  м/с, і знаходиться електрон в даному вузлі впродовж  $10^{-15}$  с. Але принцип Паулі при цьому не порушується, оскільки відбувається якісна зміна енергетичних рівнів електронів в атомах. Зменшення  $\Delta t$  до  $10^{-15}$  с у відповідності до співвідношення невизначеностей для енергії  $\Delta E \cdot \Delta t \geq h/2$  приведе до збільшення ширини енергетичного рівня електрона в кристалі до  $\Delta E \approx 1$  еВ. Отже, енергетичний рівень електрона при утворенні кристала із окремих атомів *розщеплюється в енергетичну зону*. *Енергетична зона - це система дискретних енергетичних рівнів*.

Наприклад, коли утворюється кристал Na, потенціальний бар'єр знижується нижче положення рівня 3s-електронів, і енергетичні рівні розщеплюються з утворенням енергетичних зон. Таким чином, валентні 3s-електрони стають повністю узагальненими, або вільними. Імовірність розміщення таких електронів у будь-якій точці решітки однакова.

На рис. 8.2, показано найбільш простий випадок утворення енергетичних зон із дискретних атомних рівнів.

Видно, що вищі рівні розщеплюються сильніше, що відповідає тому порядку, в якому електронні підоболонки атомів взаємодіють між собою при зближенні атомів. Середні енергії смуг спочатку зменшуються, що свідчить про наявність сил притягання. Рівноважна відстань між атомами відповідає умовам мінімальної середньої енергії.

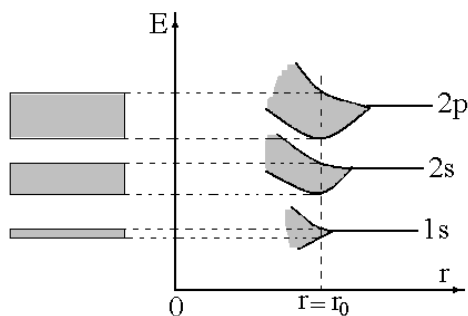


Рис. 8.2

Електрони у твердому тілі можуть мати тільки ті енергії, значення яких лежать всередині енергетичних смуг. Це так звані

зони дозволених енергій. Проміжки між ними являють собою енергії, яких електрони даних речовин набувати не можуть, їх називають *забороненими зонами*. Із збільшенням енергії електрона в атомі ширина дозволених зон збільшується, а ширина заборонених зон — зменшується.

Якщо електрон розміщений на енергетичному рівні вільного атома, то  $\Delta t \rightarrow \infty$ , а  $\Delta E \rightarrow 0$ , тобто зона має нульову ширину.

Якщо електрон розміщений на збудженому енергетичному рівні, то  $\Delta t \sim 10^{-8}$  с, а  $\Delta E \sim 10^{-7}$  еВ, тобто рівень розмивається в дуже вузьку зону.

Для колективізованих електронів у кристалі  $\Delta t \sim 10^{-15}$  с, а  $\Delta E \sim 1$  еВ, тобто валентний електрон змінює свою енергію у межах зони.

Якщо розглянути 1 моль одновалентної кристалічної речовини, то кількість вільних електронів буде дорівнювати числу Авогадро  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup>. Це означає, що зона розщеплюється на число рівнів із дуже малою відстанню між рівнями.

Усі *зони дозволених енергій* відокремлюються *зоною заборонених енергій*. На рис. 8.3 показано зони будови металу (а), напівпровідника(б) та діелектрика.

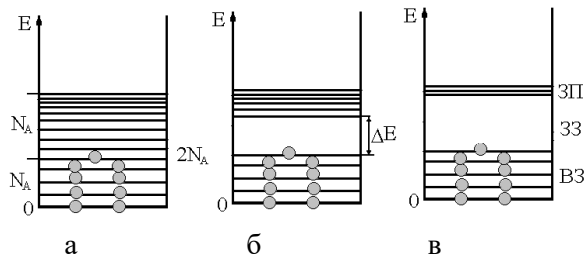


Рис. 8.3

Оскільки згідно із принципом Паулі на кожному підрівні може розміщуватися не більше двох електронів із протилежно орієнтованими спінами, то у зазначеній зоні одного моля кристала буде лише  $N_A/2$  підрівнів зайнято електронами, а решта  $N_A/2$  підрівнів будуть вільними. Таким чином, при збільшенні енергії електронів (після нагрівання або під впливом електричного поля) вони можуть переходити на вище розміщені підрівні, беручи участь у кінетичних явищах, у т. ч. і в електропровідності.

У двовалентних кристалах буде  $2N_A$  вільних електронів, дві зони дозволених рівнів, у кожній із яких буде  $N_A$  підрівнів. У результаті перша зона буде повністю заповнена електронами, а друга вільна. Якщо кристал є металом, то ці дві зони дотикаються, і електрони із першої зони (вона називається *валентною зоною*) будуть вільно переміщуватися по підрівнях другої зони (вона називається *зоною провідності*).

У напівпровідників та діелектриків зона валентності та зона провідності розділяються *забороненою зоною*. Якщо ширина цієї зони  $\Delta E \approx 1$  eВ, то це буде напівпровідник, а якщо  $\Delta E$  досягає декількох eВ, то це буде діелектрик (рис. 8.3).

Таким чином, між цими трьома типами кристалів немає якісної відмінності, вона лише кількісна у зв'язку з різним значенням ширини забороненої зони.

**Власна провідність напівпровідників.** Атоми типових *металів* характеризуються тим, що в них є один або кілька електронів, слабо зв'язаних з ядром. При зближенні атомів металу такі електрони *під дією сил взаємодії з сусідніми атомами* відщеплюються від своїх атомів. Вони належать вже не якому-небудь певному, а всьому металу в цілому і рухаються по металу в результуючому полі всіх іонів і електронів. Ці відщеплені електрони і є електронами провідності.

*В металах концентрація електронів практично не залежить від температури.* Навіть при найнижчих температурах у металах вже є велика кількість рухливих електронів. Це показує, що в утворенні електронів провідності в металах тепловий рух не відіграє істотної ролі.

Процес утворення електронів провідності в напівпровідниках розглянемо на прикладі кремнію як типового представника напівпровідників. Решітка кремнію має таке розміщення атомів, що кожний атом оточений чотирма найближчими сусідами. При підвищенні температури кристала теплові коливання решітки призводять до розриву деяких валентних зв'язків (*валентний або парно-електронний зв'язок* – це зв'язок двох сусідніх атомів зумовлений парою електронів). Внаслідок цього частина електронів, яка раніше брала участь в утворенні валентних зв'язків, відщеплюється і стає електронами провідності. При наявності електричного поля вони переміщуються проти поля і утворюють електричний струм.

Однак, крім процесу перенесення заряду за допомогою електронів провідності, можливий ще й інший механізм електропровідності. Він зумовлений тим, що всякий розрив валентного зв'язку веде до появи вакантного місця з відсутнім зв'язком. Такі «порожні місця» з відсутніми електронами зв'язку називаються *дірками*. Виникнення дірок у кристали напівпровідника утворює додаткову можливість для перенесення заряду: при наявності дірки будь-який з електронів зв'язку може перейти на місце дірки. Тоді на цьому місці буде відновлений нормальний зв'язок, але зате виникне дірка в іншому місці. В цю нову дірку в свою чергу зможе перейти будь-який з інших електронів зв'язку і т.д. Такий процес відбувається багато разів, внаслідок чого в утворенні струму братимуть участь не тільки електрони провідності, а й електрони зв'язку, які поступово переміщуються так само, як і електрони провідності, проти електричного поля. Самі ж дірки рухатимуться протилежно, в напрямі електричного поля, тобто так, як рухались би *позитивно* заряджені частинки. Цей процес називається *дірчастою провідністю*.

Отже, в напівпровідниках можливі два різні процеси електропровідності: *електронний*, що здійснюється рухом електронів провідності, і *дірчастий*, зумовлений рухом дірок. Розглянутий процес провідності в цілком чистих напівпровідниках, позбавлених хімічних домішок та інших дефектів решітки, називають *власною провідністю*. На рис.8.4 подано зонну діаграму (а) та плоску модель (в) кристалічної ґратки власного напівпровідника (кремнію).

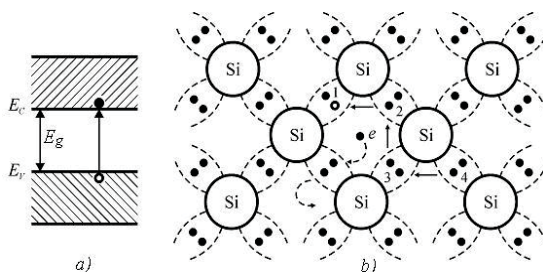


Рис.8.4

Поряд з переходами електронів із зв'язаного стану у вільний існують зворотні переходи, при яких електрон провідності займає одне з вакантних місць електронів зв'язку. Цей процес називають *рекомбінацією електрона і дірки*. В стані рівноваги встановлюється така концентрація електронів (і однакова з нею концентрація дірок), при якій число прямих і зворотних переходів за одиницю часу однакове.

**Домішкова провідність напівпровідників.** Розглянемо кремній з домішкою миш'яку. Атом миш'яку як елемент п'ятої групи має п'ять валентних електронів. Але для здійснення парно-електронних зв'язків у решітці кремнію потрібні тільки чотири електрони. Тому п'ятий електрон атома миш'яку зв'язаний особливо слабко і може бути легко відщеплений при теплових коливаннях решітки. При цьому виникає один електрон провідності, а атом миш'яку перетворюється в позитивно заряджений іон. Дірка при цьому не утворюється (рис.8.5в). Розглянемо тепер кремній з домішкою атома бору, який стоїть у третій групі. Атом бору має тільки три валентних електрони, тоді як для нормального валентного зв'язку в решітці кремнію потрібні чотири електрони. Четвертий електрон, якого не вистачає, буде захоплений з сусідніх місць кристала, у відповідному місці утвориться дірка, атом бору перетвориться у негативний іон. (рис.8.6в).

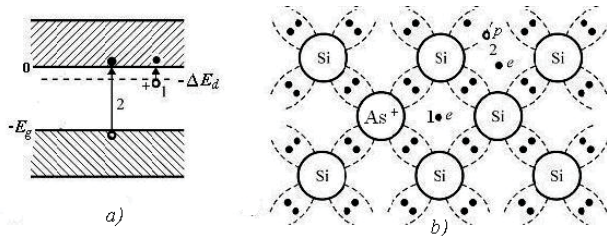


Рис.8.5

Отже, і при наявності бору в кристалі кремнію може виникнути струм, але, на відміну від випадку миш'яку, електричний струм буде зумовлений рухом дірок, а не електронів.

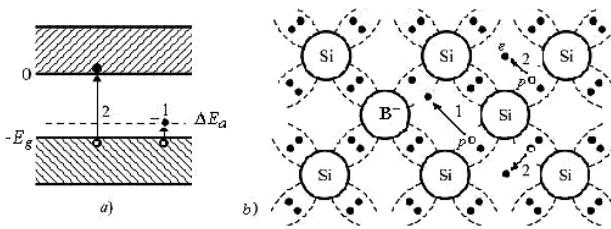


Рис.8.6

Таким чином, *електричний струм у напівпровіднику* – це напрямлений рух одночасно електронів і дірок під дією електричного поля.

Електропровідність напівпровідників зумовлена домішками (**домішкова провідність**), що призводять до виникнення електронів провідності (наприклад, миш'як у кремнії), називаються *донорними* домішками, а домішки, що призводять до виникнення дірок (наприклад, бор у кремнії), називаються *акцепторними*.

