УДК 378.011.3-051:51]:001.895
DOI 10.31494/2412-9208-2021-1-1-265-275

INNOVATIVE ASPECTS OF TEACHING MATHEMATICAL DISCIPLINES OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS

ІННОВАЦІЙНІ АСПЕКТИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ

Oleksiy KRASNOZHON,
Candidate of Pedagogical Sciences,
Associate Professor

Олексій КРАСНОЖОН,
кандидат педагогічних наук,
доцент

mypostnew@ukr.net
https://orcid.org/0000-0002-9699-6038

Vasyl MATSIUK,
Candidate of Pedagogical Sciences

Василь МАЦЮК,
кандидат педагогічних наук

vasyl.matsyuk@gmail.com
https://orcid.org/0000-0003-0957-963X

Berdiansk State Pedagogical University
🖂 4, Schmidta St.,
Berdiansk, Zaporizhzhia region,
71100

Бердянський державний педагогічний університет
🖂 вул. Шмідта, 4
м. Бердянськ, Запорізька обл.,
71100

Original manuscript received: March 17, 2021
Revised manuscript accepted: April 20, 2021

ABSTRACT

The article investigates innovative aspects of building components of the methodological system of teaching disciplines "Linear Algebra" and "Probability Theory with elements of mathematical statistics", which are provided by the educational-professional program "Secondary Education (Mathematics)" of the first level of higher education in 014 Secondary Education (Mathematics). The article contains methodological and procedural aspects of organizing calculations of orthogonal projection and orthogonal component of a vector with respect to a subspace given by a system of linear algebraic equations, as well as the application of the least squares method for processing experimental data. Theoretical and practical information of the relevant sections of these disciplines is briefly presented. A brief review of educational, methodological and scientific literature used in teaching linear algebra and probability theory with elements of mathematical statistics is carried out; the expediency of using innovative components of the corresponding methodological training systems has been substantiated. The authors proposed the use of these innovative components in the assimilation of the content of disciplines and the development of test items of different levels of complexity in linear algebra and probability theory with elements of mathematical statistics in order to objectively assess the knowledge of students. The article provides an overview of innovative aspects of learning linear algebra and probability theory with elements of mathematical statistics, as well as an analysis of the implementation of innovative components of methodological systems in the software mathematical environment

Mathcad. Methodical and practical materials presented in the article can be useful for students to organize and intensify independent scientific and pedagogical activities, teachers of secondary schools, leaders of elective and group work of students, teachers of linear algebra and probability theory with elements of mathematical statistics of pedagogical higher education institutions.

***Key words:** innovations in education, linear algebra, probability theory, mathematical statistics, Euclidean space, orthogonal projection, orthogonal component, statistical sample.*

Вступ. Необхідність формування в майбутніх учителів математики інформатичної компетентності обумовлена орієнтацією процесу навчання математичних дисциплін на використання комп’ютерно-орієнтованих методичних систем і тому є актуальною науково-методичною проблемою. Широкий спектр сучасних математичних програмних середовищ та багатоманітність математичних дисциплін, кожна з яких має свої зміст та специфіку, обумовлюють комплексне питання добору найбільш простих, ефективних і адаптованих засобів, на основі використання яких педагоги-новатори проєктують, будують та реалізують авторські інноваційні компоненти. На особливу увагу заслуговує специфіка підготовки майбутнього учителя математики, оскільки саме фахівці цієї освітньої галузі відчувають потребу в комп’ютерних середовищах, які дозволили б розв’язувати широкий клас задач з обробки громіздких масивів числових величин чи емпіричних даних, отриманих у ході педагогічного експерименту чи будь-якої іншої науково-дослідної та методичної роботи. Слід зазначити, що широке коло задач такого типу ставлять перед студентами педагогічного ЗВО такі дисципліни, як «Лінійна алгебра» та «Теорія ймовірностей із елементами математичної статистики». Вивчення зазначених дисциплін передбачено відповідними освітньо-професійними програмами підготовки вчителя математики. Такі навчальні курси мають на меті озброїти майбутніх учителів математики знаннями та компетентностями в обсязі, достатньому для результативної науково-педагогічної та методичної роботи за спеціальністю та ефективної самоосвіти. Обчислювальний обсяг задач цих курсів є досить ємним і потребує використання засобів інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ). З метою підвищення результативності та продуктивності аудиторної та самостійної роботи студентів вважаємо за доцільне підсилити роль інноваційних компонентів методичних систем навчання, орієнтованих на використання засобів ІКТ. Ураховуючи актуальність окресленої проблеми, наше дослідження спрямовується на аналіз інноваційних аспектів навчання математичних дисциплін майбутніх учителів математики.

