

БЕРДЯНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет фізико-математичної, комп'ютерної та технологічної освіти
Кафедра фізики, математики та методики навчання

«Допущено до захисту»
Завідувач кафедру
д.п.н., проф. Олександр ШКОЛА
«05» грудня 2025 р

Кваліфікаційна робота магістра

РЕАЛІЗАЦІЯ ТЕХНОЛОГІЇ ПРОБЛЕМНОГО НАВЧАННЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Виконавець: здобувачка другого рівня
вищої освіти, група м2МА-з

Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка

Спеціальність: 014 Середня освіта
(Математика)

Освітньо-професійна програма: Середня освіта
(Математика)

ПІБ: Інна СІРІНЬОК

Керівник: к.п.н., ст.викл. Світлана ЄФИМЕНКО

Рецензент: к.п.н., ст.викл. Микола КУДІНОВ

Запоріжжя – 2025

ЗАВДАННЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

Сіріньок Інна Миколаївна

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи: «Реалізація технології проблемного навчання на уроках математики»

Керівник роботи: Єфименко С.М., к.п.н., старший викладач

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по університету від «02» грудня 2025 року № 718с.

2. Строк подання студентом роботи: 02.12.2025 р.

3. Вихідні дані до роботи: теоретичне обґрунтування, визначення методичних умов ефективного застосування концепції проблемного навчання у математичній освіті в школі та розробка відповідних методичних рекомендацій удосконалення навчального процесу з математики на основі технології проблемного навчання.

4. Зміст пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити):

- вивчити й проаналізувати психолого-педагогічну й методичну літературу по темі дослідження;
- дослідити технологію проблемного навчання та її застосування в навчальному процесі;
- визначити особливості створення проблемних ситуацій та проблемних задач на уроці математики;
- висвітлити місце проблемного навчання в структурі традиційних методів;
- розглянути можливості удосконалення проблемного навчання засобами комп'ютерних технологій;
- розробити рекомендації щодо створення та використання проблемних ситуацій на уроках математики;

- обґрунтувати умови ефективного застосування проблемного навчання та визначити його вплив на пізнавальну активність і навчальні результати учнів.

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень) (за необхідністю):

6. Консультанти розділів роботи (якщо передбачені):

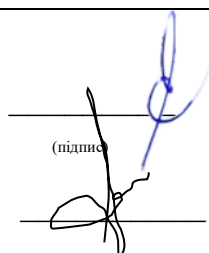
<i>Розділ</i>	<i>Прізвище, ініціали та посада консультанта</i>	<i>Підпис, дата</i>	
		<i>завдання видав</i>	<i>завдання прийняв</i>

7. Дата видачі завдання: 27.09.2024 р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

<i>№ з/п</i>	<i>Назва етапів кваліфікаційної роботи</i>	<i>Строк виконання етапів роботи</i>	<i>Примітка</i>
1.	Формулювання теми кваліфікаційної роботи, підготовка вступу, складання плану роботи.	жовтень 2024 р.	
2.	Аналіз літературних джерел за темою дослідження, уточнення базових понять дослідження. Підготовка підрозділів 1.1, 1.2.	грудень - лютий 2024-2025 р.	
3.	Підготовка підрозділу 1.3 та висновків розділу 1 кваліфікаційної роботи.	березень – квітень 2025 р.	
4.	Підготовка підрозділів 2.1 – 2.6 кваліфікаційної роботи та висновків 2 розділу.	травень – вересень 2025 р.	
5.	Підготовка підрозділів 3.1 – 3.2 кваліфікаційної роботи та висновків 3 розділу.	жовтень – листопад 2024 р.	
6.	Оформлення підсумкового варіанту кваліфікаційної роботи відповідно до чинних вимог.	01.12.2025 р.	

Здобувачка вищої освіти:


(підпис)

Інна СІРІНЬОК

(прізвище та ініціали)

Керівник роботи:



Світлана ЄФИМЕНКО

ЗМІСТ

ВСТУП	3
РОЗДІЛ 1. СУТНІСТЬ ПРОБЛЕМНОГО НАВЧАННЯ	Error! Bookmark not defined.
1.1. Місце проблемного навчання в педагогічних концепціях	7
1.2. Концептуальні основи проблемного навчання	10
1.3 Функції проблемного навчання	15
Висновки першого розділу	18
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА РЕАЛІЗАЦІЇ ПРОБЛЕМНОГО НАВЧАННЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ	20
2. 1. Особливості структури проблемного уроку математики	20
2.2. Методи й прийоми створення проблемних ситуацій у навчанні математики	22
2.2.1. Сутність проблемної ситуації у навчанні математики	23
2.2.2. Класифікація проблемних ситуацій у навчанні математики	24
2.2.3 Методи проблемного навчання як еволюція традиційних методів	26
2.3. Проблемне питання та проблемне завдання на уроках математики	31
2.4. Використання сучасних засобів навчання для підтримки проблемного підходу на уроках математики	36
2.5. Модель проблемного уроку математики (авторська розробка)	41
2.6. Приклади фрагментів проблемних уроків з математики (5-11 класи)	47
Висновки другого розділу	51
РОЗДІЛ 3. ПРОБЛЕМНЕ НАВЧАННЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ	Error! Bookmark not defined.
3.1. Аналіз ефективності використання проблемного навчання у власній педагогічній практиці	53
3.2. Методичні рекомендації щодо застосування проблемного навчання	55
Висновки третього розділу	57
ВИСНОВОК	Error! Bookmark not defined.
ДЕКЛАРАЦІЯ ВИКОРИСТАННЯ ГШІ (GAIDeT)	61

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

ДОДАТКИ

645

Error! Bookmark not defined.

ВСТУП

Актуальність теми. Суспільство XXI століття висуває серйозні вимоги до якості освіти молодого покоління: володіння різними способами діяльності (пізнавальної, творчої), уміння орієнтуватися у величезному інформаційному потоці, володіння здатністю до самостійного поповнення своїх знань, уміння критично мислити, володіння навичками колективної праці. Випускник школи повинен вміти самостійно бачити виникаючі в реальному світі труднощі і шукати шляхи раціонального їх подолання, чітко усвідомлювати, де і яким чином здобуті знання можуть бути застосовані в реальній дійсності. Розвивати такі вміння важко, використовуючи тільки звичайну фронтальну форму навчання і репродуктивні методи.

Тому виникає потреба у пошуку таких методів і технологій, які забезпечують вищий рівень пізнавальної активності учнів. Одна з таких технологій навчання – це проблемне навчання, що посідає важливе місце в різних навчальних дисциплінах, зокрема в методиці математики.

Спочатку цей підхід виник як «методом проблем», і зв'язувався він з ідеями гуманістичного напрямку у філософії й освіті, розробленими американським філософом і педагогом Дж. Д'юї. Цей «метод» пропонував будувати навчання на активній основі через доцільну діяльність учня, відповідно з його особистим інтересом саме в цих знаннях. Тому надзвичайно важливо було показати дітям їхню особисту зацікавленість у здобутих знаннях, якими вони зможуть скористатися у житті.

Проблемне навчання має тривалу історію свого розвитку. Ще в давні часи було відомо, що розумова активність сприяє кращому запам'ятовуванню і більш глибокому розумінню суті предметів, процесів і явищ. Так, постановка проблемних питань співрозмовникові і його утруднення в пошуках відповідей на них були характерні для дискусій Сократа. Цей же прийом був відомий у піфагорійській школі.

Теорія проблемного навчання активно розробляється у вітчизняній і світовій педагогіці з середини 50-х років XX століття. Сьогодні теорія проблемного навчання – досить глибоко розроблена галузь педагогічної науки. Концепція проблемного навчання, як і розвиваючого, споконвічно ґрунтувалася на тенденції посилення ролі учня в освіті, розумінні необхідності особистісного розвитку учнів. Розробкою тих або інших аспектів проблемного навчання й проблемного навчання як концепції в цілому займалися відтоді, і займаються сьогодні багато вчених і практиків: В. Оконь, Дж. Д'юї, Ж. Піаже, Дж. Брунер, Дж. Поля, С. Пейперт, Г. Гарднер та інші. У зв'язку зі змінами які відбуваються в системі національної освіти, розвитком сучасних цифрових технологій не втратила своєї актуальності

Об'єкт і предмет дослідження. Об'єктом дослідження є процес навчання математики в загальноосвітній школі з використанням проблемного методу.

Предмет дослідження – проблемне навчання на уроках математики як сучасна педагогічна технологія.

Метою дослідження є теоретичне обґрунтування, визначення методичних умов ефективного застосування концепції проблемного навчання у математичній освіті в школі та розробка відповідних методичних рекомендацій удосконалення навчального процесу з математики на основі технології проблемного навчання. Виходячи з об'єкта й предмета дослідження для досягнення поставленої мети, визначені наступні завдання:

1. Вивчити й проаналізувати психолого-педагогічну й методичну літературу по темі дослідження.
2. Проаналізувати технологію проблемного навчання та її застосування в навчальному процесі.
3. Визначити особливості створення проблемних ситуацій та проблемних задач на уроці математики.
4. Висвітлити місце проблемного навчання в структурі традиційних методів.

5. Розглянути можливості удосконалення проблемного навчання засобами комп'ютерних технологій.
6. Розробити рекомендації щодо створення та використання проблемних ситуацій на уроках математики.
7. Обґрунтувати умови ефективного застосування проблемного навчання та визначити його вплив на пізнавальну активність і навчальні результати учнів.

Методи дослідження. Вивчення й аналіз педагогічної й методичної літератури; вивчення й узагальнення передового педагогічного досвіду; аналіз діяльності вчителів з організації проблемного навчання; аналіз роботи учнів; аналіз власного досвіду роботи, порівняння отриманих результатів у процесі застосування різних видів проблемних ситуацій.

Методи дослідження взаємопов'язані й застосовувалися комплексно для забезпечення достовірності отриманих результатів.

Теоретичне значення роботи полягає в уточненні та систематизації підходів до організації проблемного навчання на уроках математики, у конкретизації методичних умов, що забезпечують його ефективність, а також у розширенні наукових уявлень про роль проблемних ситуацій у розвитку математичного мислення школярів. Дослідження поглиблює розуміння взаємозв'язку між пізнавальною активністю учнів та структурою проблемного завдання, визначає місце проблемного навчання в контексті сучасних освітніх технологій, включно з цифровими.

Практичне значення полягає в розробленні моделі проблемного уроку математики, доборі й описі методичних прийомів створення проблемних ситуацій, а також у підготовці конкретних навчальних матеріалів (фрагментів уроків, прикладів проблемних завдань, рекомендацій щодо використання цифрових та презентаційних інструментів). Запропоновані матеріали можуть бути використані вчителями математики у закладах загальної середньої освіти, у системі підвищення кваліфікації педагогічних працівників та в подальших методичних розробках.

Структура роботи. Магістерська робота містить вступ, три розділи, висновок, список літератури й додатки.

Робота складається із вступу, трьох розділів, висновків, списку використаних джерел (32 позиції). Загальний обсяг роботи – 85 с., з яких 58 с. – основна частина. Робота містить 2 рисунки і 3 таблиці. Додатки наведено на 18 сторінках.

РОЗДІЛ 1. СУТНІСТЬ ПРОБЛЕМНОГО НАВЧАННЯ

1.1. Місце проблемного навчання в педагогічних концепціях

У теорії й практиці педагогіки на даний момент існує велика кількість різноманітних концепцій, теорій, підходів до навчання, заснованих на тих чи інших освітніх цілях, на тих або інших особливостях передачі або засвоєння знань, розвитку особистості учнів. Найбільше теоретично обґрунтовані й методологічно розвинені з них формують педагогічні технології. Через велике різноманіття педагогічних технологій і концепцій існують різні класифікації. На даний час існує кілька основних наукових концепцій процесу навчання, що представляють теорії побудови системи розумової активності, зокрема процесу запам'ятовування й відтворення інформації, формування вмінь і навичок. За науковою концепцією засвоєння досвіду виділяються асоціативно-рефлекторні, біхевіористські, гештальттехнології, інтріориза-торські, розвиваючі, а також малорозповсюджені технології нейролінгвістичного програмування і суггестивні. Вони ґрунтуються на різних особливостях мислення й психіки. Наприклад, згідно асоціативно-рефлекторної концепції (Джон Локк та ін.) знання засвоюються в результаті виникнення у свідомості учня асоціацій різного характеру, згідно суггестивної (Г.К. Лозанов та ін.) – у результаті емоційного навіювання, згідно гештальттехнології (М. Вертхеймер, В. Келер, К. Коффка й ін.) – у результаті відтворення у свідомості структури й змісту інформаційних блоків-гештальтів. Концепція проблемного навчання має у своїй основі підґрунтя розвитку, а не лише відтворення готових знань. Разом з тим, у ній закладена ідея більш ефективного засвоєння знань через їхнє самостійне здобування учнем.