Якщо концентрація електронів у напівпровіднику значно більша від концентрації дірок, то говорять, що напівпровідник має *електронну провідність*, або провідність *n*-типу (від *negativ* – негативний). А коли переважають позитивні дірки, то електропровідність називається *дірчастою*, або *p*-типу (від *positiv* – позитивний). Носії заряду, яких є більше, (електрони в напівпровіднику *n*-типу і дірки в напівпровіднику *p*-типу), називаються *основними* носіями заряду, а ті, яких менше, – *неосновними*.

Якщо концентрації електронів і дірок конгруентні між собою, то маємо *мішану* провідність.

Домішковий напівпровідник, в якому концентрація іонізованих донорів та акцепторів рівна за величиною, називається *скомпенсованим*.

**Квантово-механічний механізм провідності напівпровідників.** Принципова різниця між металами та напівпровідниками полягає в наявності в енергетичному спектрі носіїв заряду напівпровідників *забороненої зони*, величина якої для різних напівпровідників лежить у межах від декількох десятих електрон-вольт до 3 еВ.

Для багатьох напівпровідників з підвищенням температури ширина забороненої зони зменшується за лінійним законом:

$$\Delta E = \Delta E_0 - \alpha T$$

де  $\Delta E_0$  – ширина забороненої зони при 0 К;  $\alpha$  – постійний коефіцієнт для даного напівпровідника.

Існують дві причини, що пояснюють температурну залежність ширини забороненої зони. Перша з них полягає в тому, що зі зміною температури змінюється амплітуда коливань атомів кристалічної решітки, унаслідок чого зі збільшенням температури ширина забороненої зони зменшується. Друга причина тісно пов'язана з першою та полягає в тому, що зміна температури призводить до зміни об'єму напівпровідника, тобто до зміни міжатомних відстаней. Ця обставина викликає у одного типу напівпровідників зі збільшенням температури звуження забороненої зони, у іншого – її розширення. Унаслідок одночасної дії фізичних чинників, що конкурують один з одним, остаточний ефект залежить від того, який з них переважає.

У металах, де зони перекриваються чи прилягають одна до одної, забороненої зони немає (рис.8.7а). Щодо ізоляторів, то між ними та напівпровідниками існує лише кількісна різниця (рис.8.7б,в). В діелектриках (ізоляторах) ширина забороненої зони перевищує 3 еВ.

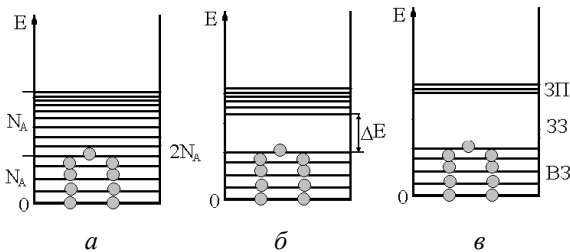


Рис.8.7

У напівпровідниках при 0 К і за відсутності інших зовнішніх дій електрони і дірки провідності відсутні. При підвищенні температури напівпровідника (або при будь-якому іншому способі збудження) починаються переходи електронів з донорних рівнів в зону провідності, з валентної зони на акцепторні рівні або з валентної зони в зону провідності. При цьому виникають

електрони провідності та дірки провідності, а при прикладанні зовнішньої напруги до напівпровідника в колі з'являється електричний струм.

*Густина електричного струму* визначається величиною заряду, який переносять електрони через переріз напівпровідника одиничної площі за одиницю часу:

$$j = env$$

де  $n$  – концентрація електронів у кристалі;  $v$  – середня швидкість електрона;  $E$  – напруженість електричного поля.

*Питома електропровідність кристала*  $\gamma$  – відношення густини струму  $j$  до напруженості поля, яке створює цей струм:

$$\gamma = \frac{j}{E}$$

**Температурна залежність електропровідності напівпровідників.** *Електропровідність металів при нагріванні зменшується, а напівпровідників і діелектриків – різко зростає.* Залежність  $\gamma(T)$  у напівпровідниках і діелектриках має експоненціальний характер (за винятком області домішкового виснаження). Крім того, при внесенні домішок у напівпровідники та діелектрики їх провідність зростає, тоді як електропровідність металів погіршується.

Істотну відмінність характеру температурної залежності питомої електропровідності напівпровідників, діелектриків і металів можна пояснити на основі співвідношення, яке пов'язує величину  $\gamma$  із концентрацією носіїв заряду  $n$  та їх рухливістю  $\mu$ :

$$\gamma = en\mu$$

Отже, температурна залежність величини  $\gamma$  визначається характером температурних залежностей концентрації носіїв заряду та їх рухливості.

*Рухливість* – це швидкість, якої набуває носій заряду в електричному полі одиничної напруженості.

В *металах* внаслідок металевого типу хімічного зв'язку між атомами всі або майже всі валентні електрони в металах вільні. При абсолютному нулі і при температурі плавлення концентрація вільних електронів у металах практично незмінна. Це означає, що на їх утворення тепловий рух не впливає. Концентрація електронів у металах  $10^{23}$  см<sup>-3</sup>, що зумовлює високу електропровідність металів навіть за низьких температур. Оскільки в металах концентрація носіїв заряду від температури не залежить, то

температурна залежність електропровідності  $\gamma$  визначається температурною залежністю рухливості. У чистих металах досконалої структури єдиною причиною, яка впливає на величину рухливості, є теплові коливання ґратки. Зі збільшенням температури зростає амплітуда теплових коливань атомів, а отже, і зв'язані з ними флуктуації періодичного поля кристалічної ґратки. Це підсилює розсіювання електронів і, відповідно, зменшує їх рухливість, що у свою чергу призводить до зменшення питомої електропровідності металів.

Значна залежність концентрації носіїв заряду в *напівпровідниках* від температури показує, що в цьому випадку електрони провідності виникають *під дією теплового руху*. На відміну від металів атоми напівпровідників побудовані так, що їх зовнішні електрони суттєво зв'язані з ядрами. Тому, коли ізольовані атоми зближаються, зовнішні електрони продовжують належати своїм атомам. Для того, щоб відірвати найслабше зв'язані електрони від атомів напівпровідника, перетворивши їх в електрони провідності, необхідно надати цим електронам деяку енергію – *енергію іонізації*. У звичайних умовах ця енергія постачається завдяки тепловій енергії кристала.

Зазначимо, що концентрація носіїв заряду в не вироджених напівпровідниках при збільшенні температури зростає за експоненціальним законом:

$$n = n_0 e^{-\frac{E_a}{kT}}$$

де  $n_0$  і  $E_a$  – деякі постійні для даного інтервалу температур величини, характерні для кожного напівпровідника. Величина  $E_a$  – *енергія активації*. За своїм фізичним змістом вона різна для різних температурних інтервалів.

Розсіювання носіїв заряду в напівпровідниках може істотно змінювати їх рухливість  $\mu$ . Однак, величина  $\mu$  змінюється в напівпровідниках із температурою за степеневим законом, який значно слабший, ніж експоненціальна залежність концентрації носіїв заряду. Тому температурна залежність питомої електропровідності в напівпровідниках визначається температурною залежністю концентрації носіїв заряду:

$$\gamma = \gamma_0 e^{-\frac{E_a}{kT}}$$

Питома електропровідність власного напівпровідника (*власна електропровідність*) складається з електронної та діркової провідності й обчислюється за формулою:

$$\gamma = n_i (\mu_n + \mu_p) \quad (8.1)$$

де:  $n_i$  - концентрація вільних електронів, яка для напівпровідника дорівнює концентрації вільних дірок;  $\mu_n$ ,  $\mu_p$  - відповідно рухливості електронів і дірок (тобто середня швидкість їх переміщення вздовж електричного поля при напруженості  $E=1$  В/м). На рис.8.8 наведено графік залежності питомої електропровідності від температури власного напівпровідника у напівлогарифмічних координатах.

На властивості напівпровідників можуть істотно впливати домішкові атоми, які знаходяться в кристалічній ґратці. У цьому випадку валентні електрони можуть утворювати локальні енергетичні рівні в забороненій зоні.

Якщо домішка віддає електрон (*донорна домішка*), то при цьому в забороненій зоні на невеликій відстані від дна зони провідності утворюється енергетичний рівень (рис.8.5а).

У напівпровідниках з *донорною домішкою* в інтервалі низьких температур, коли середня енергія теплових коливань кристалічної решітки  $kT \ll \Delta E$ , переходами електронів з валентної зони в зону провідності можна нехтувати і вважати, що всі електрони провідності з'являються внаслідок іонізації донорної домішки.

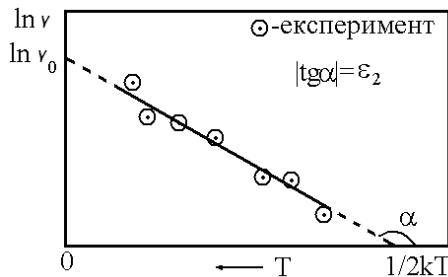


Рис.8.8

У цьому випадку концентрація вільних електронів переважає над концентрацією вільних дірок ( $n \gg p$ ), а електропровідність такого напівпровідника обумовлена в

основному переміщенням електронів провідності — *електронна провідність* (*n*-типу). При низьких температурах для питомої електропровідності напівпровідника з донорною домішкою можна записати

$$\gamma = en_i\mu_n. \quad (8.2)$$

Якщо домішка захоплює електрон (*акцепторна домішка*), то у цьому випадку енергетичний рівень утворюється в забороненій зоні на невеликій відстані від валентної зони (рис.8.5а).

У напівпровідниках з *акцепторною домішкою* при низькій температурі переважає концентрація вільних дірок над концентрацією вільних електронів ( $p \gg n$ ), а електропровідність їх в основному обумовлена переміщенням дірок провідності – *діркова електропровідність* (*p*-типу). При низьких температурах для питомої електропровідності напівпровідника з акцепторною домішкою можна записати:

$$\gamma = ep_i\mu_p. \quad (8.3)$$

При вищих температурах в домішкових напівпровідниках помітно зростає концентрація власних носіїв заряду і провідність їх обумовлюється власними і домішковими носіями заряду. Для домішкової електропровідності характерна досить помітна залежність від концентрації домішок. Наприклад, при зміні концентрації домішки в *Ge* в 30 разів домішкова електропровідність змінюється в  $10^7$  разів.

Домішкові носії заряду в напівпровідниках можуть створюватися й різного роду дефектами. Наприклад, атом *Si* в міжвузлах діє як донор, а пустий вузол – як акцептор. Якщо в домішковий напівпровідник, що володіє електронною електропровідністю, ввести акцепторні домішки, то вони захоплюватимуть електрони, зменшуючи тим самим концентрацію домішкових носіїв заряду. Теж саме відбувається і при введенні донорних домішок в домішковий напівпровідник з дірковою електропровідністю. На рис 8.9 наведено графік залежності питомої електропровідності від температури домішкового напівпровідника у напівлогарифмічних координатах.

На графіку ділянка а-б – слабка *n*- або *p*-провідність ( $\gamma$  має малу величину); б-в - домішкова провідність вичерпала себе, а власна ще не вступила на повну силу ( $\gamma$  зменшується, оскільки *n* не змінюється, а розсіювання на фононах підсилюється); в-г - власна

провідність ( $\gamma$  різко зростає, оскільки генерується велика кількість вільних носіїв).