Методи та методики дослідження. Теоретичним питанням і методичним аспектам навчання лінійної алгебри та теорії ймовірностей присвячені підручники (Tkach & Storozhuk, 2009), (Turchin, 2008); навчальні посібники (Kushlyk-Divulska, Polishchuk, Orel, & Shtabalyuk, 2014), (Karmelyuk, 2017), (Ogirko, & Galaiko, 2017), (Matsyuk, 2012), (Nechaev, 1983), (Kovalenko, 2011), (Ryabushko, 2010), (Lytvyn, & Lobanova, 2006); стаття (Krasnozhon, & Matsyuk, 2020).

ICV 2019: 79.31
DOI 10.31494/2412-9208-2021-1-1

У підручнику (Turchin, 2008) подано програмний матеріал курсу «Теорія ймовірностей і математична статистика», викладені основні поняття й факти теорії ймовірностей і математичної статистики. Теоретичні положення проілюстровані численними прикладами з різних галузей діяльності людини. Підручник (Tkach & Storozhuk, 2009) містить теоретичні й методичні основи побудови статистичних показників, які використовують для вивчення закономірностей суспільних явищ з урахуванням міжнародних стандартів статистики та обліку. Особливу увагу приділено статистичній методології, можливостям її використання в умовах суттєвих змін в економіці.

У навчальному посібнику (Kushlyk-Divulska, Polishchuk, Orel, & Shtabalyuk, 2014) розглянуто основи теорії ймовірностей та математичної статистики. Наведено детальні алгоритми розв'язання всіх основних задач теорії ймовірностей та математичної статистики, надано чіткі інструкції застосування засобів стандартного програмного забезпечення під час розв'язання задач із трудомісткими алгоритмами. Підібрано достатньо завдань для аудиторної роботи та індивідуальних завдань для самостійної роботи. Навчальне видання (Karmelyuk, 2017) містить загальні теоретичні положення основних розділів теорії ймовірностей і математичної статистики, які ілюструються великою кількістю детально розглянутих прикладів і задач різної складності. У посібнику (Ogirko, & Galaiko, 2017) викладено теоретичні відомості з комбінаторики, основ теорій ймовірностей, теорії оцінювання невідомих параметрів, перевірки статистичних гіпотез, елементів кореляційно-регресійного аналізу. Теоретичний матеріал супроводжується великою кількістю розв'язань типових прикладів і задач. Навчально-методичний посібник (Matsyuk, 2012) містить стислі теоретичні та практичні відомості курсу алгебри і теорії чисел. У посібнику звернуто увагу на доцільність побудови і використання системи різнорівневих вправ з метою об'єктивного оцінювання навчальних досягнень студентів. Посібник (Nechaev, 1983) містить досить детальні, із численними посиланнями на відповідний теоретичний матеріал, розв'язання деяких найбільш типових задач відповідного назві посібника розділу лінійної алгебри, після яких запропоновано вправи для самостійної роботи студента-заочника. У посібнику (Kovalenko, 2011) викладено елементи основних розділів вищої математики, зокрема, лінійної і векторної алгебри, теорії ймовірностей та математичної статистики. Теоретичний матеріал супроводжується розв'язанням конкретних прикладів. Навчальний посібник (Ryabushko, 2010) спрямований на розвиток та активізацію самостійної роботи студентів з опанування курсом вищої математики, зокрема, таких її розділів, як теорія ймовірностей та математична статистика. Практикум (Lytvyn, & Lobanova, 2006) містить розв'язання типових задач курсу "Чисельні методи" з реалізацією в системі Mathcad та завдання для самостійної роботи.

У статті (Krasnozhon, & Matsyuk, 2020) досліджуються методичні аспекти навчання теми «Кореляційний зв'язок, коефіцієнт кореляції»

DOI 10.31494/2412-9208-2021-1-1

курсу «Теорії ймовірностей із елементами математичної статистики» та алгоритми розв’язання типових задач теми в математичному програмному середовищі Mathcad.

Наведений аналіз наукових та методичних публікацій дає підстави для виділення недостатньо досліджених аспектів упровадження інноваційних компонентів у методичні системи навчання лінійної алгебри та теорії ймовірностей із елементами математичної статистики.