По цільовій орієнтації педагогічні технології підрозділяються на кілька груп: спрямовані на формування знань, умінь і навичок, на формування способів розумових дій, на формування естетичних і моральних відносин, на формування

самокерованих механізмів особистості (технології саморозвитку), на формування дієво-практичної сфери й на розвиток творчих здібностей. Необхідність кожної із цих цілей визнається, як правило, будь-якою педагогічною технологією. Разом з тим, кожна педагогічна технологія по-своєму розставляє акценти в ієрархії цілей навчання, будь то формування знань, умінь і навичок, особистісний розвиток учнів і т.д. Так, у традиційному підході до навчання віддається пріоритет передачі учнем максимального обсягу знань, умінь і навичок, що в результаті повинно привести до розвитку особистості й формуванню бази для саморозвитку. Пріоритет знанням, умінням і навичкам віддається й багатьма іншими сучасними педагогічними концепціями, такими як програмоване навчання (Б. Скіннер, С. Л. Прессі, П. Я. Гальперін й ін.), технологія блочного опанування знань (на основі ідей Дж. Керролла та ін.) тощо, що являють собою вдосконалення методики викладання й структури навчального матеріалу. Технології розвиваючого навчання також припускають передачу учнем значного обсягу знань, умінь і навичок, але при цьому вони змістили освітні акценти: знання є не самоціллю, а засобами: засобом розвитку теоретичного мислення (Д.Б. Ельконін та ін.) або всебічного розвитку учня (Л.В. Занков і ін.). Проблемне ж навчання на даний момент має кілька різновидів, залежно від того, яка мета виділяється педагогом у якості основної. Так, це може бути засвоєння учнями знань, умінь і навичок, тоді педагог керує й направляє процес вирішення проблемних ситуацій, і за рахунок збільшення самостійності й персоналізації одержуваних знань, вони більшою мірою засвоюються учнями, ніж при пояснювально-ілюстративних і репродуктивних методах, а навчальний процес активізується за рахунок більшого інтересу з боку учнів – проблемне навчання перетворюється в удосконалення методики викладання й структури навчального матеріалу. Основною метою може стати творчий розвиток учнів, тоді педагог використовує в більшій частині проблемні ситуації, що ніколи не мали однозначної відповіді, віддає їм навчальну ініціативу. У зв'язку з цим проблемне навчання перетворюється в зовсім інший вид навчання (Дж. С. Брунер виділяє такий підхід уже як концепцію навчання через відкриття).

Проблемне навчання може бути близьким й до розвиваючого навчання, якщо його завданням є розвиток інтелекту учнів. При цьому за рахунок збільшення самостійності учнів при вирішенні проблемних ситуацій формується активна пізнавальна діяльність, досягається самостійність й органічність в застосуванні різних способів розумових дій. У теорії всі ці цілі представлені в проблемному навчанні, але на практиці вчитель самостійно будує ту або іншу ієрархію при структуруванні навчального матеріалу, розробці методики й реалізації навчального процесу.

Ще однією найважливішою класифікацією педагогічних технологій є поділ з погляду підходу до учня, визначення його місця в системі навчання. Завдання в цьому випадку полягають у тому, щоб уникнути згубних крайностей і вибрати золоту середину, найбільш адекватне співвідношення самостійності учня й впливу вчителя. Як справедливо пише Р. Дж. Стернберг [2, с.215], «фокусуючись лише на інструктивно-заданих якостях знань та способах розв'язання», ми тим самим вільно або мимоволі визначаємо границі його особистої інтелектуальної волі. З іншого боку, надаючи дитині повну свободу дій і довільно варіюючи зміст його навчальних занять, ми ризикуємо перетворити учня в «інтелектуального утриманця», нездатного до напруженої й продуктивної інтелектуальної роботи. У рамках даної класифікації виділяються три головні групи: авторитарні технології (передбачають беззастережне підкорення учня вчителю, що не допускає самостійності учня в будь-чому, повний контроль вчителем навчального процесу), дидактоцентричні або технократичні технології (передбачають пріоритет навчання над вихованням, головним фактором формування особистості визначаються дидактичні засоби) і особистісно-орієнтовані технології. Останні посідають усе більш міцні позиції: у сучасній педагогіці на першому плані виявляється учень як суб'єкт діяльності, і основні педагогічні зусилля направляються на його пізнавальний і особистісний розвиток. Як і в попередньому випадку, класифікація проблемного навчання залежить від змісту, що вкладається в це поняття, від основних цілей, які ставляться педагогом. Якщо ціль полягає в тім тому, щоб урізноманітнити й

удосконалити навчальний процес за рахунок активізації учнів, то тоді проблемне навчання можна віднести до дидактично-центричної концепції.

Якщо ж методи проблемного навчання застосовуються для того, щоб в учнів розвивалося творче мислення, інтелект, то проблемне навчання можна віднести до особистісно-орієнтованої концепції.

Таким чином, у наш час проблемне навчання є не стільки педагогічною технологією, скільки методикою або навіть підходом до навчання, і, залежно від рівня самостійності вирішення проблем учнями, може служити різним цілям і органічно застосовуватися в різних чинних педагогічних технологіях. Розглянемо докладніше основи проблемного навчання й методику його організації.

1.2. Концептуальні основи проблемного навчання

Концепція проблемного навчання, як і всі інші педагогічні концепції, при її формулюванні розкриває суб'єктивні особливості людської свідомості, переваги педагога чи дослідника. Саме тому в педагогічній літературі даються різні визначення цього поняття, що тією чи іншою мірою відображають відношення автора до педагогічного процесу й відповідно її ієрархії освітніх цінностей. Крім того, у проблемного навчання є своя історія розвитку, що наклала свій відбиток на це поняття.

У педагогічній практиці є різні трактування терміну «проблемного навчання», що зумовлено різними підходами до його сутності, цілей та методів реалізації. Деякі дослідники акцентують на створенні проблемної ситуації, інші – на самостійному пошуку знань учнями, ще інші – на розвитку критичного мислення через розв'язання нестандартних завдань. Усі ці підходи підкреслюють активну роль учня в процесі навчання та важливість когнітивного конфлікту, що є рушійною силою до пізнання.

І.Я. Лернер сутність проблемного навчання бачить у тім, що «учень під керівництвом учителя бере участь у вирішенні нових для нього пізнавальних і

практичних проблем у певній системі, що відповідає образно-виховним цілям російської школи» [4, с.138].

Дж. С. Брунер вважав проблемне навчання освітнім підходом, за якого учень самостійно здійснює відкриття нових знань через дослідження та пошук зв'язків між поняттями. Підкреслював важливість когнітивного конфлікту – коли учень стикається з проблемою, яку не може одразу вирішити.

Найбільш узагальнене визначення поняття проблемного навчання сформулював В. Оконь. Він визначив проблемне навчання як «сукупність таких дій, як організація проблемних ситуацій, формування проблем (поступово до цього привчаються учні самі), надання учням необхідної допомоги у вирішенні проблем, перевірка цих рішень і, нарешті, керівництво процесом систематизації й закріплення набутих знань» [3, с.68]. Суттєвим у цьому підході є те, що учні в процесі навчання стикаються з проблемними ситуаціями, які змушують їх ставити запитання, формувати гіпотези та перевіряти їх під час розумових і практичних дій.

Це визначення підкреслює активну, творчу та пошукову природу проблемного навчання, що сприяє глибшому засвоєнню матеріалу і розвитку критичного мислення.

Як бачимо, наведені визначення відображають істотні ознаки проблемного навчання, а саме: специфічно організовану самостійну діяльність учня, побудову навчання з урахуванням цілепокладання та принципу проблемності, активну й цілеспрямовану діяльність учителя, а також особливу структуру й зміст навчального матеріалу..

Проблемне навчання є ефективним засобом загального розвитку учнів. Проблемним воно називається не тому, що весь навчальний матеріал учні засвоюють тільки шляхом самостійного вирішення проблем і «відкриття» нових понять. Тут є й пояснення вчителя, і репродуктивна діяльність учнів, і постановка завдань, і виконання вправ. Але організація навчального процесу базується на принципі проблемності, а систематичне рішення навчальних проблем – характерна ознака цього типу навчання. Оскільки вся система методів

при цьому спрямована на загальний розвиток школяра, його індивідуальних здібностей, проблемне навчання є справді розвиваючим навчанням.

Проблемне навчання забезпечує можливості творчої участі тих, кого навчають, у процесі освоєння нових знань, формування пізнавальних інтересів і творчого мислення, високий ступінь органічного засвоєння знань і мотивації учнів. Фактично основою для цього є моделювання реального творчого процесу за рахунок створення проблемної ситуації й керування пошуком вирішення проблеми. При цьому усвідомлення, прийняття й вирішення цих проблемних ситуацій відбувається при оптимальній самостійності учнів, але під загальним направляючим керівництвом учителя в ході спільної взаємодії. Останній аспект надзвичайно важливий, оскільки на ньому, звичайно, і будується основна відмінність проблемного навчання від евристичного, яке припускає, що навчання відбувається при «незнанні» не тільки учня, але й учителя [1].

Основними поняттями проблемного навчання є "проблемна ситуація" і "навчальна проблема".

За В. Оконом проблемна ситуація – це «певне завдання або задача, яка викликає в учня суперечності між наявними знаннями й новою інформацією, що потребує пошуку нових способів розв'язання і оволодіння новими знаннями». Це спонукає людину шукати новий спосіб пояснення або спосіб дії. Проблемна ситуація є закономірністю продуктивної, творчої пізнавальної діяльності, яка змушує учня активно мислити, ставити питання, формулювати гіпотези та шукати шляхи їх розв'язання у процесі навчання

Проблемна ситуація характеризує взаємодію суб'єкта і його оточення, а також психічний стан особистості в процесі пізнання, як особистості, включеної в об'єктивне й суперечливе по своєму змісту середовище. Усвідомлення якогось-небудь протиріччя в процесі діяльності (наприклад, неможливості виконати теоретичне або практичне завдання за допомогою раніше засвоєних знань) приводить до появи потреби в нових знаннях, в тому невідомому, що дозволило б вирішити протиріччя, яке виникло.

Проблемна ситуація породжується навчальною або практичною ситуацією, яка містить дві групи елементів: дані (відомі) і нові (невідомі) елементи. Проблемна ситуація означає стан інтелектуального утруднення, при якому людина відчуває потребу вийти з цього важкого становища, розв'язати його. Проблемна ситуація – це ситуація, що ставить людину в умови, які вимагають від неї зробити свій вибір, прийняти рішення: «мислення починається з проблеми, проблемної ситуації» (С.Л. Рубінштейн) [цит. за 7, с. 9]. Тому проблемна ситуація є одним з головних засобів активізації навчальної діяльності учнів. Проблемна ситуація виникає найчастіше тоді, коли є кілька варіантів вирішення при обмеженому обсязі інформації, вихідних даних.

Виходячи з цього, проблемним навчанням є така навчально-пізнавальна діяльність учнів по засвоєнню знань і способів діяльності, при якій учнями сприймаються пояснення вчителя в умовах проблемної ситуації, з тим або іншим ступенем самостійності аналізуються формулювання проблем і досягається їхнє рішення за допомогою висування пропозицій, гіпотез, їхніх обґрунтувань і доказів, а також шляхом перевірки правильності рішення. Проблемні ситуації, відповідно, все проблемне навчання будуються на принципі проблемності, протиріччя як закономірності пізнання, як основного механізму, що активізує навчання вже на рівні учнів. Дія цього механізму й, відповідно, концептуальна основа всього проблемного навчання засновані на психологічній теорії мислення, висунутої С.Л.Рубінштейном [8]. У його теорії мислення являє собою продуктивний процес, що зв'язує воедино об'єкти пізнаваної дійсності. Під час розумового процесу й вирішення такої проблемної ситуації відбувається усвідомлення пізнавальної потреби суб'єкта і викликає розумову активність.