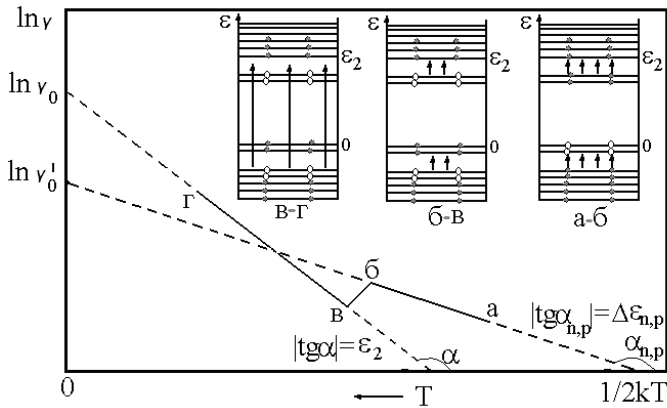


Рис.8.9

При температурах  $T > 0$  К, але ще таких, коли концентрація власних носіїв мала ( $n_i \ll N_a$ , де  $N_a$  – кількість акцепторних рівнів (атомів) в одиниці об'єму), всі акцепторні рівні заповнюються електронами, що прийшли з валентної зони (область *виснаження домішки*). В області виснаження домішки концентрація дірок  $p$  стає рівною концентрації акцепторної домішки:  $p = N_a$  при  $kT > \Delta E_a$ , а концентрація електронів різко зростає із ростом температури. Подальше підвищення температури призводить до виникнення все більшої кількості власних носіїв дірок та електронів, а при деякій температурі, коли  $n = p$ , *провідність напівпровідника з домішкової перетворюється на власну*.

Питома електропровідність також залежить від різних зовнішніх впливів: дії світла, електричного поля, іонізуючого випромінювання тощо. Питома електропровідність напівпровідників лежить у межах  $10^4$ – $10^{10}$  Ом $^{-1}$ ·см $^{-1}$ ; металів –  $10^4$ – $10^6$  Ом $^{-1}$ ·см $^{-1}$ ; діелектриків –  $10^{10}$ – $10^{20}$  Ом $^{-1}$ ·см $^{-1}$ .

*Електропровідність напівпровідників залежить від концентрації носіїв заряду ( $n, p$ ) та їх рухливості ( $\mu_n, \mu_p$ ) відповідно до виразів (8.1)–(8.3). Враховуючи залежність концентрації носіїв заряду від температури, *питому електропровідність власного напівпровідника можна записати у вигляді:**

$$\gamma_i = CT^{3/2} \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right). \quad (8.4)$$

Тут множник  $CT^{3/2}$  слабо залежить від температури, тоді як множник  $e^{-\Delta E/2kT}$ , навпаки, суттєво залежний від температури, якщо  $\Delta E \gg kT$ . Отже, для невисоких температур можна вважати, що  $CT^{-3/2} = \gamma_{oi}$ , а вираз для питомої електропровідності власного напівпровідника замінити простішим:

$$\gamma_i = \gamma_{oi} \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right). \quad (8.5)$$

У домішковому напівпровіднику при достатньо високих температурах провідність напівпровідника є власною, а при низьких температурах домішковою. В області низьких температур для питомої електричної домішкової провідності можна записати:

– для домішкового напівпровідника з одним типом домішки

$$\gamma_n = \gamma_{on} \exp\left(-\frac{\Delta E_d}{2kT}\right) \text{ та } \gamma_p = \gamma_{op} \exp\left(-\frac{\Delta E_d}{2kT}\right); \quad (8.6)$$

– для домішкового напівпровідника з акцепторною та донорною домішками

$$\gamma = \gamma_o \exp\left(-\frac{\Delta E_{\text{дом}}}{2kT}\right), \quad (8.7)$$

де:  $\Delta E_{\text{дом}}$  – енергія активації домішкового напівпровідника.

Практично при дослідженні температурної залежності провідності напівпровідників часто користуються не провідністю, а опором напівпровідника. Для тих областей температур, коли формули 8.5-8.7 справедливі, можна записати для опору напівпровідників:

– для власного напівпровідника

$$R_i = R_{oi} \exp\left(-\frac{\Delta E}{2kT}\right); \quad (8.8)$$

де:  $R_i$              $R_{oi}$

– для напівпровідників  $n$ - та  $p$ -типу відповідно

$$R_n = R_{on} \exp\left(-\frac{\Delta E_d}{2kT}\right) \text{ та } R_p = R_{op} \exp\left(-\frac{\Delta E_d}{2kT}\right); \quad (8.9)$$

– для домішкового напівпровідника з акцепторними та донорними домішками

$$R = R_o \exp\left(-\frac{\Delta E_{\text{дом}}}{2kT}\right). \quad (8.10)$$

Вимірявши температурну залежність опору напівпровідника в певному інтервалі температур, з виразу (4.8) можна визначити ширину забороненої зони  $\Delta E$ , з формул (4.9) – енергію іонізації донорної  $\Delta E_d$  або акцепторної  $\Delta E_a$  домішки, а з рівняння (8.10) – енергію активації домішкового напівпровідника  $\Delta E_{\text{дом}}$ .

Залежність опору напівпровідників від температури значно різкіша, ніж для металів: температурний коефіцієнт опору у них в десятки разів вищий, ніж у металів і має від’ємний знак.

Теплоенергетичні напівпровідникові прилади, в яких використовується залежність електричного опору напівпровідника від температури називаються *термісторами* або *терморезисторами*. Такі прилади призначені для реєстрації зміни температури навколишнього середовища. Матеріалами для виготовлення терморезисторів служать суміші оксидів різних металів: міді, мангану, цинку, кобальту, титану, нікелю та інші. Малі габарити, невелика маса, висока механічна міцність і надійність, значний термін служби і висока чутливість терморезисторів визначили широке практичне застосування їх в приладах для вимірювання та регулювання температури, вимірювання потужності електромагнітного випромінювання, швидкості потоку рідин і газів, різних реле часу.

### Метод та експериментальна установка

1. Установка ФПК-07 складається з об’єкта дослідження (електропечі із встановленими в ній зразками) та вимірювального пристрою, встановлених на лабораторному столі і з’єднаних між собою кабелем. Схема установки наведена на рис.8.10.



Рис. 8.10

2. Об'єкт дослідження конструктивно виконаний у вигляді збірного корпусу, де встановлені електропіч з розміщеними всередині зразками, датчик (термометр опору), вентилятор для забезпечення роботи об'єкта дослідження в режимі охолодження, джерела живлення електропечі і вентилятора зі схемами керування, а також пристрою комутації та індикації. Електропіч слугує для нагрівання зразків, температура яких вимірюється датчиком вимірювача температури. Вентилятор служить для прискорення охолодження зразків шляхом охолодження електропечі при роботі об'єкту дослідження в режимі охолодження. Джерела живлення зі схемами керування призначені для живлення електропечі і вентилятора, а також керування їхньою роботою з вимірювального пристрою. На передній панелі об'єкта дослідження знаходиться вікно, що дозволяє спостерігати електропіч та зразки, що встановлені в ній. На цій же панелі розміщені органи керування та індикації. Об'єкт дослідження підключається до мережі 220 В, 50 Гц.

3. Вимірювальний пристрій конструктивно виконаний у вигляді окремого блоку. У ньому застосована однокристална мікро-ЕОМ з відповідними додатковими пристроями, що дозволяють вимірювати температури зразків (температури в електропічці) об'єкта дослідження і опір зразків у процесі нагрівання (охолодження), а також здійснювати функції керування установкою. До складу вимірювального пристрою окрім цього входять джерела його живлення. На передній панелі вимірювального пристрою розміщені органи керування та індикації. Вимірювальний пристрій підключається до мережі 220 В, 50 Гц.

4. У процесі виконання лабораторної роботи досліджують залежність опору зразків від їхньої температури при нагріванні зразків від температури навколишнього середовища до максимальної робочої температури і наступного охолодження для зразків із металу (мідного резистора) та напівпровідника.

### **Порядок виконання роботи та обробка результатів вимірювань**

1. Підключити вимірювальний пристрій та об'єкт дослідження до мережі і включити установку вимикачами «СЕТЬ» на задній панелі вимірювального пристрою і передній панелі об'єкта дослідження, встановити перемикач «ОБРАЗЕЦ», розташований на передній панелі об'єкта дослідження в положення «0». При цьому на індикаторі «Ом» вимірювального пристрою повинні встановитися нулі, а на індикаторі «°C» – температура навколишнього середовища. На об'єкті дослідження повинен світитися індикатор «СЕТЬ» і не світитися індикатор «ВЕНТ».

2. Прогріти установку протягом 5 хв.

3. Установити перемикач «ОБРАЗЕЦ» у положення «1», яке відповідає мідному резистору, і, натиснувши кнопку «СТОП ИНД», зняти покази з індикатора «Ом» при температурі навколишнього середовища (кімнатній температурі).

4. Вимірювання опору металевого зразка під час його нагрівання і охолодження проводити у такому порядку:

4.1. Натиснути кнопку «НАГРЕВ» вимірювального пристрою (при цьому індикатор «НАГРЕВ» повинен засвітитися);

4.2. Спостерігаючи за індикатором «°C», (його показання повинні зростати) при досягненні необхідної температури (ряд температур рекомендується вибрати через 10°C в інтервалі від кімнатної до 110 °C) натиснути кнопку «СТОП ИНД.» (при цьому індикатор «СТОП ИНД.» повинен світитися) і зняти покази з індикатора «Ом». Натиснути повторно кнопку «СТОП ИНД.» (при цьому індикатор «СТОП ИНД.» згасне)

4.3. Виконуючи аналогічні вимірювання згідно з п. 4.2 при досягненні кожної температури з обраного ряду, занести результати до табл. 1. При досягненні максимальної температури нагрівання (100 ... 110 °C), натиснути на кнопку «НАГР.» і «ВЕНТ» об'єкта дослідження. При цьому повинен згаснути індикатор «НАГРЕВ» вимірювального пристрою і засвітитися

індикатори «ВЕНТ» вимірювального пристрою та об'єкта дослідження, що свідчить про встановлення режиму охолодження досліджуваного зразка.

4.4. Спостерігаючи за індикатором «°C» (його показання повинні знижуватися), при досягненні необхідних температур вимірювань із вищезазначеного ряду температур, включаючи і виключаючи режим «СТОП ИНД.» за допомогою однойменної кнопки, зняти покази з індикатора «Ом». Результати вимірювань опору металу під час охолодження занести до табл. 8.1.

4.5. При дослідженні металевого зразка можуть спостерігатися невідповідності значень опорів за однакових температур при вимірюванні їх у режимі нагрівання чи охолодження, що зумовлено різною тепловою інерційністю вимірювача температури і зразка за цих режимів. З метою зменшення цієї похибки вимірювань при кожній температурі за даними табл. 1 знаходять середнє арифметичне  $R_{\text{ср}}(T)$  значень опору  $R_1(T)$  і  $R_2(T)$ , вимірянних відповідно в режимі нагрівання та охолодження за формулою:

$$R_{\text{ср}}(T) = \frac{R_1(T) + R_2(T)}{2}.$$

Таблиця 8.1

№ з/п	Темпе- ратура $t$ , °C	Темпе- ратура $T$ , К	Опір металу		$R_{\text{ср}}(T)$ , Ом	$\text{tg}\beta$ , Ом/К	$\alpha$ , К <sup>-1</sup>
			$R_1(T)$ , Ом	$R_2(T)$ , Ом			

4.6. За даними табл. 8.1 побудувати графік залежності  $R_{\text{ср}}=f(T)$ .

4.7. Із графіка залежності середнього значення опору  $R_{\text{ср}}(T)$  від температури за тангенсом кута нахилу експериментальної прямої до осі температур визначити температурний коефіцієнт опору металу за формулою:

$$\alpha = \frac{\text{tg}\beta}{R_0}, \text{ де } \text{tg}\beta = \frac{R - R_0}{T - T_0} = \frac{\Delta R_{\text{ср}}(T)}{\Delta T}.$$

Значення  $\Delta R_{\text{ср}}(T)$  і  $\Delta T$  знаходяться за графіком, як показано на рис.8.11.