Стаття має на меті здійснити аналіз інноваційних аспектів розв’язання за допомогою програмного середовища Mathcad задач на обчислення ортогональної проекції і ортогональної складової вектора відносно підпростору, заданого системою лінійних алгебраїчних рівнянь, а також задачі на застосування методу найменших квадратів для опрацювання експериментальних даних.

Методичні та інноваційні аспекти розв’язання окремих типових задач лінійної алгебри та теорії ймовірностей із елементами математичної статистики в програмних середовищах становлять сутність досліджуваного явища.

Результати та дискусії. Наведемо приклад знаходження ортогональної проекції і ортогональної складової вектора відносно підпростору, заданого системою лінійних алгебраїчних рівнянь, а також вирівнювання значень деякої ознаки *Y* за значеннями ознаки *X* вздовж параболи $y(x)=\alpha_0+\alpha_1 x+\alpha_2 x^2$ за методом найменших квадратів.

Приклад 1. Знайдіть ортогональну проекцію $\boldsymbol{a}$ і ортогональну складову $\boldsymbol{b}$ вектора $\boldsymbol{v}=(5;2;-2;2)$ відносно підпростору *L*, заданого системою рівнянь

$$\begin{cases} 2x_1+x_2+x_3+3x_4=0, \\ 3x_1+2x_2+2x_3+x_4=0, \\ x_1+2x_2+2x_3-9x_4=0. \end{cases}$$ (Nechaev, 1983, p. 85)

Розв’язування. Знаходимо базис *L*. Для цього систему рівнянь розв’яжемо за методом Гаусса і знайдемо фундаментальний набір розв’язків цієї системи рівнянь. Матимемо:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -9 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & -9 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & -9 \\ 0 & -4 & -4 & 28 \\ 0 & -3 & -3 & 21 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & -9 \\ 0 & -3 & -3 & 21 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & -9 \\ 0 & 1 & 1 & -7 \end{pmatrix}.$$

ICV 2019: 79.31
DOI 10.31494/2412-9208-2021-1-1

Отже, $x_2 = -x_3 + 7x_4$; $x_1 = -2x_2 - 2x_3 + 9x_4 = -5x_4$. Надаючи вільним змінним x_3, x_4 послідовно значень 1,0 та 0,1, знайдемо фундаментальний набір розв'язків даної системи рівнянь (базис підпростору *L*): $\boldsymbol{a}_1 = (0;-1;1;0)$; $\boldsymbol{a}_2 = (-5;7;0;1)$. Таким чином, базис підпростору *L* утворюють вектори $\boldsymbol{a}_1 = (0;-1;1;0)$; $\boldsymbol{a}_2 = (-5;7;0;1)$.

Ортогоналізуємо отриманий базис підпростору *L*:

$$\boldsymbol{b}_1 = \boldsymbol{a}_1 = (0;-1;1;0);$$

$$\mathbf{b}_2 = \mathbf{a}_2 - \frac{(\mathbf{a}_2,\mathbf{b}_1)}{(\mathbf{b}_1,\mathbf{b}_1)}\mathbf{b}_1 = \mathbf{a}_2 + \frac{7}{2}\mathbf{b}_1 = (-5;7;0;1) + \frac{7}{2}(0;-1;1;0) = \left(-5;\frac{7}{2};\frac{7}{2};1\right).$$

Знаходимо ортогональну проекцію $\boldsymbol{a}$ даного вектора $\boldsymbol{v} = (5;2;-2;2)$ на підпростір *L*:

$$\boldsymbol{a} = np_L\boldsymbol{v} = \frac{(\boldsymbol{v},\boldsymbol{b}_1)}{(\boldsymbol{b}_1,\boldsymbol{b}_1)}\boldsymbol{b}_1 + \frac{(\boldsymbol{v},\boldsymbol{b}_2)}{(\boldsymbol{b}_2,\boldsymbol{b}_2)}\boldsymbol{b}_2 = -2\boldsymbol{b}_1 - \frac{46}{101}\boldsymbol{b}_2 = -2(0;-1;1;0) -$$

$$-\frac{46}{101}\left(-5;\frac{7}{2};\frac{7}{2};1\right) = \frac{1}{101}(230;\ 41;-363;-46);$$