Проблемне навчання безпосередньо пов'язане з активізацією пізнавальної діяльності учнів. Деякі педагоги ототожнюють ці два поняття, пропонуючи ліквідувати й сам термін «проблемне навчання». Проте проблемне навчання є одним з найефективніших засобів активізації мислення учня. Активність, що виникає під час роботи з проблемною ситуацією, полягає в тому, що учень аналізує фактичний матеріал, встановлює зв'язки між елементами, оперує вже

засвоєними знаннями так, щоб самостійно отримати нову інформацію. Іншими словами це розширення, поглиблення знань за допомогою раніше засвоєних знань або нове застосування колишніх знань. Нове застосування колишніх знань не може пояснити ні вчитель, ні книга, воно шукається учнем, поставленим у відповідну ситуацію. Це і є пошуковий метод навчання як антипод методу сприйняття готових знань, поданих учителем (хоча останній метод теж викликає певну активність учня). Розумовий пошук – складний процес. Ціль активізації учня за допомогою проблемного навчання полягає в тому, щоб підняти рівень розумової діяльності учня й навчати його не окремому випадковому, стихійно складному порядку, а системі розумових дій, що характерні для вирішення нестереотипних завдань, які вимагають застосування творчої розумової діяльності. Розумова активність є, з одного боку, характеристикою розвитку інтелекту, виховання якого є одним з основних завдань всебічного гармонійного розвитку особистості. З іншого боку, високий ступінь розумової активності є необхідною умовою для ефективного навчання. Таким чином, саме ці ідеї були покладені в основу проблемного навчання: постановка проблемного завдання (створення проблемної ситуації) приводить до появи пізнавальної потреби, у зв'язку із чим підвищується розумова активність учня, активізується мислення й розвивається інтелект. А отже, підвищується мотивація навчання, формується вміння вчитися. Необхідно також помітити, що останнім часом з'явилися спроби пояснення ефективності проблемного навчання не тільки на психологічному, але й на фізичному рівні, тобто на рівні особливостей роботи мозку. Так, пропонується наступна теорія, що пояснює процес пізнання й навчання [9]. Розумові зусилля учня завершуються «фіксацією досягнення поставленої мети», тобто розумінням. Як відомо, у цей момент учень отримує сприятливі емоції: від полегшення до ейфорії, залежно від глибини протиріччя (складності проблемної ситуації) і рівня напруги.

Отже, концептуальні основи проблемного навчання формуються на перетині психологічних, дидактичних і методичних підходів, які поєднують ідею когнітивного конфлікту, активної пошукової діяльності та цілеспрямованого

педагогічного керування. Незважаючи на різні трактування, дослідники одностайні в тому, що проблемне навчання забезпечує умови для глибшого розуміння матеріалу, сприяє розвитку інтелектуальних умінь і формує здатність учня самостійно здобувати знання. Саме ці положення становлять фундамент для подальшого аналізу механізмів створення проблемних ситуацій та методичних шляхів їх реалізації на уроках математики.

1.3 Функції проблемного навчання

Традиційна освіта по своєму змісту й поставленим цілям орієнтована насамперед на засвоєння знань, умінь і навичок. Крім того, з гуманізацією всієї соціальної сфери в традиційній освіті однією, але не пріоритетною, стала мета всебічного й гармонійного розвитку кожного учня. Та через інертності системи освіти й особливостей методів традиційної педагогіки досягалася вона лише побічно, була побічним продуктом навчальної діяльності.

У проблемному навчанні, як і в традиційному, визнається важливість всіх тих же функцій, однак трохи змінюється розстановка акцентів, порядок освітніх цілей:

- ♦ розвиток пізнавальної самостійності, інтелекту й творчих здібностей учнів;
- ♦ засвоєння учнями системи знань і способів практичної розумової діяльності;
- ♦ формування всебічно розвиненої особистості.

Б. Блум виділяє як основні функції проблемного навчання також і формування критичного та системного мислення. На погляд автора, ця функція проблемного навчання забезпечує можливість розвитку здорового скептицизму учнів, що є необхідною умовою для формування наукового світогляду. Проте, як зазначав Б. Блум, якщо ми фіксуємо їхню увагу на одній, заздалегідь визначеній істині, це суперечить самій меті проблемного навчання – розвитку пізнавальної самостійності. Мета ПН – навчити учня мислити, а не просто приймати готові відповіді.

Отже, такі основні функції проблемного навчання. Вони властиві практично всім освітнім концепціям і різниця полягає лише в їхній ієрархії: у проблемному навчанні основний акцент робиться не стільки на засвоєння учнями знань, скільки на розвиток їхнього інтелекту, пізнавальної самостійності й творчих здібностей. Тому проблемному навчанню приписуються також наступні спеціальні функції, що конкретизують загальні стосовно до проблемного навчання:

- ♦ виховання навичок творчого засвоєння знань (застосування окремих логічних прийомів і способів творчої діяльності);
- ♦ виховання навичок творчого застосування знань (застосування засвоєних знань у новій ситуації) і вміння вирішувати навчальні проблеми;
- ♦ формування й накопичення досвіду творчої діяльності (оволодіння методами наукового дослідження й творчого відображення дійсності);
- ♦ формування мотивів навчання, соціальних, моральних і пізнавальних потреб.

Найбільш важливими функціями, характерними для проблемного навчання, є, по-перше, розвиток творчих здібностей учнів і, по-друге, розвиток практичних навичок використання знань і підвищення рівня освоєння навчального матеріалу.

Інформаційна складова освіти була пріоритетною із самого початку становлення педагогіки. Пояснюється це тим, що знання є основою продуктивного мислення, а навички творчого й продуктивного мислення отримуються в школі лише як наслідок репродуктивного засвоєння.

Вважається, що репродуктивна діяльність негативно впливає на можливість творчої діяльності. А будучи засвоєною і закріпленою учнями першочергово, створює в учнів уяву, що шаблони – необхідний освітній продукт. Такого висновку почали притримуватися як педагоги і психологи, так і теоретики та практики. Жан Піаже у своїй теорії когнітивного розвитку наголошував, що когнітивний конфлікт, тобто ситуація, коли дитина не може пояснити нове явище за допомогою вже наявних знань, є рушієм інтелектуального зростання. Саме в

таких умовах, коли знань бракує, дитина починає активно шукати нові пояснення, будувати гіпотези, експериментувати – тобто діяти творчо.

Тому творчість під час репродуктивної діяльності може виникати тільки у випадку, коли під час такої діяльності в учнів формуються певні способи діяльності, але не зміст навчання. Джером Брунер вважав, що навчання через відкриття – тобто самостійне дослідження і пошук рішень – є найефективнішим способом формування гнучкого мислення. Він підкреслював, що невизначеність і незнання не є перешкодою, а навпаки – умовою для розвитку творчості.

Вважаючи, з одного боку, творчу активність як суспільний фактор розвитку та враховуючи особливості людської психіки й мислення, можна говорити, що основою проблемного навчання є моделювання проблемних ситуацій, відтворення творчого процесу при навчанні.

Другою основною метою й функцією проблемного навчання, як вже говорилося, є підвищення в учнів рівня засвоєння навчального матеріалу та розвиток практичних навичок і знань. Значно кращому засвоєнню знань сприяє практичне відтворення учнем знань і навичок під час вирішення проблемної ситуації, ніж лише словесне або практичне їхнє формування при традиційному навчанні.

Отже, у порівнянні із традиційною освітою, проблемне навчання більш ефективно розвиває творчі здібності учнів, їхній інтелект, сприяє якіснішому засвоєнню знань, умінь і навичок. При проблемному навчанні істотно підвищується роль самостійного навчання, ініціативність. Адже розвиватися шляхом отримання готової інформації самостійність мислення не може, репродуктивні методи навчання тільки шкодять йому.

Самостійний пошук вирішення проблемної ситуації розвиває почуття відповідальності, підвищує самомотивацію, волю учнів. Крім того, передбачається, що в процесі проблемного навчання учні будуть самостійно вибирати й обробляти різні джерела інформації, у тому числі й ті, з якими вони працюватимуть надалі. До цих джерел їм доводиться звертатися частіше, ніж тим, хто навчається по традиційній програмі.

Вирішення проблемних завдань виробляється, як правило, у групах невеликого й середнього розміру, що розвивають навички колегіального вирішення виниклих проблем. Отже, соціальна взаємодія являє собою надзвичайно важливий аспект трудової діяльності, тому проблемне навчання перебуває в більше вигідному становищі, ніж традиційне.

Надзвичайно важливою функцією проблемного навчання можна назвати ще й підвищення мотивації учнів. Без мотивації навчальна діяльність практично неможлива. Без бажання вчитися, без зворотної позитивної реакції учнів навчальний процес або втрачає свою ефективність, або приводить до стомлюваності учнів, їхнього емоційного перевантаження. Ефективність застосування проблемних методів навчання позначається й на розвитку уваги, волі, підвищення самооцінки учнів. Все це сприяє виконанню інших функцій навчання: засвоєнню знань, умінь і навичок, підвищенню творчого потенціалу учнів.

Отже, проблемне навчання виконує комплекс функцій, що поєднують розвиток інтелекту та творчих здібностей учня з глибоким і стійким засвоєнням знань. Створення проблемних ситуацій активізує мислення, формує мотивований пошук, навички аналізу та самостійного прийняття рішень. На відміну від традиційних репродуктивних підходів, проблемне навчання забезпечує умови для переходу від простого відтворення інформації до її усвідомленого використання, робить навчання більш осмисленим і спрямованим на особистісний розвиток.

Висновки першого розділу

У першому розділі було розкрито теоретичні засади проблемного навчання як сучасного підходу до організації пізнавальної діяльності учнів. Аналіз літератури засвідчив, що проблемне навчання сформувалося на основі ідей активної пізнавальної діяльності, когнітивного конфлікту та пошукової взаємодії учня з навчальним матеріалом. Незважаючи на різноманіття трактувань, у більшості наукових підходів підкреслюється спільне: ключовим результатом

проблемного навчання є розвиток умінь мислити, робити висновки, ставити запитання та самостійно здобувати знання.

Розгляд концептуальних положень показав, що проблемне навчання спирається на психологічні механізми виникнення інтелектуального утруднення, у процесі якого в учня формується потреба у пошуку нового способу дії. Це визначає специфіку діяльності й учителя, і учня: педагог створює умови для виникнення проблемної ситуації та керує пошуком, а учень здійснює аналітичні й творчі дії, що ведуть до встановлення нового знання.

Аналіз функцій проблемного навчання довів, що воно не лише сприяє міцному засвоєнню навчального матеріалу, а й забезпечує розвиток пізнавальної самостійності, критичного та творчого мислення, формує мотивацію до навчання, здатність працювати з інформацією та приймати обґрунтовані рішення. Проблемне навчання створює умови для формування активної, мислячої, дослідницько налаштованої особистості, що відповідає сучасним вимогам математичної освіти.

Таким чином, теоретичний аналіз підтверджує, що проблемне навчання є ефективною дидактичною системою, яка може бути успішно інтегрована у шкільний курс математики. Отримані положення становлять основу для подальшого розгляду методики створення проблемних ситуацій та практичної реалізації проблемного підходу на уроках.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА РЕАЛІЗАЦІЇ ПРОБЛЕМНОГО НАВЧАННЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

2. 1. Особливості структури проблемного уроку математики

Особливість проблемного навчання полягає в тому, що навчальна діяльність, якою керує учитель, повинна відображати пошукову діяльність учнів і їх рефлексивне відношення до власної діяльності. Тому проблемне навчання і дослідницька пізнавальна діяльність ототожнюються за структурою та виконують функцію керування творчим навчальним процесом. Чим активніший пізнавальний процес, тим інтенсивніше стає відчуття учнями його результатів.

Головне полягає в тому, що в умовах проблемного навчання мета представлена, як мета-завдання й мета у вигляді образу. Перша мета очевидна, а мета-образ має місце тільки в тому випадку, коли проблемне навчання постійно використовується в системі роботи вчителя, є одним із основних методів в навчальному процесі, і, звичайно, коли учень усвідомлює обов'язковий результат своїх дій. Проблемне навчання – це основна природна мотивація, спосіб стимуляції навчальної діяльності з позиції передбачення результату. Мета є основним параметром характеристики проблемного навчання.

Проблемне навчання у математиці ґрунтується на тому, що учні набувають знання не у готовому вигляді, а шляхом активного пошуку: вони ставлять запитання, висувають припущення, перевіряють їх, обговорюють різні варіанти розв'язань. Як зазначав Дж. Брунер, «навчання є найефективнішим тоді, коли учень сам відкриває нові знання», і саме на такій логіці будується проблемний урок. Учитель у такому уроці не просто пояснює новий матеріал, а керує мисленням учнів, організовуючи послідовний пошук.

Проблемна ситуація – центральний елемент уроку

Проблемну ситуацію не варто плутати із вправою на закріплення. Вона не має готового алгоритму, а потребує міркувань, порівнянь, аналізу, побудови припущень.

Проблемний урок має чітку логіку, яка відповідає природному ходу мислення. Здебільшого він складається з таких етапів:

1. Створення проблемної ситуації та формулювання проблеми

Учитель підводить учнів до суперечності або неповного знання, ставить запитання, яке не має очевидної відповіді, пропонує учням самим сформулювати, у чому полягає «незрозуміле». Учні ж усвідомлюють, що саме є проблемою, пробують висловити перші здогадки.