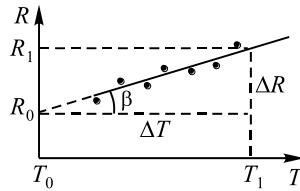


Рис.8.11

4.8. По закінченню роботи необхідно відключити живлення установки вимикачами «СЕТЬ» на задній панелі вимірювального пристрою та передній панелі об'єкта дослідження і від'єднати їхні мережні вилки від мережі.

4.9. Установити перемикач «образец» у положення «3», яке відповідає напівпровідниковому зразку, і, натиснувши кнопку «СТОП ИНД», зняти покази з індикатора «Ом» при кімнатній температурі.

4.10. Вимірювання опору напівпровідника під час його нагрівання та охолодження проводити згідно з п. 4.1 – 4.5 (див. першу частину) для вибраного ряду температур в інтервалі від кімнатної до 110 °С через кожні 10 °С. Результати вимірювань занести до табл. 8.2.

4.11. З метою зменшення похибки вимірювань опору напівпровідника у режимі нагрівання та охолодження за причин, зазначених у п. 4.6 при кожній температурі за даними табл. 8.2 знаходять середнє арифметичне  $R_{\text{ср}}(T)$  значень  $R_1(T)$  і  $R_2(T)$  напівпровідника, виміряних відповідно під час нагрівання й охолодження.

$$R_{\text{ср}}(T) = \frac{R_1(T) + R_2(T)}{2}.$$

Таблиця 8.2

№	Темпе- ратура $t$ , °С	Темпе- ратура $T$ , К	Опір напівпров.		$R_{\text{ср}}$ ,	$\text{tg}\beta$ ,	Ширина
з/п			$R_1(T)$ , Ом	$R_2(T)$ , Ом	Ом	К	забороненої зони $\Delta E$ , Дж

4.12. За даними табл.8.2 побудувати графік залежності  $\ln R_{\text{ср}} = f(1/T)$ .

4.13. Із графіка залежності  $\ln R_{\text{сер}} = f(1/T)$  за тангенсом кута нахилу експериментальної прямої до осі оберненої температури  $(1/T)$  визначити ширину забороненої зони  $\Delta E$  досліджуваного напівпровідника за формулою:

$$\Delta E = 2k \operatorname{tg} \beta,$$

де  $\operatorname{tg} \beta = \Delta(\ln R_{\text{сер}}) / \Delta(1/T)$ .

Значення  $\Delta(\ln R_{\text{сер}})$  і  $\Delta(1/T)$  знаходяться, як показано на рис.8.11.

4.14. По закінченні роботи необхідно відключити живлення установки.

### Питання для самоконтролю

1. Як утворюється електричний струм у кристалах, зокрема в напівпровідниках?
2. Що таке рухливість електронів?
3. Що таке домішкова провідність напівпровідників?
4. Які домішки називають акцепторними, а які донорними?
5. Описати механізм провідності в донорному і акцепторному напівпровідниках.
6. Які зміни енергетичної структури напівпровідника відбуваються за наявності домішок?
7. Як змінюється електропровідність металів, напівпровідників і діелектриків при нагріванні?
8. Що зумовлює високу електропровідність металів?
9. Чим пояснюється значна залежність концентрації носіїв заряду в напівпровідниках від температури?
10. Записати формулу температурної залежності концентрації носіїв заряду в напівпровідниках.
11. Записати формулу температурної залежності питомої електропровідності в напівпровідниках.
12. Записати формулу питомої електропровідності власного напівпровідника.
13. Пояснити графік температурної залежності питомої провідності домішкового напівпровідника у напівлогарифмічних координатах.
14. Записати формули температурної залежності електричного опору для власних та домішкових напівпровідників.
15. Записати формулу електропровідності металів.
16. Записати формулу температурної залежності опору металів.

17. Як визначити температурний коефіцієнт опору металів?
18. Пояснити, чому провідність металів зменшується зі зростанням температури.
19. Записати формулу температурної залежності електричного опору напівпровідника.
20. Записати формулу для визначення ширини забороненої зони напівпровідника.
21. Чому опір металу з підвищенням температури зростає, а напівпровідника зменшується?
22. Зобразити температурну залежність опору напівпровідників та пояснити її.

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 9

### Вивчення спектра атома водню. Визначення сталої Рідберга

**Мета роботи.** Експериментально визначити довжини хвиль видимої частини спектра атомарного водню; визначити значення сталої Рідберга, енергетичні та механічні характеристики атома водню.

**Пристрої та приладдя:** установка ФПК- 09.

#### Теоретичні відомості

На підставі експериментальних даних для визначення довжин хвиль спектральних ліній спектра випромінювання атома водню була отримана формула:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right), \quad (9.1)$$

де  $R = 10967758 \text{ м}^{-1}$  – стала Рідберга ;  $k$  і  $n$  – цілі числа.

Спектр атома водню складається з окремих ліній і тому називається лінійчастим спектром. Ці лінії об'єднуються в групи, які містяться в ультрафіолетовій, видимій та інфрачервоній частинах спектра, тобто охоплюють весь оптичний діапазон. Ці групи називаються серіями. Формула (9.1) називається серіальною формулою Бальмера-Рітца для атома водню. Для серії Лаймена  $k = 1$ , для серії Бальмера  $k = 2$ , для серії Пашена  $k = 3$ , для серії Брекета  $k = 4$ , для серії Пфунда  $k = 5$ , для серії Хемфрі  $k = 6$ . Для кожної серії завжди  $n = k+1$ ,  $n = k+2$ ,  $n = k+3$  тощо. Серія

Лаймена розташована в ультрафіолетовій частині спектра, серія Бальмера – в видимій, всі інші серії знаходяться в інфрачервоній частині спектра. У разі нескінченного збільшення  $n=\infty$  всі довжини хвиль спектра атома водню сходяться відповідно до своїх меж. Граничні частоти серій спектра дорівнюють:

$$\frac{\nu}{c} = \frac{1}{\lambda} = R \frac{1}{k^2} \text{ або } \nu = \frac{Rc}{k^2},$$

де  $c$  – швидкість світла в вакуумі.

Лінійчасті спектри випромінюють атоми газів, які перебувають у збудженому стані. Тому для того щоб дати відповідь на питання: «Як утворюються спектри випромінювання?», необхідно знати будову атома.

У 1911 р. Е. Резерфорд, досліджуючи розсіяння  $\alpha$ -частинок під час проходження їх через тонку металеву фольгу, доходить висновку, що в центрі атома в малій області об'ємом з лінійними розмірами  $10^{-15} - 10^{-14}$  м зосереджено весь його позитивний заряд і практично всю масу. Цю область Резерфорд називає ядром атома. Навколо ядра в області з лінійними розмірами  $\sim 10^{-10}$  м рухаються електрони, маса яких становить лише дуже малу частку маси ядра. Ядерна модель атома Резерфорда зовні нагадує Сонячну систему: у центрі системи міститься “сонце” – ядро, а навколо нього по орбітах рухаються “планети” – електрони. Тому її називають планетарною.

У атомі водню навколо ядра обертається один електрон. Орбіти електронів в атомі стаціонарні, атом дуже стійка система, про що свідчать оптичні лінійчасті спектри атома водню й інших атомів, які характеризуються певним для всіх атомів даного елемента розташуванням спектральних ліній. Згідно з **класичним** розумінням ядерної моделі атома Резерфорда **не можна** пояснити стійкість атома та існування лінійчастого спектра випромінювання атома. З погляду класичної електродинаміки електрон, обертаючись навколо ядра з прискоренням, має випромінювати електромагнітні хвилі. Це випромінювання відбувається постійно, електрон поступово втрачає свою енергію і має рухатися по спіралі до ядра. Але тоді випромінювання атома має бути із суцільним спектром, а електрон неминуче має впасти на ядро, що призведе до руйнування атома. Насправді досліди показують, таке:

- атом-стійка система;
- атом випромінює енергію лише за певних умов;

– випромінювання атома має лінійчастий характер.

Вихід із цього становища знайшов у **1913 р. датський фізик Н.Бор**. Він створив теорію будови і випромінювання атома водню і воднеподібних атомів, яка ґрунтується на моделі атома Резерфорда. Однак йому довелося зробити припущення зовсім чужі класичним уявленням. Ці припущення Бор сформулював як постулати.

**Перший постулат Бора:** існують деякі стаціонарні стани атома, в яких атом не випромінює енергію. Цим стаціонарним станам відповідають **певні** – стаціонарні орбіти, по яким рухаються електрони. Кожній орбіті відповідає **певне** значення енергії електрона. З віддаленням орбіти від ядра атома значення енергії електрона збільшується. Під час руху по стаціонарним орбітам електрони, не зважаючи на існування в них прискорення, **не випромінюють** електромагнітні хвилі.

**Другий постулат Бора:** у стаціонарному стані атома електрон, рухаючись по коловій орбіті, повинен мати квантовані значення моменту імпульсу, які задовольняють умові:

$$L_n = mvr = n\hbar,$$

де  $n = 1, 2, 3, \dots$

**Третій постулат Бора:** під час переходу атома із одного стаціонарного стану в інший випускається або поглинається **один квант** енергії:

$$h\nu = E_n - E_k,$$

де  $E_n$  і  $E_k$  – енергії стаціонарних станів.

Третій постулат ще називається **правилом частот Бора**. Випромінювання відбувається під час переходу атома із стану з більшим значенням енергії в стан з меншим значенням енергії. Цьому відповідає перехід електрона з віддаленої від ядра орбіти на орбіту ближчу до ядра. Поглинання енергії супроводжується переходом атома в стан з більшим значенням енергії. Цьому відповідає перехід електрона з орбіти ближчої до ядра на віддалену від ядра орбіту.

Теорія Бора дає можливість розрахувати радіуси орбіт електронів в атомі, енергію стаціонарного стану електрона в атомі, довести серіальну формулу Бальмера-Рітца, отримати теоретичне значення сталої Рідберга.

Бор вважав, що рух електрона в воднеподібній системі відбувається по коловій орбіті радіуса  $r$  під дією кулонівської сили притягання до ядра, яка створює доцентрове прискорення:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (9.2)$$

де  $m$  – маса електрона;  $v$  – швидкість руху електрона по орбіті;  $e$  – заряд електрона;  $\epsilon_0$  – електрична стала.

Із другого постулату Бора визначимо швидкість руху електрона, підставимо в формулу (9.2) й отримаємо формулу для визначення радіусу орбіти електрона:

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} n^2,$$

де  $n = 1, 2, 3, \dots$

Радіус першої борівської орбіти електрона при  $n = 1$  дорівнює:

$$r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{me^2} = 0,529 \text{ \AA}.$$

Формулу для визначення радіусів орбіт електрона в атомі можна записати ще так:

$$r_n = r_1 n^2.$$

Тобто, орбіти, по яким обертаються електрони в атомі, можуть мати не будь-які, а тільки певні **квантовані** значення, які визначаються цілим числом  $n$ .

Внутрішня енергія атома складається із кінетичної енергії електрона й енергії взаємодії електрона з ядром:

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = -\frac{1}{2} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Підставимо радіус орбіти і отримаємо:

$$E_n = -\frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2} \frac{1}{n^2}. \quad (9.3)$$

Енергія першого основного стану електрона при  $n = 1$  дорівнює:

$$E_1 = -\frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2} = -13,6 \text{ eV}.$$

Формулу для визначення внутрішньої енергії електрона в атомі можна записати ще так:

$$E_n = -E_1 \frac{1}{n^2}.$$

Тобто, енергія електрона в атомі приймає низку **квантованих** значень, які визначаються цілим числом  $n$ .

На рис.9.1 наведена схема енергетичних рівнів атома водню. Стрілками показані переходи електронів, які відповідають випромінюванню різних серій в спектрі атома водню.