і ортогональну складову $\boldsymbol{b}$ вектора $\boldsymbol{v} = (5;2;-2;2)$:

$$\boldsymbol{b} = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{a} = (5;2;-2;2) - \frac{1}{101}(230;\ 41;-363;-46) = \frac{1}{101}(275;161;161;248).$$

Оскільки вектор $\boldsymbol{b} = \frac{1}{101}(275;161;161;248)$ належить простору $L^{\perp}$, то він має бути ортогональним кожному з векторів $\boldsymbol{a}_1 = (0;-1;1;0)$; $\boldsymbol{a}_2 = (-5;7;0;1)$. Попарні скалярні добутки векторів відповідно дорівнюватимуть:

$$(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a}_1) = \frac{1}{101}(-161+161) = 0;$$

$$(\boldsymbol{b}, \boldsymbol{a}_2) = \frac{1}{101}(275\cdot(-5)+161\cdot 7+248) = 0.$$

Перевірку обчислення ортогональної проекції $\boldsymbol{a}$ і ортогональної складової $\boldsymbol{b}$ вектора $\boldsymbol{v} = (5;2;-2;2)$ відносно підпростору *L* виконаємо за допомогою комп'ютера:

$$\mathrm{A} := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -9 \end{pmatrix} \quad \mathrm{a1} := \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathrm{a2} := \begin{pmatrix} -5 \\ 7 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathrm{A}\cdot\mathrm{a1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathrm{A}\cdot\mathrm{a2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{b1} := \mathrm{a1} \qquad \mathrm{b2} := \mathrm{a2} - \frac{\mathrm{a2}\cdot\mathrm{b1}}{\mathrm{b1}\cdot\mathrm{b1}}\cdot\mathrm{b1} \qquad \mathrm{b2} \rightarrow \begin{pmatrix} -5 \\ \frac{7}{2} \\ \frac{7}{2} \\ 1 \end{pmatrix} \quad \mathrm{v} := \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{a} := \frac{\mathrm{v}\cdot\mathrm{b1}}{\mathrm{b1}\cdot\mathrm{b1}}\cdot\mathrm{b1} + \frac{\mathrm{v}\cdot\mathrm{b2}}{\mathrm{b2}\cdot\mathrm{b2}}\cdot\mathrm{b2} \qquad \mathrm{a} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{230}{101} \\ \frac{41}{101} \\ \frac{-363}{101} \\ \frac{-46}{101} \end{pmatrix} \qquad \mathrm{b} := \mathrm{v} - \mathrm{a} \quad \mathrm{b} \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{275}{101} \\ \frac{161}{101} \\ \frac{161}{101} \\ \frac{248}{101} \end{pmatrix}$$

Рис. 1. *Перевірка обчислень в середовищі Mathcad*

Отже, обчислення ортогональної проекції $\boldsymbol{a}$ і ортогональної складової $\boldsymbol{b}$ вектора $\boldsymbol{v} = (5;2;-2;2)$ відносно підпростору *L* виконані правильно.

ICV 2019: 79.31
DOI 10.31494/2412-9208-2021-1-1

Відповідь: $$\boldsymbol{a}=\frac{1}{101}(230;\ 41;-363;-46);$$

$$\boldsymbol{b}=\frac{1}{101}(275;161;161;248).$$

Приклад 2. Значення деякої ознаки *Y* за значеннями ознаки *X* характеризуються даними експерименту:

	5	4	3	2	1				
	4,1	0,4	,8	,6	,2	,1	,4	,2	,9	,8

Вирівняти залежність *Y* від *X* вздовж параболи $y(x)=\alpha_0+\alpha_1 x+\alpha_2 x^2$.

Розв'язування. Для отримання системи рівнянь з необхідних умов мінімуму функції $S(\alpha_0,\alpha_1,\alpha_2)$ записуємо розрахункову таблицю, сформовану у програмному середовищі Mathcad (рис. 2):