2. Висунення припущень і планування пошуку

На цьому етапі учитель допомагає учням зібрати варіанти можливих пояснень, пригадати відомі способи дії, визначити, що саме можна спробувати зробити. А учні пропонують свої гіпотези, визначають, з чого почати дослідження, домовляються про план роботи.

3. Пошук способу розв'язання

Завдання вчителя полягає у організації самостійної чи групової роботи, постановці запитань, які спрямовують думку, у допомозі з інструментами (схеми, рисунки, таблиці). Учні в цей час аналізують дані, будують моделі, виконують обчислення, порівнюють різні варіанти, роблять проміжні висновки.

4. Перевірка і обговорення отриманого результату

Учитель організовує та підтримує обговорення різних способів, підводить учнів до перевірки правильності міркувань, за потреби – допомагає виправити неточності.

В цей час учні перевіряють обраний спосіб, обґрунтовують розв'язання, порівнюють із початковими припущеннями.

5. Узагальнення та формулювання нового знання

На цьому етапі учні разом з учителем формулюють правило, спосіб дії або властивість, визначають, у яких випадках цей спосіб працює, виконують короткі вправи для перевірки нового знання.

Тобто, у проблемному навчанні учитель виконує роль фасилітатора – організатора пізнавального процесу, який створює навчальні ситуації. Він добирає матеріал, що містить «інтелектуальну суперечність», підтримує хід мислення учнів, ставить запитання, що спрямовують пошук, і допомагає учням самостійно відкривати нові знання, рухатися у пошуку, стежить за тим, щоб учні усвідомили хід міркування, а не просто виконали інструкцію.

Учень у проблемному уроці ставить запитання, висуває припущення, пропонує способи розв'язання, аналізує і перевіряє результати, формулює висновки.

Саме така діяльність і розвиває логічне мислення, вміння доводити, порівнювати, робити висновки – ключові компетентності з математики.

Проблемний урок має спіральну структуру: розв'язання однієї проблеми підводить до нової, складнішої. Так утворюється послідовність взаємопов'язаних проблем, що поступово розширюють і поглиблюють знання учнів.

Отже, проблемний урок математики є цілісною організаційною формою, що відтворює природну логіку пізнання: від виникнення інтелектуального утруднення до самостійного формулювання нового знання. Його структура забезпечує активну участь учнів у пошуку, розвиває аналітичне та рефлексивне мислення, формує вміння висувати й перевіряти припущення. У такому уроці вчитель спрямовує мисленнєву діяльність учнів, а не замінює її готовою інформацією, що узгоджується з компетентнісним підходом сучасної освіти. Таким чином, проблемний урок створює умови для глибшого розуміння математичного матеріалу й слугує основою для подальшого аналізу методів і моделей реалізації проблемного навчання, які будуть розглянуті у наступних підрозділах.

2.2. Методи й прийоми створення проблемних ситуацій у навчанні математики

2.2.1. Сутність проблемної ситуації у навчанні математики

Структура проблемного уроку визначає загальну логіку пізнавальної діяльності учнів – від виникнення утруднення до формулювання нового знання. Проте зміст і перебіг цієї діяльності залежать від того, яким чином учитель створює проблемність у навчальному процесі. Саме це забезпечує перехід від формального виконання завдань до справжнього пошуку, аналізу та відкриття.

Проблемна ситуація не виникає випадково: вона є результатом цілеспрямованої педагогічної дії, у якій важливо не лише правильно сформулювати завдання, а й передбачити, яке саме утруднення переживатимуть учні, які суперечності вони помітять і яку стратегію пошуку зможуть вибудувати. Отже, проблемна ситуація повинна бути не лише створена вчителем, а й усвідомлена учнем як така, що містить суперечність чи утруднення. Основні умови, які забезпечують таку об'єктивізацію проблеми обома сторонами навчального процесу, подано в таблиці 2.2.

Таблиця 2.2

Основні умови використання проблемних ситуацій

Зі сторони учня	Зі сторони вчителя
- уміння визначати наявність або відсутність способу розв'язання завдання («це я знаю», «цього ще не знаю», «частково знаю, треба уточнити»); - уміння ставити запитання; - здатність використовувати раніше засвоєні знання й переносити їх у нову ситуацію; - активна пошукова діяльність; - уміння висувати гіпотези.	- уміння створювати ситуацію «розумного незнання»; - уміння формувати в учнів культуру запитування; - уміння навчати висуванню та перевірці гіпотез; - уміння планувати, моделювати та керувати проблемними ситуаціями на уроці.

Проблемна ситуація є центральним елементом проблемного навчання й виникає тоді, коли учень стикається з інтелектуальною суперечністю, яку не може подолати на основі вже наявних знань або навичок. Це утруднення не є випадковим: воно створює когнітивний конфлікт, який активізує мислення та спонукає до пошуку нового способу дії. Як зазначав Ж. Піаже, «мислення розвивається тоді, коли попередня рівновага порушена і потребує відновлення», що точно відображає природу проблемної ситуації на уроці математики.

У педагогічній науці сутність проблемної ситуації ґрунтується на поглядах зарубіжних дослідників. Дж. Дьюї трактував мислення як реакцію на утруднення: пізнання починається там, де людина відчуває потребу зрозуміти незрозуміле. Ж. Піаже пов'язував розвиток інтелекту зі станом «когнітивного дисбалансу», що виникає внаслідок суперечності між попереднім досвідом і новою інформацією. Дж. Брунер підкреслював, що учні засвоюють знання найефективніше тоді, коли відкривають їх самостійно в ситуації пошуку. П. Я. Гальперін наголошував, що утруднення стає продуктивним лише тоді, коли учень усвідомлює його причину – тобто розуміє, чому наявний спосіб дії не дає результату.

Отже, проблемна ситуація – це не просто складне завдання, а спеціально організований дидактичний крок, який викликає інтелектуальну напругу, активізує аналіз, міркування, порівняння й висування гіпотез. У навчанні математики вона має особливе значення, адже математичне мислення розвивається через пошук закономірностей, логічне доведення та пояснення суперечностей. Саме проблемна ситуація створює умови для переходу учня від відтворення знань до їх переосмислення й самостійного відкриття.

2.2.2. Класифікація проблемних ситуацій у навчанні математики

Проблемні ситуації, що виникають у навчанні математики, мають різну природу та можуть бути зумовлені як змістом навчального матеріалу, так і особливостями мислення учнів. У дидактиці поняття класифікації проблемних ситуацій

розробляли Дж. Дьюї, В. Оконь, Дж. Брунер, П. Я. Гальперін та інші дослідники, які підкреслювали, що тип утруднення визначає логіку подальшої діяльності учня. Недарма Дж. Дьюї зазначав: «мислення починається там, де виникає труднощі, яку потрібно подолати», що й пояснює важливість точного визначення природи проблеми.

Узагальнення підходів цих науковців дає змогу виділити три ключові критерії класифікації: характер утруднення, рівень новизни та джерело суперечності.

Перший критерій – тип утруднення – демонструє, що проблемна ситуація може виникати як через нестачу знань (інформаційне утруднення), так і через неможливість застосувати відомі способи дії в нових умовах (операційне утруднення), або через зіткнення учня з логічною чи змістовою суперечністю. Окрему групу становлять ситуації, де учень отримує результат, що не збігається з очікуваним, або має обрати серед кількох можливих способів розв'язання. Такі ситуації активізують порівняння, аналіз умов задачі та пошук оптимальної стратегії.

Другий критерій – рівень новизни матеріалу – пов'язаний зі ступенем пізнавальної самостійності, яку вимагає завдання. На основі досліджень Ж. Піаже та Дж. Брунера можна виділити проблемні ситуації, що виникають:

1. У межах уже відомих учневі понять, коли необхідно переосмислити або по-новому поєднати доступну інформацію;
2. У частково нових умовах, де поєднуються відомі й невідомі елементи;
3. У повністю нових ситуаціях, які потребують постановки гіпотези та самостійного пошуку способу дії.

Саме третій тип є найбільш розвивальним, оскільки стимулює створення власних інтелектуальних конструкцій.

Третій критерій – джерело суперечності – показує, що проблемна ситуація може бути зумовлена змістом математичного матеріалу, логічною невідповідністю у міркуванні, недостатністю пізнавальних умінь або ж практичним контекстом задачі. Окремо сучасні дослідники виділяють смислову суперечність, коли учень

має визначити значення та застосування нового знання, що наближає проблемне навчання до компетентнісного підходу.

Таким чином, класифікація проблемних ситуацій дозволяє вчителю точніше визначити характер утруднення й обрати найбільш ефективні методи його подолання. Розуміння природи кожного типу проблемної ситуації створює підґрунтя для цілеспрямованого конструювання проблемності на уроці математики та забезпечує поступовий розвиток пошукової й аналітичної діяльності учнів.

2.2.3 Методи проблемного навчання як еволюція традиційних методів

Проблемне навчання передбачає активну пізнавальну діяльність учнів, спрямовану на пошук, аналіз, висунення гіпотез та обґрунтування власних висновків. Методи цієї системи відображають різні підходи до організації мислення учнів та різний ступінь самостійності у розв'язанні навчальних проблем, визначають спосіб організації взаємодії між учителем і учнями, що забезпечує досягнення навчальних цілей. Оскільки проблемний урок має логічну структуру: від створення проблемної ситуації до формування нового знання, то методи проблемного навчання виконують функцію «містка» між цією структурою і реальними діями вчителя та учнів. Як наголошував Дж. Брунер, «навчання є найуспішнішим тоді, коли учень сам відкриває істотні для себе закономірності», і саме методи проблемного навчання створюють для цього умови.

Методи проблемного навчання розглянемо у двох групах:

- класичні методи, на яких історично будувалася теорія проблемного навчання;
- сучасні міжнародні підходи, що розвинули цю систему та адаптували її до дослідницького, компетентнісного й конструктивістського навчання.

Класичну традицію проблемного навчання пов'язують передусім з роботами І. Я. Лернера та науковців, які досліджували логіку пізнавальної діяльності учнів. У центрі цих методів – поступове нарощування активності учнів і перехід від репродукції знань до самостійного пошуку. І. Я. Лернер виокремив п'ять основних методів, які відображають різний рівень пізнавальної активності учнів:

- Пояснювально-ілюстративний метод;
- Репродуктивний метод;
- Метод проблемного викладу;
- Частково-пошуковий (евристичний) метод;
- Дослідницький метод.

Ці методи утворюють логічну послідовність – від сприймання готової інформації до самостійного наукового пошуку. Чим вище рівень проблемності, тим активнішим стає мислення учнів, тим сильніше вони залучені до розв'язання навчальних завдань.

Пояснювально-ілюстративний метод передбачає подання інформації в готовому вигляді. Він може застосовуватися на початкових етапах вивчення матеріалу або для введення складних понять. Учитель створює окремі проблемні ситуації лише для підтримання уваги, але пошуку як такого учні не здійснюють. Роль учня – пасивна, він сприймає знання у вже завершеній формі. У проблемному навчанні цей метод має допоміжний характер.

Репродуктивний метод передбачає виконання учнями завдань за заданим зразком. Учитель формулює питання, пояснює логіку міркування, а учні застосовують правило або спосіб у типових ситуаціях. Проблемність тут мінімальна, але саме цей метод готує учнів до подальшого частково-пошукового та дослідницького навчання.

Метод проблемного викладу передбачає, що учитель не просто повідомляє матеріал, а вибудовує його як послідовність логічних кроків, наближених до наукового пошуку. Він ставить проблемні запитання, демонструє хід міркувань, показує можливі варіанти гіпотез, але рішення формулює сам. Учні залучаються

до уявного пошуку, аналізують наведені суперечності, стежать за логікою викладу. Метод розвиває мислення, але активність учнів ще обмежена.

Евристичний (частково-пошуковий) метод передбачає організацію пошуку, у якому учні беруть активну участь. Учитель ставить перед ними окремі проблемні завдання, пропонує висунути припущення, знайти спосіб дії або проміжний висновок. Він супроводжує їхню роботу запитаннями, скеровує логіку мислення, але не підміняє діяльність учнів. У результаті школярі самостійно «відкривають» нові поняття або правила у межах створеної педагогом проблемної ситуації.

І найвищий рівень проблемного навчання має **дослідницький метод**. Учні самі аналізують ситуацію, формують проблему, висувують гіпотези й перевіряють їх. Учитель лише створює умови, добирає зміст, що містить інтелектуальне протиріччя, та організовує простір для самостійної діяльності. Такий метод сприяє розвитку критичного мислення, ініціативності та здатності працювати з відкритими задачами. Він найближче відповідає сучасним підходам до формування дослідницьких компетентностей у математиці.