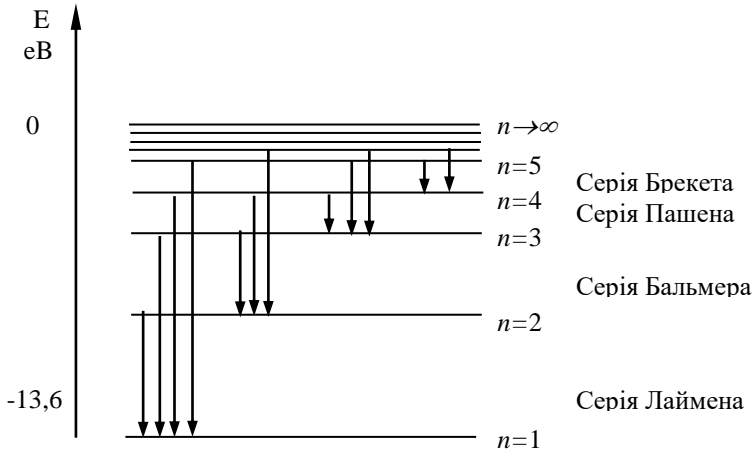


Рис. 9.1

Якщо електрон в атомі водню знаходиться на першому енергетичному рівні ( $n = 1$ ), такий стан електрона і атома називається **основним** або **незбудженим** станом. Усі інші енергетичні стани ( $n > 1$ ) електрона відповідають **збудженню** атома. При збільшенні  $n$  (рис. 9.1) енергетичні рівні наближуються до межі, яка відповідає значенню  $n = \infty$ . При цьому значенні числа  $n$  енергія електрона  $E_\infty = 0$ . Знак “мінус“ у формулі (9.3) показує, що електрон зв’язаний в атомі силою притягання до ядра. Тому абсолютне значення енергії  $E_n$  (формула (9.3)) можна вважати **енергією зв’язку електрона** в атомі, який знаходиться в стані  $n$ .

Значення енергії  $E_\infty = 0$  відповідає іонізації атома, тобто відриву від нього електрона. Отже, під **іонізацією** атома водню розуміють такий стан електрона, коли він віддалений від ядра атома на таку відстань, що не може взаємодіяти з ядром. Атом перетворюється на позитивно заряджений іон. Енергія іонізації  $E_{\text{іон}}$  атома зв’язана з потенціалом іонізації  $\varphi_{\text{іон}}$ :

$$E_{\text{іон}} = e\varphi_{\text{іон}} = \Delta E = E_k - E_n = \frac{hc}{\lambda} = Rhc \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

якщо  $k = 1$  і  $n = \infty$ , тоді іонізація атома відбувається із основного стану і **перший потенціал іонізації** атома дорівнює:

$$\varphi_{\text{іон}} = \frac{Rhc}{e} = 13,6\text{В},$$

де  $e$  – заряд електрона.

Згідно з правилом частот Бора, під час переходу атома водню із стану  $n$  в стан  $k$  випромінюється один квант енергії:

$$h\nu = E_n - E_k = -\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right).$$

Визначимо частоту випромінювання:

$$\nu = \frac{me^4}{8h^3\varepsilon_0^2} \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Порівняємо отриману формулу з емпіричною серіальною формулою Бальмера-Рітца:

$$\frac{\nu}{c} = \frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right).$$

Можна побачити, що стала Рідберга визначається за формулою:

$$R = \frac{me^4}{8h^3\varepsilon_0^2 c} = 10967758\text{м}^{-1}.$$

Отримане теоретично значення сталої Рідберга збігається із визначенням експериментально.

Отже, теорія Бора дає можливість теоретично визначити сталу Рідберга для воднеподібних систем і пояснити структуру їхніх лінійчастих спектрів. Також за допомогою теорії Бора можна пояснити фізичну природу характеристичних рентгенівських спектрів, розщеплення спектральних ліній в сильному магнітному полі та інші явища. Однак в теорії Бора з самого початку існують недоліки. Найголовніший з них – це внутрішні протиріччя в самій теорії, а саме, користуючись квантовими постулатами, Бор розглядає рух електрона в атомі з класичної точки зору. Більш того, неможливою виявилася спроба створити теорію атома гелія, який містить два електрони, й інших багатоелектронних атомів. Очевидно, що теорія Бора, вірно пояснюючи одні факти, не спроможна пояснити цілу низку інших. Теорія Бора являє собою лише перехідний етап на шляху створення послідовної теорії атомних і ядерних явищ.

Послідовне пояснення поведінки електронів, у тому числі, і в атомі водню дає квантова механіка. Електрон в атомі

водню рухається в кулонівському полі ядра і має потенціальну енергію:

$$U(r) = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

де  $r$  – відстань між електроном і ядром.

Запишемо стаціонарне рівняння Шредінгера для атома водню:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0.$$

Електрон в атомі водню рухається в центральносиметричному силовому полі і тому рівняння Шредінгера треба розв'язувати, використовуючи сферичні координати.

Із рівняння Шредінгера випливає, що в умовах коли, електрон зв'язаний в атомі, його рух має бути періодичним, а значення повної енергії квантовані. Значення енергії, які може мати електрон в атомі, визначаються за формулою:

$$E = -\frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2 n^2},$$

де  $n$  – **головне квантове число**.

Таким чином, розв'язок рівняння Шредінгера дає таке саме значення повної енергії електрона в атомі водню, як і теорія Бора. Однак не потрібно використовувати ніякі постулати. Отже, енергія в атомі водню залежить **тільки** від головного квантового числа.

Із розв'язання рівняння Шредінгера для атома водню отримано, що момент імпульсу електрона квантується за законом:

$$L_l = \hbar \sqrt{l(l+1)},$$

де  $l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$  – **орбітальне квантове число**.

За другим постулатом Бора орбітальний момент імпульсу електрона також має квантовану низку значень. Однак Бор задає інший закон його квантування. Саме квантова механіка, ґрунтуючись на рівнянні Шредінгера, дає можливість визначити закони квантування величин.

Із розв'язання рівняння Шредінгера випливає, що власні функції  $\psi$  містять цілі параметри  $n$ ,  $l$ ,  $m$ . Параметр  $n$  називається головним квантовим числом, параметр  $l$  називається орбітальним квантовим числом, параметр  $m$  називається магнітним квантовим числом. При даному значенні  $n$  квантове число  $l$  може мати  $n$  різних значень:

$$l = 0, 1, 2, \dots, (n - 1).$$

При даному значенні  $l$  квантове число  $m$  може мати  $(2l + 1)$  різних значень:

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm l.$$

Енергія електрона в атомі залежить від головного квантового числа  $n$ . Виходить, що кожному власному значенню енергії  $E_n$  (крім  $E_1$ ) відповідає декілька власних функцій  $\psi_{nlm}$ , які відрізняються значеннями квантових чисел  $l$  і  $m$ . Це означає, що атом водню може мати одне й те саме значення енергії, перебуваючи в декількох різних квантових станах. Стани з однаковою енергією називаються виродженими, а кількість різних станів з яким-небудь значенням енергії називається кратністю виродження відповідного енергетичного рівня. Кратність виродження енергетичних рівнів атома водню дорівнює  $n^2$ .

Електрони в атомі, які займають стан з однаковим головним квантовим числом  $n$ , утворюють електронну оболонку або шар.

Якщо  $n=1$  оболонку позначають літерою  $K$ , якщо  $n=2$  – літерою  $L$ , якщо  $n=3$  – літерою  $M$ , якщо  $n=4$  – літерою  $N$  тощо. Оболонки діляться на підоболонки, які відрізняються значенням числа  $l$ . Стани електрона з різними значеннями квантового числа  $l$  в квантовій механіці мають умовні позначення. Якщо  $l = 0$ , говорять, що електрон знаходиться в  $s$ -стані, якщо  $l = 1$  – в  $p$ -стані, якщо  $l = 2$  – в  $d$ -стані, якщо  $l = 3$  – в  $f$ -стані тощо. Значення головного квантового числа вказується перед умовним позначенням орбітального квантового числа  $l$ . Наприклад, електрон у стані з  $n=3$  і  $l=1$  позначається символом  $3p$ ; у стані з  $n=2$  і  $l=0$  позначається символом  $2s$ ; у стані з  $n=1$  і  $l=0$  позначається символом  $1s$ . Орбітальне квантове число  $l$  завжди менше головного квантового числа  $n$ , тому можливі наступні стани електрона:

$$\begin{aligned} &1s, \\ &2s, 2p; \\ &3s, 3p, 3d; \\ &4s, 4p, 3d, 4f \text{ тощо.} \end{aligned}$$

Різні стани характеризуються різними значеннями енергії електрона в цьому стані. Отже, в багатоелектронному атомі енергію електрона визначають головне  $n$  і орбітальне  $l$  квантові числа. Враховуючи викладене, на рис. 4.2 показано схему рівнів енергії атома водню і утворення серій випромінювання. У квантовій механіці доводиться, що можливі тільки такі переходи електрона, при яких орбітальне квантове число  $l$  змінюється на

одиницю. Це правило називається правилом добору:  $\Delta l = \pm 1$ . Тоді серія Лаймана утворюється при переході  $np \rightarrow 1s$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ ); серія Бальмера утворюється при переході  $np \rightarrow 2s$ ,  $ns \rightarrow 2p$ ,  $nd \rightarrow 2p$  ( $n = 3, 4, 5, \dots$ ). Переходи електронів із одного стану в інший показані на рис. 4.2 стрілками.

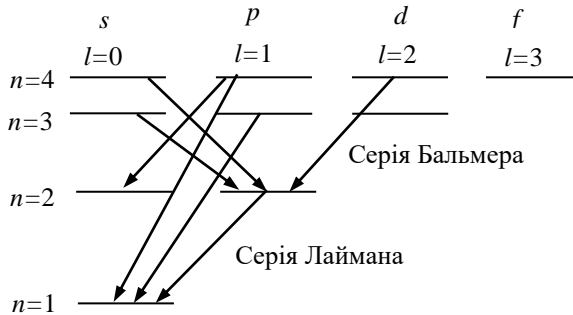


Рис. 9.2

Стан електрона в атомі водню визначається головним квантовим числом  $n = 1$  і орбітальним квантовим числом  $l = 0$ . Такий стан електрона і в цілому стан атома називається **основним станом**. Згідно з теорією Бора основний стан електрона відповідає першому енергетичному рівню. Отже, електрон у незбудженому атомі водню перебуває в стані  $1s$ .

Хвильова функція  $\psi$  електрона в цьому стані є функція тільки  $r$  – відстані між електроном і ядром:  $\psi = \psi(r)$ , тобто  $s$  – стан електрона в атомі сферично-симетричний. У свою чергу, ймовірність  $|\psi|^2$  знайти електрон в даній точці атома буде залежати тільки від відстані  $r$  між електроном і ядром. Рівняння Шредінгера для основного стану атома водню має вигляд:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{2m}{\hbar^2} \left( E_1 + \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0.$$

Розв'язуючи рівняння Шредінгера, треба визначити:

- енергію  $E_1$  основного стану електрона;
- ймовірність  $dP$  перебування електрона на будь-якій відстані  $r$  від ядра.

Знайдемо розв'язок рівняння Шредінгера у вигляді:

$$\psi = ce^{-\frac{r}{a_0}},$$

де  $a_0$  має розмірність довжини, а  $c$  – деяка стала, яка може бути визначена із умови нормування імовірності;  $e$  – основа натурального логарифма.

Після перетворень отримаємо таке:

$$a_0 = \frac{\eta^2 4\pi\epsilon_0}{me^2}, \quad (9.4)$$

$$E_1 = -\frac{me^4}{8h^2\epsilon_0^2}. \quad (9.5)$$

Формули (9.4) і (9.5) повністю збігаються з рівняннями, отриманими із теорії Бора для радіуса першої орбіти і енергії основного стану електрона в атомі водню.