$\mathrm{ORIGIN} := 1$

$n := 10 \quad i := 1..n \quad x_i := i-6$

$y_1 := 14.1 \quad y_2 := 10.4 \quad y_3 := 7.8 \quad y_4 := 5.6 \quad y_5 := 4.2 \quad y_6 := 3.1 \quad y_7 := 2.4 \quad y_8 := 3.2 \quad y_9 := 3.9 \quad y_{10} := 5.8$

$$x \rightarrow \begin{pmatrix}-5\\-4\\-3\\-2\\-1\\0\\1\\2\\3\\4\end{pmatrix} \quad y \rightarrow \begin{pmatrix}14.1\\10.4\\7.8\\5.6\\4.2\\3.1\\2.4\\3.2\\3.9\\5.8\end{pmatrix} \quad \overrightarrow{(x_i)^2} \rightarrow \begin{pmatrix}25\\16\\9\\4\\1\\0\\1\\4\\9\\16\end{pmatrix} \quad \overrightarrow{(x_i)^3} \rightarrow \begin{pmatrix}-125\\-64\\-27\\-8\\-1\\0\\1\\8\\27\\64\end{pmatrix} \quad \overrightarrow{(x_i)^4} \rightarrow \begin{pmatrix}625\\256\\81\\16\\1\\0\\1\\16\\81\\256\end{pmatrix} \quad \overrightarrow{(x_i \cdot y_i)} \rightarrow \begin{pmatrix}.49\\1.4\\5.7\\11.6\\27.5\\56.4\\79.1\end{pmatrix} \quad \overrightarrow{\left[(x_i)^2 \cdot y_i\right]} \rightarrow \begin{pmatrix}352.5\\166.4\\70.2\\22.4\\4.2\\0\\2.4\\12.8\\35.1\\92.8\end{pmatrix}$$

$$\sum_i x_i = -5 \quad \sum_i y_i = 60.5 \quad \sum_i (x_i)^2 = 85 \quad \sum_i (x_i)^3 = -125 \quad \sum_i (x_i)^4 = 1.333\times 10^3 \quad \sum_i (x_i \cdot y_i) = -107.2 \quad \sum_i \left[(x_i)^2 \cdot y_i\right] = 758.8$$

Рис. 2. *Розрахункова таблиця*

За результатами обчислень записуємо систему трьох лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 10\alpha_0-5\alpha_1+85\alpha_2=60{,}5; \\ -5\alpha_0+85\alpha_1-125\alpha_2=-107{,}2; \\ 85\alpha_0-125\alpha_1+1333\alpha_2=758{,}8. \end{cases}$$

DOI 10.31494/2412-9208-2021-1-1

Розв’язання отриманої системи лінійних алгебраїчних рівнянь виконуємо у програмному середовищі Mathcad за методом Гаусса (рис. 3):

$$A := \begin{bmatrix} n & \sum_i x_i & \sum_i (x_i)^2 & \sum_i y_i \\ \sum_i x_i & \sum_i (x_i)^2 & \sum_i (x_i)^3 & \sum_i x_i \cdot y_i \\ \sum_i (x_i)^2 & \sum_i (x_i)^3 & \sum_i (x_i)^4 & \sum_i \left[(x_i)^2 \cdot y_i\right] \end{bmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 10 & -5 & 85 & 60.5 \\ -5 & 85 & -125 & -107.2 \\ 85 & -125 & 1333 & 758.8 \end{pmatrix} \quad \mathrm{rref}(A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3.04424 \\ 0 & 1 & 0 & -0.6153 \\ 0 & 0 & 1 & 0.31742 \end{pmatrix}$$

Рис. 3. *Розв’язування системи трьох лінійних рівнянь за методом Гаусса*

Таким чином, шукана зрівняна вздовж параболи залежність *Y* від *X* має вигляд: $y(x) = 3{,}0442 - 0{,}6153x + 0{,}3174x^2$.

Відповідь: $y(x) = 3{,}0442 - 0{,}6153x + 0{,}3174x^2$.

Висновки. Розв’язання типових задач курсів лінійної алгебри і теорії ймовірностей із елементами математичної статистики потребують громіздкої обчислювальної роботи. Відомо, що правильне виконання обчислювальних операцій вимагає зосередження, розумової концентрації і часового ресурсу. Розв’язування таких задач протягом аудиторного часу в ручному режимі є малопродуктивним, а результати такої обчислювальної роботи можуть виявитись недостатньо достовірними. У такій ситуації доцільно використовувати програмні математичні середовища. Методичну доцільність використання таких компонентів підтверджують результати відповідних досліджень. Ми пропонуємо застосовувати інноваційні компоненти не лише під час опрацювання змісту математичних навчальних дисциплін, а й інтенсифікації роботи педагога з розробки контрольних і тестових завдань різного рівня складності для об’єктивного оцінювання навчальних досягнень студентів. Обґрунтування останньої тези ми відносимо до результатів нашого дослідження.