Але особливе місце серед методів займає **метод програмованих завдань**, який перегукується з концепцією поетапного формування розумових дій П. Я. Гальперіна. У цьому випадку учитель створює систему завдань, розташованих у певній логічній послідовності. Кожен елемент є кроком, який учень повинен опанувати, усвідомити і перевірити, перш ніж рухатися далі. Метод забезпечує керованість навчання, дозволяє поступово долати труднощі й зберігає проблемність завдяки тому, що кожне наступне завдання містить нову інтелектуальну суперечність, яку учень має розв'язати.

Усі методи проблемного навчання відрізняються рівнем самостійності учнів, але їх об'єднує те, що вони ґрунтуються на створенні проблемних ситуацій. Чим ближче метод до дослідницького, тим активніше учень бере участь у постановці проблеми, висуванні гіпотез, перевірці результатів та формулюванні висновків. Використання цих методів у навчанні математики сприяє розвитку логічного мислення, уміння аналізувати, порівнювати, доводити та застосовувати знання у нових умовах.

Однак розвиток педагогічної науки спричинив появу нових моделей проблемного навчання, які роблять акцент на дослідженні, метакогнітивних стратегіях та роботі з відкритими задачами.

Сучасна педагогіка переосмислила проблемне навчання у світлі конструктивізму, дослідницьких методів та компетентнісного підходу. Внесок зарубіжних науковців значно розширив межі проблемних методів і адаптував їх до викликів сучасної школи.

За концепцією активного пізнання Дж. Брунера навчання розглядається як процес відкриття. Основні методи – це створення ситуацій когнітивного конфлікту, запитальні стратегії (навідні, уточнювальні, операційні питання), та побудова моделей, що допомагають учням самостійно знаходити закономірності.

Його підхід посилює роль учня як дослідника, який відкриває математичні структури через діяльність.

Дж. Дьюї розглядав мислення як реакцію на утруднення. Тому з його теорії випливають такі дослідницько-орієнтовані методи як навчальне дослідження (індивідуальне або групове), аналіз реальних або змодельованих ситуацій, колективне обговорення й рефлексія.

Ці методи особливо ефективні на уроках математики, де важливо демократизувати пошук і створювати умови для співпраці.

Дж. Пойа запропонував універсальний алгоритм розв'язання проблеми, який став основою низки сучасних методів:

- зрозуміти проблему;
- скласти план;
- здійснити план;
- перевірити результат.

Цей підхід використовують у багатьох освітніх системах як основу методів проблемного розв'язання задач.

Теоретично обґрунтовану та методично цінну модель навчання через розв'язання дослідницьких задач запропонував А. Шенфельд. Він підкреслював

важливість контролю мислення (метакогніції), стратегій дослідження та аналізу різних способів розв'язання.

Методи, що впливають з його концепції, спрямовані на те, щоб учень керував власним мисленням під час роботи з проблемою.

У центрі проблемно-орієнтованого підходу Д. Джонсена – робота з реальними або максимально наближеними до реальних задачами, що потребують міжпредметних зв'язків, дослідження та групової взаємодії. Методи включають:

- роботу з кейсами,
- моделювання,
- аналіз ситуацій,
- колективне створення рішень.

Польський педагог Вінценти Оконь розглядав проблемне навчання як один із головних шляхів розвитку мислення. Він виділяв такі методи: метод пізнавальних задач, метод самостійного дослідження, метод проблемного обговорення, метод експериментального пошуку.

Його підходи особливо близькі до сучасної української школи, оскільки поєднують проблемність, активність і практичну спрямованість.

Класичні методи проблемного навчання відображають послідовний рух від пояснювально-ілюстративного подання матеріалу до самостійного дослідження. Вони мають чітку структуру, спираються на логіку пізнавальної діяльності учня та водночас керуються учителем. Також забезпечують поетапний розвиток мислення, формування вміння аналізувати, висувати припущення та обґрунтовувати висновки.

Сучасні міжнародні методи підкреслюють відкритість проблем, важливість самостійних стратегій, роль метакогніції, гнучкість і варіативність пошуку, роботу з реальними або квазі-реальними задачами.

Таким чином, система методів проблемного навчання охоплює як класичні, так і сучасні підходи, кожен з яких виконує важливу функцію в розвитку пізнавальної діяльності учнів. Класичні методи забезпечують структурованість, логічність і поступовість переходу від відтворення знань до частково-пошукової та

дослідницької діяльності. Сучасні міжнародні підходи збагачують цю систему акцентом на відкритих задачах, метакогнітивних стратегіях, гнучкому виборі способів розв'язання та рефлексії. У поєднанні вони створюють цілісну модель організації проблемного навчання на уроках математики, яка дозволяє одночасно зберігати логічну структуру засвоєння матеріалу, стимулювати інтелектуальний пошук, розвивати критичне мислення й сприяти формуванню дослідницьких компетентностей. Гнучке використання цих методів дає змогу вчителю будувати навчальний процес відповідно до рівня підготовленості учнів, завдань теми та освітніх цілей, створюючи оптимальні умови для самостійного відкриття математичних знань.

2.3. Проблемне питання та проблемне завдання на уроках математики

Проблемні питання та завдання є центральними інструментами організації пошукової діяльності на уроках математики. Вони створюють ситуацію інтелектуального утруднення, у якій учень не може обмежитися відтворенням матеріалу, а змушений аналізувати, порівнювати, робити припущення та перевіряти їх. Саме тому такі прийоми сприяють переходу від алгоритмічного виконання дій до усвідомленого мислення.

Проблемне питання виконує роль «пускового механізму» міркування. Відповідь на нього не лежить на поверхні, воно містить суперечність або неповноту інформації й потребує пошуку нового способу дії. На відміну від цього, проблемне завдання передбачає виконання учнем певної послідовності кроків – від аналізу умов до перевірки власного припущення. Такі завдання створюють умови, за яких учень самостійно відкриває нове знання або обирає спосіб його застосування.

Форма оволодіння навчальним матеріалом у проблемному навчанні передбачає постановку продуманих питань, висловлення припущень і розгорнуте міркування. Учень розглядає окремі елементи ситуації, зіставляє їх, робить висновки, які не пропонує вчитель у готовому вигляді. Такий спосіб роботи

можливий під час вивчення більшості тем математичного курсу. Завдання вчителя – обережно спрямовувати думку учнів, не підмінюючи їхній пошук.

Більшість запитань у шкільних підручниках мають репродуктивний характер («Що таке...?», «Наведіть визначення...»). Вони важливі для формування базових знань, але не створюють умов для справжньої інтелектуальної активності. Натомість навіть невелика зміна формулювання може трансформувати репродуктивне запитання у проблемне. Наприклад:

- замість «Властивості суміжних кутів» – «Чому сума суміжних кутів завжди дорівнює 180° ?»;
- замість «Ознаки рівності трикутників» – «Як можна довести рівність двох трикутників, якщо їх неможливо накласти один на одного?»;
- замість «Паралельні прямі» – «Чому через точку поза прямою можна провести лише одну паралельну?».

Такі запитання передбачають пошук, а не просте відтворення. Діти аналізують умови, пропонують гіпотези, перевіряють їх, пов'язують новий матеріал із наявними знаннями.

Проблемні питання можуть використовуватися на всіх етапах уроку та в будь-якому класі. Проте їхня складність має відповідати рівню підготовки учнів. Те саме завдання може бути проблемним для одного школяра й абсолютно тренувальним для іншого. Завдання стає проблемним лише тоді, коли містить інтелектуальний виклик і спонукає до пошуку способу дії, а не до повторення алгоритму.

Під час вивчення теми «Точки, прямі, промені» у 7 класі можна побудувати проблемність уже на першому уроці. Роботу починають із запитань «Чи можна накреслити точку так, щоб усі бачили її однаковою?», «Чи може пряма мати кінець?», «Що відрізняє промінь від прямої?»

Після короткого обговорення швидко виникає суперечність між «життєвими» уявленнями учнів та математичною суттю понять. Далі вчитель пропонує завдання: «Спробуйте накреслити пряму так, щоб вона мала кінець».

Учні переконуються, що це неможливо, і формують відповідну властивість самостійно. Так поступово створюється логічний ланцюг, який підводить учнів до формального визначення математичних об'єктів.

На початкових етапах вивчення теми вчитель може демонструвати зразок розв'язання проблемної ситуації. Наприклад, під час теми «Вимірювання кутів» (7 клас) учитель розв'язує перед учнями питання: «Чому вимірювання кута, який розташований незручно, дає різні результати на різних шкалах транспортира?»

Після опанування прийому діти переходять до відкритих завдань, а саме: знайти помилку в кресленні, побудувати кут різними способами, визначити, які кути в складеній фігурі можна знайти одразу.

Подібний підхід застосовують і в темі «Побудова трикутника за елементами», де учні поступово переходять до завдань із прихованою суперечністю або неповними даними.

Виконання проблемних завдань формує важливі компетентності:

- уміння ставити навчальну мету («Що потрібно з'ясувати для побудови?»);
- пошук і відбір необхідної інформації;
- вибір стратегії розв'язання залежно від умов;
- пояснення власного ходу міркувань;
- рефлексія – усвідомлення правильності способу та причин помилки.

Важливе місце займають знаково-символічні дії: перехід від реальної ситуації до моделі, перетворення цієї моделі, дослідження залежностей між величинами. Учень будує схему, креслення, вираз, змінює параметри й аналізує наслідки – саме так формується справжнє математичне мислення. У старшій школі ці уміння природно поглиблюються: учні переходять від простих побудов до роботи з функціями, графічними та алгебраїчними моделями, аналізують залежності, змінюють параметри та роблять узагальнені висновки на основі побудованих моделей.

Проблемне завдання, на відміну від проблемного питання, передбачає виконання учнями певної послідовності дій. Воно може містити неповну, надлишкову або суперечливу інформацію, вимагати вибору стратегії або пропонувати ситуацію,

у якій звичний спосіб не працює. Завдання стає проблемним тоді, коли спонукає учня до пізнавального пошуку, а не до механічного застосування алгоритму.

Такі завдання активізують мислення, формують вміння бачити проблему, висувати припущення щодо причин помилки або утруднення, пропонувати різні способи дії та перевіряти їх. Часто вони викликають емоційний відгук, адже містять інтелектуальний виклик, який хочеться подолати.

Проблемні завдання природно поєднуються з використанням цифрових інструментів. Програми типу GeoGebra дозволяють створювати динамічні моделі, перевіряти гіпотези, експериментувати з параметрами фігур. Учні бачать, як змінюється кут, сторона чи площа при змінах моделі, – це посилює пошуковий характер діяльності та розвиває навички моделювання.

Крім того, робота з ІКТ сприяє розвитку:

- вміння знаходити й аналізувати інформацію;
- структурування математичних даних;
- логічного й просторового мислення;
- вміння презентувати результати (створення схем, таблиць, анімаційних демонстрацій).

Під час створення проблемної ситуації ефективно працює прийом «мозкового штурму». Учні висловлюють припущення, пропонують різні варіанти розв'язання, розвивають ідеї одне одного. Важливим елементом є «банк ідей», у якому фіксуються всі пропозиції, після чого відбувається їх аналіз без критики.

Групові форми роботи дозволяють учням обирати ролі, узгоджувати дії, обговорювати способи розв'язання. Це формує комунікативні вміння та відповідальність за спільний результат.

Одним із ефективних візуальних засобів є причинно-наслідкова схема «Фішбоун». Вона допомагає структурувати проблему: у «голові» записують формулювання проблеми, на «верхніх кісточках» – можливі причини, на «нижніх» – факти або спостереження, а в «хвості» – можливі шляхи розв'язання.

Наприклад, під час вивчення теми «Трикутники» (7 клас) можна сформулювати проблему: **«Як не сплутати висоту та медіану трикутника і як це впливає на розв’язання задач на побудову?»**

Учні визначатимуть причини плутанини (схожість рисунків, формальне засвоєння визначень, надмір інформації), наводитимуть факти зі своєї практики (помилки у кресленнях, неправильні побудови, хибний вибір елементів), пропонуватимуть шляхи розв’язання (динамічні моделі у GeoGebra, порівняльні таблиці, робота з помилками).

Схема робить проблему видимою та керованою, а пошук – логічно структурованим.

Тож таке завдання поєднує частково-пошуковий і дослідницький методи, роблячи процес навчання усвідомленим і практично значущим.

Проблемне завдання передбачає виконання пошукових дій і активізує інтелектуальну ініціативу. Воно може мати неповні або суперечливі дані, кілька можливих способів розв’язання чи приховані труднощі. Учень повинен висунути припущення, обрати стратегію, перевірити її – і пояснити, чому саме так.