Імовірність  $dP$  перебування електрона в основному стані атома на відстані  $r$  від ядра в коловому об'ємі  $dV = 4\pi r^2 dr$  можна визначити за формулою:

$$dP = |\psi|^2 dV = c^2 e^{-\frac{2r}{a_0}} 4\pi r^2 dr.$$

Визначимо ті відстані  $r_{\max}$  від ядра, на яких з найбільшою ймовірністю може перебувати електрон. Після перетворень отримаємо, що відстань, на якій з найбільшою ймовірністю може перебувати в атомі водню електрон, дорівнює:

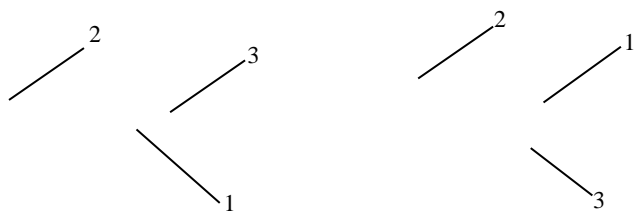
$$r_{\max} = a_0.$$

Однак  $a_0$  – співпадає із значенням радіусу  $r_1$  першої борівської орбіти в атомі водню. Отже, борівські орбіти електрона являють собою геометричне місце точок, в яких з найбільшою ймовірністю може перебувати електрон.

За теорією Бора ймовірність знайти електрон в стані з  $n = 1$  більше нуля тільки для  $r_{\max} = a_0$ . Згідно з квантовою механікою, ця ймовірність лише має максимальне значення при відстанях від ядра  $r_{\max} = a_0$ , але не дорівнює нулю у всьому об'ємі атома.

### Метод та експериментальна установка

Установка ФПК-09 (рис. 9.3 а, б) складається із монохроматора 1 і водневої лампи 2.





а



б

Рис. 9.3

*Воднева лампа 2* складається з двох скляних трубок 1, з'єднаних між собою капіляром діаметром у декілька міліметрів, в які впаяні електроди (див. рис. 9.4). Лампа заповнена воднем під тиском 10 мм рт. ст. У капілярі між електродами виникає тліючий електричний розряд, що забезпечує високу густину струму і високу інтенсивність світіння водню.

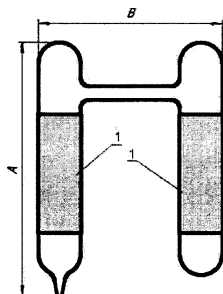
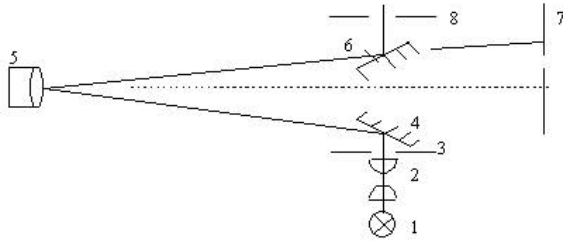


Рис. 9.4

Хід променів у монохроматорі зображено на рис. 9.5.

Випромінювання від лампи 1 через конденсор 2, вхідну щілину 3 та дзеркало 4 попадає на дифракційну решітку 5. Випромінювання проходить через вгнуту дифракційну решітку, попадає на дзеркало 6, яке спрямовує його на вихідну щілину 7 або 8. Окуляр дозволяє бачити спектр.



1 – воднева лампа; 2 - конденсор; 3 - вхідна щілина; 5 - дифракційна решітка; 6-, 4 - дзеркала; 7 - вихідна щілина; 8 - вихідна щілина

Рис. 9.5

Для отримання більшої спектральної чистоти виділеного випромінювання під час роботи в області спектру від 330 до 660 нм вхідна і вихідна щілини встановлюються у положення 1, а під час роботи в області спектру від 200 до 260 нм і від 730 до 800 нм щілини встановлюються у положення II. В областях від 660 до 730 нм і від 260 до 330 нм вхідна - у положення I (II), і вхідна - в II (I). Номінальні розміри і позначення змінних щілин нанесені на їх поверхні.

### Порядок виконання роботи

**Завдання 1.** Спостереження спектра випромінювання атома водню.

Увага! Через кожні 45 хвилин роботи перерва 10-15хвилин.

- 1.1. Включити установку, прогріти її протягом 2-3 хвилин.
- 1.2. Для отримання більшої спектральної чистоти випромінювання, що виділяється, при роботі в області спектра від 330 до 660 нм вхідну та вихідні щілини встановити в положення I. Для дослідження спектра рекомендується використовувати щілини максимальної ширини.

1.3. Дивлячись в окуляр монохроматора 1 (рис. 9.3 а), обертаючи ручку зміни довжини хвилі 3, спостерігати лінії спектру випромінювання атома водню.

**Завдання 2.** Вимірювання довжин хвиль спектральних ліній атомна водню.

- 2.1. Установити перед монохроматором неонову лампу.
- 2.2. Обертаючи барабанчик 3 монохроматора 1 (рис. 9.3 б), за шкалою на барабанчику записати відліки для всіх довжин

хвиль випромінювання неонові лампи. Результати занести до табл. 9.1.

Таблиця 9.1

Колір спектральної лінії	Довжина хвилі, $\lambda$ , нм	Відлік за барабаном
Червоний	667,83	
Яскраво червоний	640,22	
Яскраво червоний	638,30	
Червоно-оранжевий	614,31	
Оранжевий	598,44	
Жовтий	585,25	
Зелений	540,06	
Блакитний	482,73	

2.3. Побудувати градувальний графік монохроматора, відкладаючи на осі абсцис довжини хвиль спектральних ліній неону, на осі ординат – відповідні відліки барабанчика монохроматора.

2.4. Установити перед монохроматором водневу лампу. Виконати вимірювання за п. 2.2 для ліній  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$ ,  $H_\delta$  водню. Результати занести до табл. 9.1.

2.5. За градувальним графіком визначити довжини хвиль спектральних ліній в спектрі випромінювання атому водню. Результати занести до табл. 9.2.

Таблиця 9.2

Позначення лінії	Колір спектральної лінії	Відлік за барабаном	Довжина хвилі, $\lambda$ , м
$H_\alpha$	Червоний		
$H_\beta$	Блакитний		
$H_\gamma$	Синій		
$H_\delta$	Фіолетовий		

**Завдання 3.** Визначення сталої Рідберга та характеристик атома водню.

3.1. За формулою Бальмера—Рітца

$$\frac{1}{\lambda} = R_\infty \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right)$$

визначити сталу Рідберга, скориставшись виміряними довжинами хвиль спектральних ліній атома водню, записати в табл. 9.2.

3.2. Обчислити похибку вимірювань, записати в табл. 9.3.

3.3. Визначити радіуси орбіт електрона в атомі водню для станів з  $n = 1, 2, 3, 4$ . Результати записати в табл. 9.4.

Таблиця 9.3

Довжина хвилі, $\lambda$ , м	Стала Рідберга, $m^{-1}$	Середнє значення сталої Рідберга, $m^{-1}$	Абсолютна похибка вимірювань, $m^{-1}$	Відносна похибка вимірювань, %

3.4. Визначити повну енергію електрона в атомі водню для станів з  $n = 1, 2, 3, 4$ . Результати записати в табл. 9.4.

Таблиця 9.4

Головне квантове число $n$	Повна енергія $E_n$ , Дж	Радіус орбіти електрона, $r_n$ , м	Енергія фотонів серії Бальмера, Дж				Енергія іонізації $E_{ion}$ , еВ
			$k = 3$	$k = 4$	$k = 5$	$k = 6$	
$n = 1$							
$n = 2$							
$n = 3$							
$n = 4$							

3.5. Визначити енергію фотонів, які відповідають серії Бальмера. Результати записати в табл. 9.4.

3.6. Визначити енергію іонізації атома водню. Результати записати в табл. 9.4.

### Питання для самоконтролю

1. Який спектр називається лінійчастим? Як він утворюється?

2. Сформулювати постулати Бора.
3. Вивести формулу для визначення повної енергії електрона в атомі водню.
3. Вивести формулу для визначення радіусу орбіт електрона в атомі водню.
4. Користуючись теорією Бора, вивести серіальну формулу для атома водню.
5. Вивести формулу для визначення енергії іонізації атома водню.
6. Намалювати схему енергетичних рівнів атома водню.
7. Назвати спектральні серії в спектрі випромінювання атома водню та пояснити, як вони утворюються.
8. Чому теорія Бора не пояснює закономірності в багатоелектронних атомах?
9. Записати стаціонарне рівняння Шредінгера для атома водню. Пояснити.
10. Які квантові числа ви знаєте і який їхній фізичний зміст?
11. Від яких квантових чисел залежить енергія електрона в багатоелектронному атомі?
12. Що таке стан електрона і як він позначається?
13. Сформулювати правило добору для орбітального квантового числа.
14. Квантово-механічне пояснення утворення серій випромінювання в атомі водню.
15. Які переходи електронів з одного стану в інший зумовлюють появу серії Бальмера?
16. Які переходи електронів з одного стану в інший зумовлюють появу серії Лаймена?
17. Які переходи електронів з одного стану в інший зумовлюють появу серії Пашена?
18. Намалювати хід променів у монохроматорі.
19. Що називають градувальним графіком монохроматора? Як він будується? Як його використовують?

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №10

### Вивчення принципу дії лазера і визначення характеристик лазерного випромінювання

**Мета роботи.** Вивчити принцип дії та конструкцію гелій-неонового лазера, визначити довжину хвилі, ступінь поляризації і кут розбіжності випромінювання гелій-неонового лазера ЛГН-208.

**Прилади та матеріали:** гелій-неоновий лазер ЛГН-208, дифракційна решітка, поляроїд, фотодіод, екран.

#### Теоретичні відомості

У квантовій фізиці енергію електрона визначають квантові числа:  $n = 1, 2, 3, \dots$  — головне квантове число,  $l = 0, 1, \dots, (n - 1)$  — орбітальне квантове число,  $m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \pm l$  — магнітне квантове число,  $m_s = \pm 1/2$  — спінове квантове число. Значення орбітального і магнітного квантових чисел залежать від головного квантового числа. Таким чином, кілька електронів в атомі можуть мати однакові значення головного квантового числа, але різні значення орбітального числа або однакові значення орбітального квантового числа, але різні магнітні квантові числа. Можливі також однакові значення головного квантового числа, але різні орбітальне і магнітне числа. Наприклад,  $n = 2$ , тоді  $l = 1$  і  $m = 1$  або  $n = 2$ , тоді  $l = 1$  і  $m = -1$ . Можлива ще й така комбінація квантових чисел:  $n = 2$ , тоді  $l = 0$  і  $m = 0$  або  $n = 2$ , тоді  $l = 1$  і  $m = 0$ . Такі комбінації квантових чисел називаються квантовими станами електрона. Кожному квантовому стану електрона відповідає певне значення енергії. Для позначення енергетичних станів використовується спеціальна символіка. Стан електрона зі значенням числа  $l = 0$  називається *s*-станом, зі значенням числа  $l = 1$  називається *p*-станом, зі значенням числа  $l = 2$  — *d*-станом, зі значенням числа  $l = 3$  —

*f*-станом тощо. Кількість електронів, стан яких описується однаковими значеннями квантових чисел, визначається за принципом Паулі: у будь-якому атомі не може існувати двох електронів, стан яких описується однаковими значеннями чотирьох квантових чисел  $n, l, m, m_s$ . Тоді можна визначити кількість  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$  електронів, які мають відповідно однакові чотири, три, два або одне квантове число:

$$Z_1(n, l, m, m_s) = 0 \text{ або } 1;$$

$$Z_2(n, l, m) = 2;$$

$$Z_3(n, l) = 2(2l + 1);$$

$$Z_4(n) = 2n^2.$$

Тоді максимальна кількість електронів у  $s$ -стані дорівнює 2, у  $p$ -стані дорівнює 6, у  $d$ -стані дорівнює 10, у  $f$ -стані дорівнює 14 тощо. Квантові стани електронів можна записати так:

$$1s^2$$

$$2s^2 2p^6$$

$$3s^2 3p^6 3d^{10}$$

$$4s^2 4p^6 4d^{10} 4f^{14}.$$

На першому місці стоїть цифра, яка визначає головне квантове число, на другому місці — символ, який позначає орбітальне квантове число, і біля нього як верхній індекс позначено максимальну кількість електронів, які мають однакове головне й орбітальне квантові числа, але різні магнітне і спінове квантові числа. Кількість електронів не обов'язково має бути максимальною. Електрони, які мають однакове головне квантове число, утворюють в атомі електронну оболонку. Розрізняють  $K$ -оболонку, якщо  $n = 1$ ;  $L$ -оболонку, якщо  $n = 2$ ;  $M$ -оболонку, якщо  $n = 3$ ;  $N$ -оболонку, якщо  $n = 4$ , тощо. Згідно з принципом Паулі на  $K$ -оболонці може існувати максимум 2 електрони, на  $L$ -оболонці — максимум 8 електронів, на  $M$ -оболонці — максимум 18 електронів, на  $N$ -оболонці — максимум 32 електрони. Такі оболонки називають ще енергетичними рівнями атома. У межах цих оболонок існують підоболонки, які об'єднують електрони з однаковим орбітальним квантовим числом  $l$ .