Отже, основні висновки нашого дослідження містять такі положення:

- інтеграція інноваційних компонентів до методичних систем навчання математичних дисциплін майбутніх учителів математики сприяє формуванню їх інформатичної компетентності;
- методичні аспекти використання інноваційних компонентів на прикладі навчання лінійної алгебри та теорії ймовірностей із елементами математичної статистики, наведені в статті, є методичною розробкою, яка може бути ефективно використаною студентами та викладачами педагогічних ЗВО у власній науково-педагогічній діяльності та самоосвіті;

ICV 2019: 79.31
DOI 10.31494/2412-9208-2021-1-1

• методично опрацьоване і технічно підготовлене використання інноваційних компонентів на основі використання математичних програмних середовищ у навчанні математичних дисциплін сприятиме розв'язанню проблеми неефективного використання навчального часу.

На нашу думку, перспективним напрямом подальшого наукового пошуку є дослідження методичної проблеми побудови інноваційних компонентів методичних систем навчання математичних дисциплін студентів нематематичних спеціальностей з метою підвищення якості фахової підготовки та запобігання упередженості і суб'єктивізму під час оцінювання навчальних досягнень студентів.

Література

Кармелюк Г. І. Теорія ймовірностей та математична статистика. Посібник з розв'язування задач : навч. посібник. / Ганна Кармелюк. – К. : Центр учбової літератури, 2017. – 576 с.

Коваленко І. П. Вища математика. Навчальний посібник. / Іван Коваленко. – К. : Видавничий Дім «Слово», 2011. – 456 с.

Красножон О. Б, Мацюк В. В. Комп'ютерна підтримка вивчення теми «Кореляційний зв'язок, коефіцієнт кореляції» курсу теорії ймовірностей із елементами математичної статистики / Олексій Красножон, Василь Мацюк // Наукові записки Бердянського державного педагогічного університету. Серія : Педагогічні науки : зб. наук. пр. – Вип. 3. – Бердянськ : БДПУ, 2020. – С. 56-65.

Кушлик-Дивульська О. І. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч. посіб./ О. І. Кушлик-Дивульська, Н. В. Поліщук, Б. П. Орел, П. І. Штабалюк. – К: НТУУ «КПІ», 2014. – 212 с.

Литвин О. М. Практикум з курсів "Математичні методи та моделі в розрахунках на ПЕОМ" і "Чисельні методи" (із застосуванням системи Mathcad) : навчальний посібник. / Олег Литвин, Людмила Лобанова. – Харків : УІПА, 2006. – 153 с.

Мацюк В. В. Алгебра і теорія чисел: навчально-методичний посібник / Василь Мацюк. – Бердянськ : БДПУ, 2012. – 148 с.

Нечаев В. А. Задачник-практикум по алгебре. Группы. Кольца. Поля. Векторные и евклидовы пространства. Линейные отображения. / Василий Нечаев. – М. : Просвещение, 1983. – 120 с.

Огірко О. І., Галайко Н. В. Теорія ймовірностей та математична статистика: навчальний посібник / О. І. Огірко, Н. В. Галайко. – Львів: ЛьвДУВС, 2017. – 292 с.

Рябушко А. П. Индивидуальные задания по высшей математике. В 4 ч. Ч. 4. Операционное исчисление. Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. Математическая статистика : учеб. пособие / Антон Рябушко. – 3 изд. – Минск : Выш. шк., 2010. – 336 с.

Ткач Є. І. Загальна теорія статистики : підручник [для студ. вищ. навч. закл.] / Євген Ткач, Володимир Сторожук. – [3-тє вид.] – К. : Центр учбової літератури, 2009. – 442 с.

Турчин В. Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник. / Валерий Турчин. – Д. : Изд-во Днепропетр. нац. ун-та, 2008. – 656 с.

DOI 10.31494/2412-9208-2021-1-1

References

Karmelyuk, A.I. (2017). *Teoriya ymovirnostey ta matematychna statystyka [Probability theory and mathematical statistics].* Kyiv: Center of Educational Literature [in Ukrainian].

Kovalenko, I.P. (2011). *Vyshcha matematyka [Higher mathematics].* Kyiv: Slovo Publishing House [in Ukrainian].