Отже, проблемне питання і проблемне завдання на уроках математики виконують взаємодоповнювальні функції: перше ініціює інтелектуальне утруднення й формує потребу в новому знанні, друге організовує сам процес пошуку від аналізу умов до перевірки гіпотези. Їх систематичне використання сприяє розвитку знаково-символічних дій, уміння моделювати ситуації, обирати стратегію розв’язання та рефлексувати власні міркування. Інтеграція ІКТ та візуальних інструментів посилює пошуковий характер діяльності, робить проблему «видимою» й керованою для учнів, підвищує мотивацію та практичну значущість навчання. У підсумку проблемні питання й завдання забезпечують перехід від відтворення математичних фактів до їх усвідомленого конструювання й застосування в нових ситуаціях.

2.4. Використання сучасних засобів навчання для підтримки проблемного підходу на уроках математики

Проблемне навчання у математиці набуває нових можливостей завдяки сучасним засобам навчання, які дозволяють створювати більш динамічні, наочні та дослідницькі ситуації. Цифрові технології посилюють проблемний підхід, оскільки дають учням простір для експериментування, а вчителю – інструменти для тонкого спрямування їхнього мислення. У концепціях Дж. Брунера, А. Шенфельда та представників конструктивістського напрямку підкреслюється, що технології стають ефективними лише тоді, коли вони підтримують мислення, спонукають до висунення гіпотез і сприяють осмисленню власних способів дії. Як підкреслював Брунер, що «будь-який інструмент стає засобом навчання лише тоді, коли він допомагає учневі думати», – і саме це пояснює, чому цифрові технології мають бути не прикрасою уроку, а підтримкою справжнього пізнання. Динамічні математичні середовища на зразок GeoGebra або Desmos дозволяють відтворити умови «когнітивного конфлікту», коли учень змінює параметри об'єкта і спостерігає результат, який суперечить його первинним уявленням. Так виникає потреба осмислити нову закономірність, побудувати пояснення та перевірити його через експеримент. Такі інструменти виконують роль каталізатора пошуку: вони не підказують спосіб розв'язання, але роблять проблему видимою, а відхилення від очікуваного – дослідницьки значущим. Сучасні цифрові середовища також підтримують самотійну й групову роботу учнів. У хмарних платформах учні можуть конструювати моделі, порівнювати різні способи розв'язання задачі, фіксувати власні міркування та аналізувати кроки, які привели до правильного або помилкового результату. Такий тип роботи узгоджується з ідеями А. Шенфельда про важливість метакогніції в математичному мисленні. Технології дозволяють учневі побачити траєкторію власного пошуку й оцінити ефективність використаних стратегій. Поряд із цим цифрові платформи дають можливість організувати диференційовану роботу: учитель може пропонувати учням різні проблемні

ситуації залежно від рівня їх підготовки, пропонувати підказки, які не замінюють мислення, а лише скеровують його, або надавати завдання з поступовим ускладненням – за логікою, близькою до поетапного формування дій, описаного П. Я. Гальперінім. Це дозволяє підтримувати проблемність, але водночас зберігати необхідний рівень педагогічного супроводу.

Особливо перспективним є використання симуляцій, доповненої та віртуальної реальності, які відкривають можливості для створення практично орієнтованих проблемних ситуацій. Учні можуть моделювати рух, просторові об'єкти чи взаємодію величин, спостерігати наслідки зміни параметрів і формувати гіпотези щодо закономірностей, що стоять за цими змінами. Такі засоби допомагають поєднати абстракцію математики з реальними або наближеними до реальних контекстами, що істотно підсилює мотивацію й сприяє осмисленню математичних понять.

Усі ці можливості змінюють і роль учителя у проблемному навчанні. Він виступає не стільки джерелом інформації, скільки фасилітатором пошуку. Вчитель організовує ситуації, у яких виникає суперечність, пропонує простір для експериментування, ставить запитання, що спрямовують мислення, і допомагає учням осмислити результати власної діяльності. Сучасні технології не замінюють цю роль, а навпаки – підсилюють її, оскільки дають можливість точніше проектувати проблемні ситуації та відстежувати процес мислення учнів. У підсумку використання сучасних засобів навчання не змінює сутності проблемного підходу, але робить його більш гнучким, наочним і дослідницьким. Цифрові інструменти допомагають створити умови, у яких учень не просто виконує алгоритм, а сам входить у процес пошуку: ставить питання, бачить суперечність, висуває гіпотези та перевіряє їх через моделювання, експеримент або колективне обговорення. У результаті учні не просто виконують завдання, а справді розвивають дослідницькі й мисленнєві навички, які потрібні для вивчення математики сьогодні.

Створення проблемних ситуацій на уроках математики може бути значною мірою підсилене завдяки використанню презентаційних інструментів. У першій

групі методів, де переважає пояснювально-ілюстративний та проблемно-викладовий способи подачі матеріалу, учитель здебільшого залишається головним джерелом інформації. Саме тому постає потреба застосовувати спеціальні прийоми роботи з презентацією, які дозволяють не лише структурувати матеріал, а й створювати інтелектуальні «точки напруги», що привертають увагу учнів і ініціюють пошук. Дж. Поля наголошував на важливості руху від невідомого до відомого, підкреслюючи: «Якщо ти не можеш розв'язати задачу, знайди простішу задачу, яку зможеш розв'язати». Це положення добре ілюструє роль презентаційних матеріалів на уроці: вони можуть або надмірно спростити навчання, або, навпаки, спрямувати учнів до виявлення простішого підкласу задачі, з якої розпочинається пошук розв'язання. Презентація дає можливість учителю вмонтувати в пояснення невеликі елементи проблемності. Це можуть бути суперечливі рисунки, неповні умови, розриви у логіці міркування або навмисно допущені помилки. Такі візуальні фрагменти спонукають дітей не просто слухати пояснення, а порівнювати, ставити запитання, висувати припущення. У межах монологічного викладу презентація дозволяє зробити проблемність керованою: слайди можна повертати, повторно відкривати, накладати один на один, демонструвати анімацію, змінювати параметри фігур. Це дає змогу природно включити короткі проблемні моменти навіть без зміни загальної структури уроку.

У практиці викладання математики ефективним є використання слайдів, що містять суперечність або неповноту. Наприклад, при вивченні теми «Кути та їх вимірювання» вчитель демонструє два однакові на вигляд кути, але на одному з рисунків транспорир накладений неправильно. Результати вимірювання на слайді різні, і учні одразу помічають невідповідність. Такий фрагмент викликає природне запитання: чому так сталося? Після короткого обговорення вчитель демонструє анімацію правильного накладання транспортира, і учні самі формулюють причину помилки. Аналогічний прийом можна використати у темі «Трикутники», показавши рисунок, де медіану помилково підписано як «висоту». Учні аналізують властивості елементів, сперечаються, пропонують

докази, знаходять контрприклад. Такі елементи презентації не займають багато часу, але створюють інтелектуальний поштовх, без якого проблемне навчання не працює.

Презентаційні засоби дають можливість створювати проблемні ситуації й під час проблемного діалогу. Учитель ставить питання, на яке немає готової відповіді, а презентація підтримує постановку проблеми за допомогою візуальних підказок. Наприклад, під час вивчення ознак рівності трикутників доцільно показати два трикутники, які виглядають «майже однаково», але не накладаються один на одного. Учні висловлюють припущення, порівнюють сторони та кути, шукають способи доведення. У цьому випадку презентація виступає посередником між наочною ситуацією та логічним міркуванням.

Окремим ресурсом для створення проблемності є інтерактивні моделі. Наприклад, вбудована в презентацію динамічна модель GeoGebra дозволяє змінювати параметри фігури у реальному часі. Під час вивчення теми «Побудова трикутника за трьома сторонами» учитель може запропонувати учням, маніпулюючи повзунками, встановити, за яких значень сторін трикутник існує, а коли – зникає. Коли при зміні довжини однієї зі сторін трикутник раптом «розпадається», це одразу створює проблему: чому так сталося? Яке правило тут «зашифроване»? Учні самі формулюють нерівність трикутника або підтверджують її, виходячи з моделі.

Сучасні презентаційні середовища дозволяють інтегрувати роботу з цифровими дошками. Онлайн-дошки, наприклад Polypad, Gynzy, Miro чи GeoGebra Notes та програмного забезпечення CleverMaths, слугують продовженням презентації, де учні можуть робити позначки, перетягувати елементи, доповнювати дані вчителя. Наприклад, у темі «Паралельні прямі та їх властивості» учитель демонструє слайд із зображенням прямої, перетнутої січною, але один з кутів затертий. На цифровій дошці діти розміщують стікери з припущеннями щодо величини цього кута, наводять аргументи, обговорюють різні варіанти. Такий формат створює атмосферу дослідження та дозволяє залучити до роботи всіх учнів.

Презентація може містити і проблемні фрагменти, спрямовані на аналіз способів розв'язання. Наприклад, у темі «Вимірювання кутів» учитель демонструє завдання з різними результатами вимірювання та просить визначити, яка з побудов містить помилку. Учні аналізують рисунок, висловлюють припущення, проводять аналогії, перевіряють гіпотези.

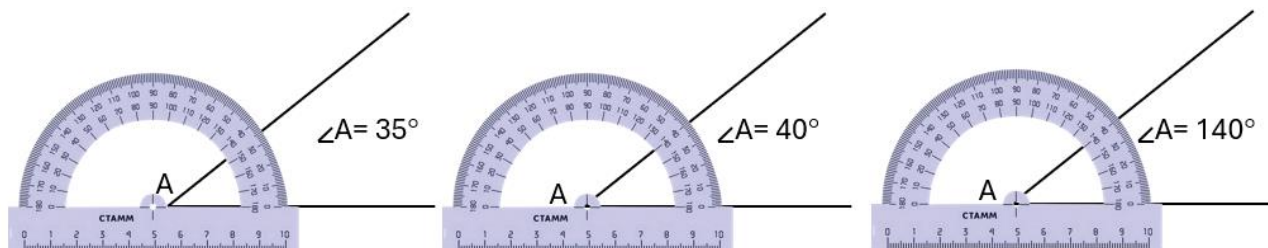


Рис.2.4.1.

Приклад проблемної ситуації:

*два різні результати вимірювання одного й того самого кута через
неправильне накладання транспортира.*

Аналогічно в темі «Кути в паралельних прямих» можна показати рисунок, де зображено кілька кутів, і запропонувати визначити, які з них можна знайти одразу, а для яких потрібні додаткові міркування. Презентація у такому разі не лише демонструє матеріал, а й організовує його.

Ефективною є практика використання слайдів із навмисними «пастками». Зокрема, у темі «Медіана, бісектриса, висота» доцільно показати рисунок, на якому лінія «майже» є висотою, але не утворює прямого кута з основою. Учні аналізують положення, висловлюють гіпотези, шукають докази, а після обговорення презентація демонструє правильний варіант. Таке зіставлення правильного та неправильного зміцнює розуміння математичних властивостей. Учні з більшим інтересом і захопленістю виконують такі завдання, перебувають у постійному логічному пошуку, що, у свою чергу, розвиває дослідницькі здібності учнів.

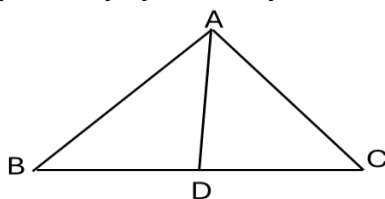


Рис. 2.4.2. *Приклад проблемної ситуації до теми «Медіана, бісектриса,
висота»*

Тож, у рамках проблемного підходу важливо, щоб презентація не просто супроводжувала пояснення, а створювала умови для аналізу, порівняння, критики й пошуку. Це можливо за умови продуманої структури: чергування візуалізацій, коротких завдань, суперечливих ситуацій, неочікуваних запитань, динамічних моделей і моментів для обговорення. Ретельно підготовлена презентація стає інструментом створення проблемного поля на уроці, де учні мають змогу не тільки спостерігати, а й активно мислити. Технології у цьому випадку не замінюють педагогічний зміст, а підсилюють його, роблячи проблемну ситуацію чіткою, наочною та такою, що легко піддається дослідженню.

Тож використання сучасних цифрових засобів істотно підсилює проблемний підхід у навчанні математики, оскільки дає змогу створювати динамічні, суперечливі та дослідницькі ситуації, що активізують мислення учнів. Презентації, інтерактивні моделі та онлайн-дошки не замінюють проблемне навчання, а розширюють його можливості: вони допомагають точніше проектувати проблемні моменти, організовувати пошук, підтримувати висування гіпотез та рефлексію. У результаті зростає не лише пізнавальна активність, а й глибина розуміння математичних понять.

2.5. Модель проблемного уроку математики (авторська розробка)

Проблемний урок математики ґрунтується на організації такого навчального процесу, у якому учні послідовно проходять шлях від виникнення інтелектуального утруднення до самостійного формулювання нового знання. Структура уроку відображає природну логіку мислення: сприйняття суперечності, пошук пояснення, перевірка гіпотез і узагальнення. У центрі такого уроку – активна пізнавальна діяльність учнів, а роль учителя полягає не у трансляції готової інформації, а в організації умов, що спонукають до пошуку й рефлексії.