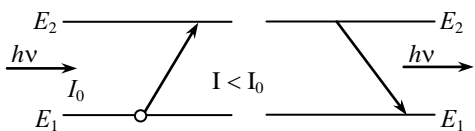


Рис. 10.1

Припустимо, що атоми речовини мають тільки два енергетичні рівні з енергіями  $E_1$  і  $E_2$ , причому  $E_1 < E_2$  (рис. 10.1), кількість

електронів на рівні  $E_1$  дорівнює  $N_1$ , кількість електронів на рівні  $E_2$  дорівнює  $N_2$ . Рівень з енергією  $E_1$  називається основним рівнем, оскільки він відповідає найменшому значенню енергії електрона в атомі. Стан електрона з енергією  $E_1$  називається ще незбудженим станом.

Нехай на атоми цієї речовини падає потік фотонів інтенсивністю  $I_0$  з енергією  $h\nu = E_2 - E_1$ . Електрон поглинає один квант енергії  $h\nu$  і переходить у збуджений стан з енергією  $E_2$ . Іntenсивність  $I$  потоку електромагнітного випромінювання на

виході з речовини зменшується згідно із законом Бугера—Ламберта:

$$I = I_0 e^{-kx},$$

де  $k$  — коефіцієнт поглинання речовини;  $x$  — довжина шляху, який проходять фотони в речовині.

У збудженому стані  $E_2$  електрон перебуває приблизно  $10^{-8}$  с, а потім переходить у стан з енергією  $E_1$  і випромінює фотон, який несе таку саму порцію енергії  $h\nu$ , як і той, що падає на речовину. Таке випромінювання називається спонтанним, або самовільним, випромінюванням.

Тепер розглянемо ту саму речовину, коли її атоми перебувають уже у збудженому стані з енергією  $E_2$  (рис. 10.2). Нехай на атоми цієї речовини падає потік фотонів інтенсивністю  $I_0$  з енергією  $h\nu = E_2 - E_1$ .

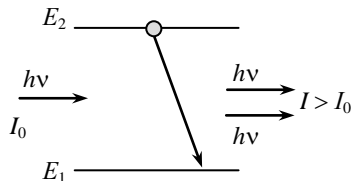


Рис. 10.2

Тоді фотон «скидає» електрон з рівня  $E_2$  на рівень  $E_1$ . Цей електрон випромінює фотон з енергією  $h\nu$ , який додається до фотонів, що падають на речовину. Їхня кількість на виході з речовини збільшується, так само збільшується й інтенсивність  $I$  випромінювання, що проходить. Таке випромінювання називається індукованим, або вимушеним. Середовище, в якому інтенсивність випромінювання, що проходить, збільшується, називається підсилювальним середовищем. Підсилення випромінювання відбуватиметься за умови, що переходів електронів з рівня  $E_2$  на рівень  $E_1$  буде більше, ніж актів поглинання випромінювання, тобто переходів з рівня  $E_1$  на рівень  $E_2$ . У звичайному стані речовини кількість атомів у незбудженому стані перевищує кількість атомів, які перебувають у збудженому стані. Тому обидва процеси — поглинання і вимушене випромінювання під час опромінювання речовини — відбуваються разом. Умова, за якої

може існувати саме вимушене випромінювання, така: заселеність електронами рівня з енергією  $E_2$  має бути більшою, ніж заселеність електронами рівня з енергією  $E_1$ , тобто  $N_2 > N_1$ . Такий стан речовини називається інверсним станом. Теорію індукованого випромінювання створив А. Ейнштейн і, до речі, визначив теоретично значення сталої Планка. Процес індукованого випромінювання практично застосовується в квантових генераторах — мазерах і лазерах.

### **Принцип дії і конструкція гелій-неонового лазера**

Лазери — це генератори електромагнітного випромінювання оптичного діапазону. Конструктивно лазер складається з трьох основних частин: активного середовища, системи накачування та резонатора. Активне середовище — речовина, в якій створено інверсну заселеність енергетичних рівнів атомної системи. Інверсна заселеність рівнів атомної системи за енергетичними рівнями відповідає нерівноважному розподілу, який може виникати під час зовнішньої дії на речовину. Процес порушення рівноважного розподілу атомних систем за енергетичними рівнями, наслідком якого є інверсне заселення для окремих рівнів, називається накачуванням. Пристрої, які дають змогу реалізувати інверсну заселеність у активному середовищі, називаються системами накачування. У разі інверсної заселеності активне середовище набуває здатності посилювати резонансне електромагнітне випромінювання, яке проходить через нього. Для перетворення підсилувача на генератор необхідний позитивний зворотний зв'язок. В оптичному діапазоні зворотний зв'язок випромінювання, яке проходить через активне середовище, з випромінюванням, підсиленим у ньому, створюється за допомогою дзеркал. Для цього активне середовище розміщують між двома дзеркалами, які утворюють відкритий резонатор лазера.

Існують такі види лазерів, класифікованих за типом активного середовища: твердотільні, газові та напівпровідникові. Робота кожного з них базується на однакових фізичних принципах, а відмінність полягає передусім у методах накачування. У твердотільних лазерах застосовують оптичне накачування, у газових — електричний розряд, у напівпровідникових — інжекцію носіїв заряду. Для створення інверсної заселеності рівнів використовується трирівнева система (рис. 10.3):  $E_1$  — основний рівень;  $E_2$  — збуджений метастабільний (вузький) рівень,  $E_3$  —

збуджений короткоживучий (широкий) рівень. Метастабільний рівень — це збуджений енергетичний рівень, час життя електронів

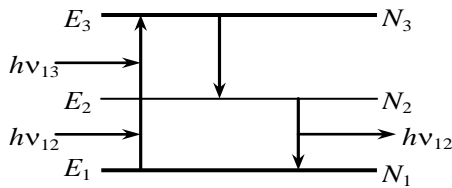


Рис. 10.3

на якому набагато більший ( $10^{-3}$  с), ніж на збудженому рівні. На активне середовище падають електромагнітні хвилі з енергією  $h\nu_{13} = E_3 - E_1$ . Відбувається накачування: частина електронів з  $E_1$  переходить на  $E_3$ .

Під час накачування поряд зі зворотними переходами  $E_3 \rightarrow E_1$  відбуваються самовільні переходи  $E_3 \rightarrow E_2$ , які інтенсивно збільшують заселеність рівня  $E_2$ . Час життя на цьому рівні досить великий, приблизно  $10^{-3}$  с, і інверсія поступово зростає. А далі достатньо навіть слабкої зовнішньої дії, наприклад фотоном з енергією  $h\nu_{12} = E_2 - E_1$ , або хоча б одного самовільного переходу електрона з  $E_2$  на  $E_1$ , щоб викликати лавиноподібні переходи електронів з  $E_2$  на  $E_1$  і зростання інтенсивності випромінювання на виході з речовини.

У гелій-неоновому лазері активним середовищем є суміш гелію і неону. У цьому лазері центрами, які беруть участь у вимушеному випромінюванні, є атоми неону. Основу лазера становить газорозрядна трубка, заповнена сумішшю гелію і неону. Трубка має катод і анод. Накачування лазера забезпечується газовим розрядом, для виникнення якого застосовують джерело постійного струму з робочою напругою 1...5 кВ при робочому струмі 5...50 мА. При збудженні атоми гелію переходять із основного стану  $1s^2$  у перші збуджені стани  $1s^1 2s^1$  і  $1s^1 2s^1$  (рис. 10.4).

Енергія перших збуджених станів гелію практично збігається з енергією деяких станів неону  $2p^5 5s^1$  і  $2p^3 4s^1$ . Такий збіг приводить до того, що метастабільні атоми гелію при співударях з незбудженими атомами неону переводять їх на один із рівнів збуджених станів  $2p^5 5s^1$  і  $2p^3 4s^1$ .

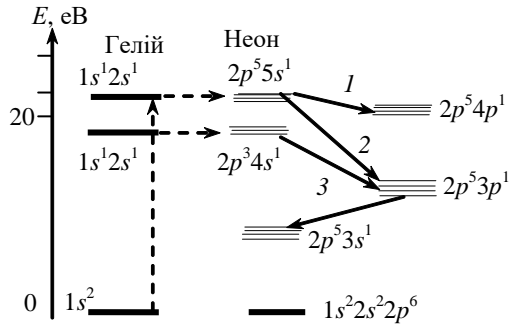


Рис. 10.4

Тим самим забезпечується інверсна заселеність цих рівнів і середовище стає оптично активним. Лазерне випромінювання виникає внаслідок переходів (див. рис. 10.4):

$2p^5 5s^1 \rightarrow 2p^5 3p^1$  (стрілка 2) — випромінюється довжина хвилі  $\lambda = 632,8$  нм;

$2p^5 4s^1 \rightarrow 2p^5 3p^1$  (стрілка 3) — випромінюється довжина хвилі  $\lambda = 1152$  нм;

$2p^5 5s^1 \rightarrow 2p^5 4p^1$  (стрілка 1) — випромінюється довжина хвилі  $\lambda = 3390$  нм.

Добором системи дзеркал резонатора, введенням диспергуючого або вибірково поглинального елемента можна створити оптимальні умови генерації для однієї лінії та заглушити для інших. Отже, у гелій-неоновому лазері гелій виконує функцію резервуара збудження, яке резонансно передається атомам неону. Неон є робочою речовиною. У газових лазерах замість неону можна використовувати й інші інертні гази. Схеми їхніх рівнів подібні до щойно розглянутих. Так можна створити випромінювання, яке перебиває спектральний діапазон від ультрафіолетового до інфрачервоного.

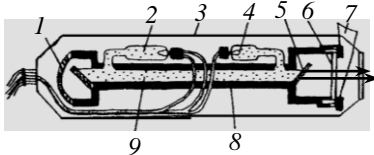


Рис. 10.5

Розглянемо оптичний резонатор гелій-неоновий лазера (рис. 10.5), утворений сферичним 1 та плоским 6 дзеркалами, які жорстко закріплено у сталевих фланцях, скріплених між собою

інваровими стержнями 8. За допомогою юстувальних гвинтів 7 положення дзеркал відносно осі резонатора можна змінювати в

невеликих межах. Активний елемент 9 складається з газорозрядної трубки завдовжки 25 см з підігрівним катодом 2 й анодом 4. Його закріплено між напрямними стрижнями 8. Торці газорозрядної трубки відшліфовано під кутом Брюстера, що дає змогу отримувати поляризоване випромінювання, і закрито вихідними вікнами 5 із оптичного кварцового скла. Оптичний резонатор з активним елементом розташований в захисній оболонці 3, на одному кінці якої закріплено роз'єднувач для кабелів високої напруги та напруги розмикання. Вихід лазерного випромінювання здійснюється з боку напівпрозорого плоского дзеркала 6.