Krasnozhon, O.B., & Matsyuk, V.V. (2020). Komp'yuterna pidtrymka vyvchennya temy «Korelyatsiynyy zv'yazok, koefitsiyent korelyatsiyi» kursu teoriyi ymovirnostey iz elementamy matematychnoyi statystyky [Computer support of studying the topic "Correlation", correlation coefficient "of the course of probability theory with elements of mathematical statistics]. *Naukovi zapysky Berdyans'koho derzhavnoho pedahohichnoho universytetu – Scientific notes of Berdyansk State Pedagogical University, Vol. 3,* 56-65 [in Ukrainian].

Kushlyk-Divulska, O.I., Polishchuk, N.V., Orel, B.P., & Shtabalyuk, P.I. (2014). *Teoriya ymovirnostey ta matematychna statystyka [Probability theory and mathematical statistics].* Kyiv: NTUU "KPI" [in Ukrainian].

Lytvyn, O.M., & Lobanova, L.S. (2006). *Praktykum z kursiv "Matematychni metody ta modeli v rozrakhunkakh na PEOM" i "Chysel'ni metody" (iz zastosuvannyam systemy Mathcad) [Workshop on the courses "Mathematical methods and models in PC calculations" and "Numerical methods" (using the Mathcad system)].* Kharkiv: UIPA [in Ukrainian].

Matsyuk, V.V. (2012). *Alhebra i teoriya chisel [Algebra and number theory].* Berdyansk: BSPU [in Ukrainian].

Nechaev, V.A. (1983). *Zadachnik-praktikum po algebre [Algebra workshop].* Moscow: Education [in Russian].

Ogirko, O.I., & Galaiko, N.V. (2017). *Teoriya ymovirnostey ta matematychna statystyka [Theory of probabilities and mathematical statistics].* Lviv: LvDUVS [in Ukrainian].

Ryabushko, A.P. (2010). *Individual'nyye zadaniya po vysshey matematike: operatsionnoye ischisleniye, elementy teorii ustoychivosti, teoriya veroyatnostey, matematicheskaya statistika [Individual tasks in higher mathematics: operational calculus, elements of stability theory, probability theory, mathematical statistics].* Minsk: Higher school [in Russian].

Tkach, Y., & Storozhuk, V. (2009). *Zahal'na teoriya statystyky [General theory of statistics].* Kyiv: Center of Educational Literature [in Ukrainian].

Turchin, V.N. (2008). *Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika [Probability theory and mathematical statistics].* Dnepropetrovsk: Publishing House of Dnepropetrovsk National University [in Russian].

АНОТАЦІЯ

У статті досліджено інноваційні аспекти побудови компонентів методичної системи навчання дисциплін "Лінійна алгебра" та "Теорія ймовірностей із елементами математичної статистики", які передбачені освітньо-професійною програмою «Середня освіта (математика)» першого рівня вищої освіти за спеціальністю 014 Середня освіта (Математика). Стаття містить методичні та процесуальні аспекти організації обчислень ортогональної проекції та ортогональної складової вектора відносно підпростору, заданого системою лінійних алгебраїчних рівнянь, а також застосування методу найменших квадратів для опрацювання експериментальних даних. Стисло наведені теоретичні та практичні відомості відповідних розділів зазначених навчальних дисциплін. Здійснено стислий огляд навчальної, методичної та наукової літератури, яка використовується під час навчання лінійної алгебри

ICV 2019: 79.31
DOI 10.31494/2412-9208-2021-1-1

та теорії ймовірностей із елементами математичної статистики; обґрунтована доцільність використання інноваційних компонентів відповідних методичних систем навчання. Авторами запропоновано застосування зазначених інноваційних компонентів під час опрацювання змісту дисциплін та розробки тестових завдань різного рівня складності з лінійної алгебри та теорії ймовірностей із елементами математичної статистики з метою об'єктивного оцінювання навчальних досягнень студентів. У статті наведено огляд інноваційних аспектів навчання лінійної алгебри та теорії ймовірностей із елементами математичної статистики, а також аналіз особливостей реалізації інноваційних компонентів методичних систем у програмному математичному середовищі Mathcad. Методичні та практичні матеріали, які подано в статті, можуть бути корисними студентам для організації та активізації самостійної наукової та педагогічної діяльності, учителям закладів загальної середньої освіти, керівникам факультативної й гурткової роботи учнів, викладачам курсів лінійної алгебри та теорії ймовірностей із елементами математичної статистики педагогічних ЗВО.

Ключові слова: *інновації в освіті, лінійна алгебра, теорія ймовірностей, математична статистика, евклідовий простір, ортогональна проекція, ортогональна складова, статистична вибірка.*