Логіка побудови такого уроку ґрунтується на поступовому розкритті проблеми. Початкове інтелектуальне утруднення повинно бути доступним для сприйняття, але достатньо змістовним, щоб викликати потребу в новому знанні. Учитель створює ситуацію суперечності через запитання, рисунок, модель, практичну дію або навмисну «пастку», які порушують звичний спосіб дії й активізують мислення учнів. Саме на цьому етапі формується навчальна проблема – усвідомлена учнями потреба знайти спосіб вирішення.

Подальший хід уроку передбачає висунення учнями припущень, зіставлення можливих способів дії, добір інформації та перевірку гіпотез. Учитель спрямовує пошук за допомогою запитань, підказок і дидактичних матеріалів, але не підмінює собою процес мислення. Важливою є організація роботи у парах або групах, що дає змогу учням обмінюватися способами, аргументами, помічати обмеження власних міркувань. Така взаємодія підсилює креативність і допомагає учням більш усвідомлено формулювати висновки.

Завершальним етапом є узагальнення – формулювання нового поняття, способу дії чи властивості на основі проведених спостережень і перевірених припущень. Роль учителя полягає у тому, щоб допомогти учням побачити логіку власного міркування, відокремити істотне від другорядного, пов'язати знайдене з попереднім досвідом. У цьому процесі ключовою є рефлексія: учні усвідомлюють, як саме вони дійшли до результату, що спричинило утруднення, які гіпотези виявилися продуктивними і чому. Такий підсумок не лише закріплює знання, а й формує здатність до самоконтролю й оцінювання власної інтелектуальної діяльності.

Наведені принципи дозволяють побудувати узагальнену модель проблемного уроку, яка може бути адаптована до змісту будь-якої теми шкільного курсу математики:

Мета уроку (загальна):

створити умови, у яких учні самостійно виявляють навчальну проблему, висувують припущення й досліджують способи її розв'язання, що приводить до усвідомленого формулювання нового знання.

Виховне завдання уроку: розвивати культуру мислення, уміння аргументувати свою позицію, наполегливість у пошуку розв'язання; сприяти формуванню навчальної мотивації, відповідальності та навичок взаємодії.

Тип уроку:

Урок вивчення нового матеріалу з домінуванням проблемно-пошукової діяльності (можливий варіант – комбінований урок за проблемною логікою).

Форма проведення:

Урок-практикум із використанням проблемного діалогу, групової та індивідуальної пошукової роботи.

Наочність та обладнання:

мультимедійна презентація; таблиці та схеми; картки для пошуку; підручник; комп'ютер або планшет; динамічні математичні середовища (GeoGebra, Desmos); інструменти для побудов.

Таблиця 2.1

Узагальнена структура проблемного уроку математики

Структурні елементи уроку	Зміст діяльності вчителя	Очікувана діяльність учнів
1. Організаційно-мотиваційний етап	Створює навчальну атмосферу, пропонує коротку мотиваційну ситуацію, контекст або візуальний стимул, що викликає інтерес.	Налаштовуються на роботу, висловлюють перші міркування щодо запропонованої ситуації.
2. Створення проблемної ситуації та формулювання проблеми	Демонструє суперечливий факт, неповний рисунок, нетипове запитання. Ставить проблемне питання. Спрямовує учнів до усвідомлення утруднення.	Аналізують запропонований матеріал, визначають, що є «незрозумілим», формулюють навчальну проблему.

Продовження табл. 2.1

3. Висунення припущень та планування пошуку	Підтримує обговорення, уточнює висловлені ідеї, допомагає структурувати «банк гіпотез». Не підказує готового способу розв'язання.	Висувають припущення, пропонують можливі способи дії, погоджують план дослідження.
4. Пошук способу розв'язання проблеми	Організовує роботу з моделями, рисунками, інструментами (транспортир, циркуль, GeoGebra). Ставить уточнювальні запитання, за потреби – надає мінімальні підказки.	Будують моделі, виконують побудови, вимірювання або обчислення, аналізують проміжні результати, порівнюють різні підходи.
5. Перевірка отриманого результату та його обговорення	Спрямовує дискусію щодо різних способів розв'язання, організовує взаємоперевірку, уточнює логіку міркувань.	Представляють результати, доводять правильність, аналізують помилки, співвідносять результат із проблемою.
6. Формулювання нового знання (правила, властивості, способу дії)	Узагальнює міркування учнів, допомагає сформулювати правило або властивість, фіксує його у зручній для учнів формі.	Формулюють нове знання, визначають умови його застосування, записують у зошит.
7. Первинне застосування нового знання	Пропонує одну–дві вправи, що дозволяють перевірити правильність розуміння та способу дії.	Виконують завдання, застосовують нове правило у стандартній і дещо видозміненій ситуації.

Продовження табл. 2.1

8. Рефлексія та оцінювання навчальних результатів	Організовує коротке обговорення: що вдалося, які труднощі виникли, які стратегії були ефективними. Підкреслює значення пошуку.	Оцінюють власний хід міркувань, називають ефективні прийоми та сформовані способи дії.
--	--	--

Таблиця 2.2

Етапи уроку – методи, прийоми, форми діяльності

Етап проблемного уроку	Методи та прийоми роботи	Форми організації пізнавальної діяльності учнів
1. Актуалізація опорних знань і створення проблемної ситуації	Проблемне запитання; створення інтелектуальної суперечності; демонстрація суперечливого або неповного рисунка; когнітивний конфлікт; постановка навчальної проблеми	Фронтальна дискусія; індивідуальні висловлювання; робота в парах над первинними припущеннями
2. Усвідомлення проблеми та формулювання припущень	Мозковий штурм; евристична бесіда; висунення гіпотез; аналіз умов; опора на життєві уявлення; уточнення формулювань проблеми	Робота в малих групах; індивідуальна робота з коротким занотовуванням; спільне формулювання гіпотез
3. Планування способів розв'язання	Побудова стратегії; аналіз можливих шляхів; добір інструментів; використання аналогії; графічне чи символічне моделювання	Групове планування; колективне обговорення варіантів; створення міні-плану або схеми

Продовження табл. 2.2

4. Пошук розв'язання проблеми (дослідницький етап)	Частково-пошуковий метод; дослідницький метод; робота з моделями GeoGebra; вимірювання, побудови, експеримент; перевірка проміжних результатів	Групові дослідження; робота з цифровими інструментами; індивідуальний експеримент; взаємонавчання
5. Перевірка й обговорення отриманого результату	Аналіз правильності; верифікація гіпотез; пошук помилок; порівняння різних способів; аргументація обраного рішення	Фронтальне обговорення; презентація групових рішень; порівняльний аналіз способів
6. Формулювання нового знання (висновок)	Узагальнення; виведення правила; дослідження меж застосування способу; зіставлення з попередніми припущеннями	Колективне формулювання висновку; робота в парах над уточненням формулювання; створення міні-конспекту
7. Закріплення способу дії в змінюваних умовах	Варіативні вправи; завдання з параметрами; завдання на перенесення знань; робота з помилками; самоперевірка	Індивідуальна робота; робота в парах; диференційовані завдання
8. Рефлексія та оцінювання навчального поступу	Рефлексивні запитання; «Що нового я відкрив?»; «Незакінчені речення», самооцінювання; аналіз труднощів; короткі рефлексивні картки	Індивідуальна рефлексія; усна або письмова; мікродискусія в парах; цифрові форми рефлексії (Mentimeter тощо)

Отже, модель проблемного уроку математики, сформована на основі принципів пошукової діяльності, дає змогу цілеспрямовано організовувати інтелектуальний поступ учнів – від виникнення проблеми до усвідомленого формулювання нового знання. Використання різних методичних прийомів, структурна логіка етапів та включення рефлексії створюють умови для розвитку математичного мислення і формують здатність учнів самостійно будувати й перевіряти міркування. Такий урок поєднує наукову обґрунтованість та педагогічну практичність і може бути адаптований до будь-якої теми шкільного курсу математики.

2.6. Приклади фрагментів проблемних уроків з математики (5-11 класи)

Проблемне навчання у шкільному курсі математики може реалізовуватися в різних формах: через проблемні питання, евристичні діалоги, дослідницькі завдання, роботу з помилками, математичні експерименти та аналіз життєвих ситуацій. Незалежно від вікової категорії, основою проблемності є створення інтелектуального утруднення, яке спонукає учня до активного пошуку: висунення припущень, моделювання, аналізу, співставлення і перевірки гіпотез. У 5-7 класах проблемні ситуації базуються переважно на наочності, конкретних моделях і суперечностях «життєвого досвіду». У 8-9 класах з'являються перші завдання відкритого типу, що потребують комбінування способів і логічного обґрунтування. У старшій школі проблемні ситуації набувають дослідницького характеру: учні працюють із графіками, функціями, моделями даних, обґрунтовують знайдені залежності, застосовують цифрові інструменти.

Нижче подано добірку практичних фрагментів, що демонструють різні способи створення проблемних ситуацій та організації пошукової діяльності учнів.

Упродовж фрагментів простежуються етапи проблемного навчання:

- виникнення інтелектуального утруднення;
- формулювання проблеми учнями;
- висунення припущень;

- пошук і перевірка способу дії;
- узагальнення результатів;
- коротка рефлексія.

Фрагмент 1. 5 клас. Тема «Ділення натуральних чисел»

Тип проблемної ситуації: *суперечність у результатах*.

Проблемна ситуація.

Учитель пропонує задачу:

«На полиці стояло 15 коробок із олівцями. У кожній коробці однакова кількість олівців. Відомо, що всього їх 44. Скільки олівців у коробці?»

Учні намагаються ділити 44 на 15, отримують нецілий результат.

Утруднення: учні очікують, що відповідь має бути натуральним числом, але стандартна дія «поділити» не дає очікуваного результату.

Формулювання проблеми учнями.

- Чому результат ділення не є цілим?
- Чи завжди можливе ділення «на рівні частини»?

Пошук. Учитель підводить до ідеї, що існують випадки, коли ділення на рівні частини неможливе. Учні пропонують:

- або загальна кількість вказана неправильно;
- або коробки заповнені не однаково;
- або ділення не можна виконати у натуральних числах.

Висновок. Формується поняття: ділення на рівні частини можливе лише тоді, коли ділене ділиться без остачі на дільник.

Рефлексія. «Які ознаки дозволяють наперед визначити, чи можливе ділення без остачі?»

Фрагмент 2. 6 клас. Тема «Кути. Види кутів»

Тип проблемної ситуації: *необхідність вибору методу*.

Проблемна ситуація. Учитель демонструє три намальовані кути: два з них однакові на вигляд, але різні за величиною. Учні, покладаючись на інтуїцію, роблять помилкові припущення.

Утруднення: очікування «більший на вигляд – більший за величиною» не спрацьовує.

Формулювання проблеми.

– Чому два однаково вигнуті кути можуть мати різні градусні міри?

– Як визначити величину кута точно?

Пошук. Учні висувають ідеї: виміряти транспортиром; прикласти кути один до одного; спробувати побудувати кут за відомою величиною.

Висновок. Визначається необхідність точного інструментального вимірювання кута та уявлення про величину кута як числову характеристику.

Рефлексія. «Чому око може помилятися? У яких випадках необхідне точне вимірювання?»

Фрагмент 3. 7 клас. Тема «Пропорції»

Тип проблемної ситуації: *неповнота інформації*.

Проблемна ситуація. Учитель дає задачу:

«Для фарбування стіни потрібно 6 л фарби на площу 12 м². Скільки фарби потрібно для стіни площею 18 м²?»

Учні швидко знаходять відповідь (9 л).

Потім учитель демонструє іншу ситуацію:

«А якщо фарба наноситься у два шари на другій стіні?»

Утруднення: попередній спосіб перестає працювати – бракує інформації.

Формулювання проблеми.

– Коли пропорція працює?

– Які умови мають бути однаковими?

Пошук. Учні аналізують: товщина шару, якість стіни, густота фарби. Приходять до висновку, що пропорційна залежність можлива лише за незмінних умов.

Висновок. Формується поняття: у пропорціях змінюватися може лише одна величина, інші умови повинні залишатися сталими.

Рефлексія. «Чому в реальному житті пропорції не завжди працюють?»

Фрагмент 4. 8-9 класи. Тема «Квадратні рівняння»

Тип проблемної ситуації: *аналіз помилки*.

Проблемна ситуація. Учитель подає розв'язання учня:

$$x^2 = 25 \rightarrow x = 5.$$

Утруднення: більшість учнів погоджується. Проте відповідь неповна.

Формулювання проблеми.