Випромінювання лазера має низку особливостей:

- високий ступінь монохроматичності;
- випромінювання поляризоване;
- когерентне;
- мале кутове розходження пучка. Якщо розходження пучка становить 2", то промінь лазера, спрямований із Землі, може освітити на Місяці площу діаметром близько 5 км;
- дуже велика інтенсивність потоку випромінювання —  $10^{15}$  Вт/см<sup>2</sup>;
- потужність випромінювання досягає десятків і сотень мільйонів ват;
- частота випромінювання дорівнює  $10^{14} \dots 10^{15}$  Гц.

Ці унікальні властивості лазерного випромінювання зумовили його використання в науці і техніці: голографія, точне приладобудування, медицина, космічні технології, зв'язок.

Якщо пучок випромінювання має форму конуса, то тілесний кут розходження можна визначити за формулою:

$$\Omega = 2\pi \left( 1 - \cos \frac{\alpha}{2} \right), \quad (10.1)$$

де  $\Omega$  — тілесний кут, рад;  $\alpha$  — відповідний плоский кут, рад.

Скориставшись рис. 10.6, плоский кут розходження лазерного випромінювання можна визначити за формулою:

$$\alpha = \frac{d_1 - d_2}{l_1 - l_2}, \quad (10.2)$$

де  $d_1, d_2$  — діаметр плями лазерного випромінювання відповідно при першому і другому положенні екрана;  $l_1, l_2$  — відповідна відстань від лазера до екрана.

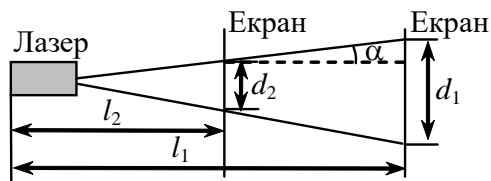


Рис. 10.6

За умови  $\alpha < 60^\circ$  зв'язок між тілесним і плоским кутами з достатньою точністю подається формулою

$$\Omega = \frac{\pi}{4} \alpha^2. \quad (10.3)$$

### Порядок виконання роботи

**Завдання 1.** Визначення довжини хвилі лазерного випромінювання.

1.1. На оптичній лаві встановлено лазер, дифракційну решітку, екран. Увімкнути шнур живлення лазера в мережу 220 В, натиснути кнопку «Сеть».

1.2. Спрямувати випромінювання лазера на дифракційну решітку і дістати на екрані дифракційну картину.

1.3. Виміряти на екрані за допомогою міліметрового паперу відстань між дифракційними максимумами першого, другого і третього порядків. Записати результати в табл. 10.1. Вимірювання виконати тричі.

1.4. Обчислити довжину хвилі лазерного випромінювання за формулою

$$\lambda = \frac{dx_k}{2lk},$$

де  $d$  — стала дифракційної решітки;  $x_k$  — відстань між  $k$ -ми максимумами;  $l$  — відстань від дифракційної решітки до екрана;  $k$  — порядок максимуму.

1.4. Визначити середнє значення довжини хвилі лазерного випромінювання, обчислити похибку вимірювань.

**Завдання 2.** Визначити кут розходження пучка лазерного випромінювання.

2.1. На оптичній лаві встановлено лазер, екран.

2.2. Установити екран на відстані  $l_1 = 1$  м від лазера. Виміряти діаметр плями  $d_1$ . Результати занести в табл. 10.2.

Таблиця 10.1

Порядок максимуму $k$	Відстань між максимумами $x_k$ , м	Середнє значення $x_{\text{ср}}$ , м	Стала дифракційної решітки $d$ , м	Відстань до екрана $l$ , м	Довжина хвилі	
					$\lambda_i$ , м	$\lambda_{\text{ср}}$ , м
1						
2			$3,2 \cdot 10^{-6}$			
3						

2.3. Установити екран на відстані  $l_2 = 0,5$  м від лазера. Виміряти діаметр плями  $d_2$ . Досліди виконати тричі.

2.4. Обчислити плоский і тілесний кути за формулами (10.2) і (10.3).

Таблиця 10.2

Номер досліду	Відстань $l_1$ , м	Діаметр плями $d_1$ , м	Відстань $l_2$ , м	Діаметр плями $d_2$ , м	Плоский кут		Тілесний кут	
					$\alpha_i$ , рад	$\alpha_{\text{ср}}$ , рад	$\Omega_i$ , рад	$\Omega_{\text{ср}}$ , рад
1								
2								
3								

**Завдання 3.** Визначення ступеня поляризації лазерного випромінювання.

3.1. На оптичній лаві встановлено лазер, поляроїд, фотодіод. Увімкнути амперметр.

3.2. Обертаючи поляроїд, виміряти максимальне  $I_{\text{max}}$  і мінімальне  $I_{\text{min}}$  значення фотоструму. Дослід виконати тричі. Результати занести в табл. 10.3.

Таблиця 10.3

Номер досліду	Максимальне значення фотоструму, $I_{\text{max}}$	Мінімальне значення фотоструму, $I_{\text{min}}$	Ступінь поляризації,	
			$P_i$	$P_{\text{ср}}$
1				
2				
3				

3.4. Ступінь поляризації лазерного випромінювання визначити за формулою

$$P = (I_{\text{max}} - I_{\text{min}}) / (I_{\text{max}} + I_{\text{min}}).$$

3.5. Визначити середнє значення  $P$ .

## Питання для самоконтролю

1. Як визначається енергія електрона?
2. Які існують квантові числа?
3. Що називається станом електрона?
4. Як позначають стани електрона?
5. Сформулювати принцип Паулі.
6. Що таке електронна оболонка атома?
7. Як позначають електронні оболонки атома?
8. Як здійснюється спонтанне випромінювання?
9. Як здійснюється вимушене випромінювання?
10. Що таке інверсне заселення енергетичного рівня?
11. Способи накачування лазера.
12. Як утворюється випромінювання у гелій-неоновому лазері?
13. Пояснити конструкцію гелій-неонового лазера.
14. Вказати особливості лазерного випромінювання.
15. Застосування лазерів.
16. Визначити максимальну кількість електронів на  $K$ -оболонці.
17. Визначити максимальну кількість електронів на  $L$ -оболонці.
18. Визначити максимальну кількість електронів на  $M$ -оболонці.
19. Визначити максимальну кількість електронів в  $s$ -стані.
20. Визначити максимальну кількість електронів в  $p$ -стані.
21. Визначити максимальну кількість електронів в  $d$ - та  $f$ -стані.
22. Задано електронну конфігурацію атома  $1s^22s^22p^6$ . Вказати значення квантових чисел.

## Література

1. Дудик М.В., Діхтяренко Ю.В. Електродинаміка. – Умань: ПП «Жовтий», 2015. - 120 с.
2. Загальна фізика. Оптика: оглядові лекції для студентів фізико-математичного факультету спеціальності 014 Середня освіта (Фізика) /Укл. В.М. Кадченко. Кривий Ріг: Криворізький державний педагогічний університет, 2020. 70 с.
3. Ніцук Ю.А. Ядерна фізика. – Одеса, 2008. - 168 с.
4. Кобушкін О.П. Атомна фізика. – К.: 2018. - 269 с.
5. Коновал О. А. Основи електродинаміки : навчальний посібник для студентів вищих педагогічних навчальних закладів / О. А. Коновал ; Міністерство освіти і науки України ; Криворізький державний педагогічний університет. – Кривий Ріг: Видавничий дім, 2008. – 347 с.
6. Куліш В.В., Соловійов А.М., Кузнецова О.Я. Фізика для інженерних спеціальностей. Кредитно-модульна система. Навч. посібник. — У 4 ч. — М. 1. Механіка. Молекулярна фізика — К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. — 232 с.
7. Куліш В.В., Соловійов А.М., Кузнецова О.Я. Фізика для інженерних спеціальностей. Кредитно-модульна система. Навч. посібник. — У 4 ч. — М. 2. Термодинаміка. Електромагнетизм — К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. — 232 с.
8. Куліш В.В., Соловійов А.М., Кузнецова О.Я. Фізика для інженерних спеціальностей. Кредитно-модульна система. Навч. посібник. — У 4 ч. — М. 3. Коливання і хвилі. Оптика. — К.: Книжкове вид-во НАУ, 2007. — 173 с.
9. Куліш В.В., Соловійов А.М., Кузнецова О.Я. Фізика для інженерних спеціальностей. Кредитно-модульна система. Навч. посібник. — У 4 ч. — М. 4. Квантова та атомна фізика. — К.: Книжкове вид-во НАУ, 2008. — 232 с.
10. Кучерук І.М., Горбачук І.Т. Загальний курс фізика. – Т.3.: Оптика. Квантова фізика.- К.: Техніка, 2006. – 518с.
11. Поплавко Ю.М., В.І. Ільченко, Воронов С.А., Якименко Ю.І.
12. Фізичне матеріалознавство. Частина IV. Напівпровідники: Навчальний посібник. Київ, видавництво «Політехніка» Національного Технічного університету України, 2010. — 346 с.
13. Царенко О.М. Основи фізики напівпровідників і напівпровідникових приладів: навчальний посібник . – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2011. – 243 с.

## Інтернет ресурси

1. Лабораторна робота «Визначення моменту інерції маятника Обербека». URL: <https://www.youtube.com/watch?v=v7Gi5uiim3U>

2. Лабораторна робота «Визначення опору провідника методом містка Уїтстона». URL: <https://www.youtube.com/watch?v=0S-IjLxz0Q0>

3. Лабораторна робота «Визначення сталої Планка методом затримувального потенціалу».

URL: <https://www.youtube.com/watch?v=6m612MofOFs>

4. Лабораторна робота «Вивчення явища дифракції світла за допомогою дифракційної решітки».

URL: <https://www.youtube.com/watch?v=vjEeWU2kASI>

5. Лабораторна робота «Інтерференція світла. Визначення довжини хвилі світла за допомогою кілець Ньютона». URL: <https://www.youtube.com/watch?v=0RF2QRNxcq0>

6. Лабораторна робота «Вивчення спектра атома водню. Визначення сталої Рідберга». URL:

[https://www.youtube.com/watch?v=TEzzQsDc\\_qw](https://www.youtube.com/watch?v=TEzzQsDc_qw)

7. Лабораторна робота «Вивчення залежності електричного опору металів і напівпровідників від температури». URL:

[https://www.youtube.com/watch?v=EcpKtB-M\\_SA](https://www.youtube.com/watch?v=EcpKtB-M_SA)

*Укладачі:*

**Кузнєцова Олена Яківна**, доктор педагогічних наук, професор,  
професор кафедри фізики, математики та методики навчання БДПУ;

**Школа Олександр Васильович**, доктор педагогічних наук, професор,  
завідувач кафедри фізики, математики та методики навчання БДПУ;

**Коломоєць Ганна Геннадіївна**, кандидат фізико-математичних наук,  
доцент, доцент кафедри фізики, математики та методики навчання БДПУ.



**Методичні рекомендації  
до виконання лабораторних робіт з фізики  
з дисципліни «Спеціальний фізичний практикум»  
для здобувачів другого (магістерського) рівня вищої освіти  
спеціальності «А4.08 Середня освіта (Фізика та астрономія)»**



*Друкується в авторській редакції*