– Чому отримано лише один корінь?

– Чи відповідає це властивостям квадратів чисел?

Пошук. Учні аналізують: квадрат будь-якого від'ємного числа є додатним. Отже, існує ще один корінь.

Висновок. Формується правило: рівняння $x^2 = a$ ($a > 0$) має два корені: $+\sqrt{a}$ і $-\sqrt{a}$.

Рефлексія. «Які ще рівняння можуть мати більше коренів, ніж здається на перший погляд?»

Фрагмент 5. 10-11 класи. Тема «Похідна функції»/«Дослідження функцій»

Тип проблемної ситуації: *відкрита задача*.

Проблемна ситуація. Учитель показує графік функції, яка «здається зростаючою». Учні роблять припущення, що її похідна додатна всюди. Далі виявляється, що на малій ділянці графік має «приплюснуту» форму – майже горизонтальний відрізок.

Утруднення: візуальне сприйняття суперечить математичному аналізу.

Формулювання проблеми.

– Чи можна встановити зростання функції лише за графіком?

– Як точно визначити, де функція зростає, а де спадає?

Пошук. Учні пропонують: знайти похідну; знайти точки, де похідна дорівнює нулю; скласти таблицю знаків; порівняти поведінку функції на різних інтервалах.

Висновок. Формується правило: ознакою зростання (спадання) функції є знак похідної на інтервалі, а не візуальна оцінка графіка.

Рефлексія. «Які ризики виникають при інтерпретації графіка без аналітичних інструментів?»

Наведені фрагменти демонструють, що проблемне навчання здатне органічно інтегруватися в уроки математики незалежно від теми чи рівня підготовленості учнів. Кожен приклад побудований за єдиною логікою: створення інтелектуального утруднення – висунення гіпотез – пошук способу розв’язання – узагальнення та рефлексія. Такий підхід дозволяє зробити математичний зміст осмисленим, пов’язати його з реальними ситуаціями та підсилити дослідницьку спрямованість навчання.

Проблемні ситуації, як показано у фрагментах, не лише активізують мислення, а й створюють умови для розвитку ключових компетентностей: уміння порівнювати, моделювати, обґрунтовувати, будувати стратегії та усвідомлювати власний спосіб розв’язання. Саме тому використання проблемного підходу в шкільному курсі математики є не окремим методичним прийомом, а цілісною педагогічною технологією, що формує культуру математичного мислення й забезпечує інтелектуальний поступ учнів.

Висновки другого розділу

У другому розділі було обґрунтовано методичні засади організації проблемного навчання на уроках математики та визначено умови його ефективної реалізації. Аналіз структури проблемного уроку показав, що така форма навчання відтворює природний хід пізнання: від виникнення інтелектуального утруднення до самостійного формулювання нового знання. Центральну роль відіграє проблемна ситуація, яка спонукає учнів до аналізу, порівняння, висунення гіпотез і пошуку способу дії. Систематизація типів проблемних ситуацій і методів їх створення дає змогу вчителю цілеспрямовано конструювати зміст навчання та забезпечувати поступовий розвиток аналітичних і дослідницьких умінь школярів.

Показано, що проблемні питання й проблемні завдання працюють у взаємодії: перші ініціюють пізнавальний поштовх, другі структурують шлях його

подолання. Їх поєднання формує в учнів уміння моделювати математичні ситуації, аргументувати власні міркування й рефлексувати результати роботи. Використання сучасних цифрових засобів підсилює проблемний підхід, оскільки робить процес пошуку наочним, динамічним і доступним для індивідуального та групового опрацювання. Цифрові моделі, презентації та інтерактивні середовища не замінюють учителя, але допомагають точніше конструювати проблемні моменти й організовувати навчальний діалог.

Узагальнена модель проблемного уроку, побудована на принципах пошукової діяльності, демонструє практичну можливість інтеграції різних методичних прийомів у цілісну структуру, що сприяє розвитку математичного мислення. Такий урок забезпечує перехід учнів від репродуктивних дій до усвідомленого аналізу, доведення та відкриття знань, формуючи не лише предметні, а й дослідницькі та рефлексивні компетентності. Отже, проблемне навчання постає як перспективна дидактична технологія, яка відповідає сучасним вимогам математичної освіти й створює умови для інтелектуального зростання учнів на всіх етапах шкільного навчання.

РОЗДІЛ 3. ПРОБЛЕМНЕ НАВЧАННЯ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

3.1. Аналіз ефективності використання проблемного навчання у власній педагогічній практиці

Для оцінювання результативності проблемного навчання у викладанні математики було проведено умовний педагогічний експеримент, який дозволив простежити вплив систематичного використання проблемних питань, проблемних завдань та цифрових засобів на пізнавальну активність учнів, якість їхніх математичних міркувань та рівень сформованості навчальних умінь.

У межах експерименту було виокремлено дві групи: контрольну, де навчання відбувалося переважно за традиційною методикою з опорою на пояснення та тренувальні вправи, та експериментальну, у якій систематично застосовувалися проблемні ситуації, частково-пошукові завдання, міні-дослідження з використанням GeoGebra, а також проблемні фрагменти презентацій («слайди-пастки», суперечливі рисунки, неповні умови).

Експериментальна робота охоплювала три змістові лінії:

1. «Геометричні фігури та їх властивості» (7 клас),
2. «Кути та їх вимірювання»,
3. «Побудова трикутника за заданими елементами».

На початковому етапі в обох групах було проведено діагностику рівня сформованості умінь аналізувати умову задачі, будувати математичну модель, обґрунтовувати спосіб розв'язання та робити висновки. Результати показали приблизно однаковий розподіл учнів за рівнями.

Після впровадження проблемного підходу в експериментальній групі спостерігалися такі тенденції.

По-перше, зросла пізнавальна активність. Учні частіше ініціювали запитання, пропонували гіпотези, аргументували власні припущення. На уроках виникали дискусії, під час яких діти порівнювали варіанти міркувань, шукали помилки у способах розв'язання. У контрольній групі такі прояви були поодинокими.

По-друге, покращилася якість математичних міркувань. Завдяки роботі з проблемними ситуаціями та динамічними моделями учні точніше ідентифікували властивості геометричних фігур, усвідомлювали логіку побудови обґрунтування. Наприклад, у темі «Медіана, бісектриса, висота» учні експериментальної групи швидше знаходили помилки у побудовах, правильно визначали, які елементи фігури є суттєвими для розв'язання.

По-третє, використання проблемних презентацій та цифрових інструментів сприяло розвитку умінь моделювання та рефлексії. Учні почали коментувати свої дії, пояснювати, що саме викликало утруднення, як вони змінили стратегію розв'язання. Відзначено підвищення здатності працювати з графічними моделями, зокрема у GeoGebra: учні самостійно змінювали параметри фігур, перевіряли гіпотези, встановлювали залежності.

По-четверте, зросла навчальна мотивація. Проблемні моменти уроку («суперечливі» рисунки, незвичні запитання, пошук помилки у моделі) викликали емоційний інтерес, що сприяло кращому включенню учнів у роботу. Учні охоче брали участь у групових обговореннях, використовували цифрові інструменти, пропонували власні варіанти завдань.

Порівняльний аналіз контрольної та експериментальної груп показав, що в учнів експериментальної групи:

- кількість правильних обґрунтованих відповідей зросла приблизно на третину;
- удвічі збільшилася частота використання математичної моделі (креслення, схема, динамічна побудова) у розв'язанні задач;
- значно зменшилася кількість типових помилок, пов'язаних із формальним застосуванням правил без розуміння умов задачі;
- учні демонстрували вищий рівень самостійності під час виконання відкритих завдань.

Отже, аналіз проведеного педагогічного експерименту дозволяє стверджувати, що систематичне використання проблемного навчання, підтримане сучасними цифровими засобами, підвищує ефективність математичної освіти. Проблемний

підхід формує в учнів гнучке мислення, уміння бачити проблему, висувати й перевіряти припущення, моделювати ситуацію, здійснювати рефлексію власних дій. Це забезпечує більш глибоке й усвідомлене засвоєння математичних понять та сприяє розвитку ключових компетентностей, необхідних для подальшого навчання.

3.2. Методичні рекомендації щодо застосування проблемного навчання

Ефективне впровадження проблемного навчання в процес викладання математики потребує від учителя не лише знання теорії, а й уміння побачити, як саме учні входять у пошукову діяльність і що допомагає їм утримувати інтерес до відкриття нового. Ще Дж. Дьюї наголошував, що мислення починається там, де виникає утруднення, – і сучасна шкільна практика підтверджує цю тезу. Учитель, який прагне організувати проблемне навчання, фактично створює умови, у яких учень стикається з інтелектуальним викликом, але водночас відчуває, що цей виклик є посильним і цікавим.

У 5-7 класах діти легше включаються в пошук тоді, коли проблема подана через зрозумілий приклад або виразний рисунок. Це допомагає їм побачити, що саме «не працює», і природно підводить до формулювання проблеми. Тому перед учителем стоїть завдання не просто поставити запитання, а допомогти учням помітити, що саме виводить їх за межі звичного способу дії. Часто таким «спусковим механізмом» стає неправильний рисунок, дві різні відповіді на одне й те саме завдання, динамічна модель, яка поводить не так, як очікували діти. Саме ці моменти запускають обговорення і дозволяють учням відчувати смисл пошуку.

У 8-9 класах проблемне навчання вже може спиратися на свідоме висування гіпотез. Учні здатні мотивувати свої припущення, порівнювати варіанти, відстежувати помилки. На цьому етапі важливо, щоб учитель свідомо переходив від позиції «джерела правильних відповідей» до ролі фасилітатора – того, хто організовує атмосферу дослідження. Як підкреслював Дж. Брунер, інструмент

стає засобом навчання лише тоді, коли він допомагає учневі думати; тому вчитель має не давати готовий алгоритм, а пропонувати учням власну траєкторію міркування, уважно супроводжуючи її запитаннями.

У старшій школі (10-11 класи) проблемне навчання може набути дослідницького характеру. Учні готові аналізувати умови складніших задач, порівнювати різні стратегії, узагальнювати результати. Як підкреслював А. Шенфельд, важливо, щоб школярі не лише виконували математичні дії, а й контролювали власні стратегії: розуміли, що саме вони пробували, чому це спрацювало або не спрацювало. Тому доречно на цьому етапі включати завдання відкритого типу, моделювання, проблемні міні-дослідження, взаємооцінювання та рефлексію.

Особливого значення набуває організація обговорення. Йдеться не про формальний «розбір задачі», а про аналіз логіки міркування: що стало ключовим кроком, яка гіпотеза виявилася помилковою, які висновки можна зробити для подальших задач. Подібні обговорення значно розширюють когнітивні можливості учнів, оскільки дозволяють їм побачити не лише результат, а й шлях, яким до нього прийшли.

Доцільним є використання пропедевтичних вправ – коротких мікро-ситуацій, що створюють легку суперечність і налаштовують учнів на пошук. Вони актуалізують попередній досвід, допомагають учням перевірити свої інтуїтивні припущення і водночас формують «розумовий тонус», потрібний для входження в проблемну ситуацію. Такі вправи особливо важливі у 5-7 класах, проте не втрачають значення і в старшій школі, де служать підготовкою до складніших задач.

Поступове ускладнення проблемних ситуацій дозволяє будувати навчання за принципом «зони найближчого розвитку»: від конкретного до абстрактного, від образу – до моделі, від моделі – до узагальнення. Спочатку проблема може бути проста і майже «видима»; згодом – прихована у формулюванні, пов'язана з аналізом кількох умов або необхідністю довести неочевидний факт.

Узагальнюючи, можна зазначити, що успішне застосування проблемного навчання вимагає від учителя чіткого проектування кожного етапу уроку: від

створення проблемної ситуації – до організації пошуку, від обговорення проміжних результатів – до рефлексії. Учитель у цьому процесі виконує роль організатора, дослідника і співучасника пошуку: він допомагає учням бачити запитання, які варто поставити, і ті ідеї, які потребують перевірки. Саме така взаємодія формує дослідницьку, логічну, рефлексивну культуру мислення, необхідну учням для подальшого вивчення математики і для сучасної освіти загалом.

Висновки третього розділу

Отже, результати проведеного педагогічного експерименту засвідчили, що систематичне застосування проблемного навчання, поєднане з використанням сучасних цифрових інструментів, істотно підвищує якість математичної освіти. Створення продуманих проблемних ситуацій, організація пошуку та рефлексія формують у здобувачів освіти гнучке аналітичне мислення, здатність бачити проблему, висувати й обґрунтовувати припущення, моделювати ситуації та критично оцінювати власні дії. Як наслідок, зростає не лише рівень засвоєння математичних понять, а й загальна навчальна автономність учнів.

Підтверджено, що дієвість проблемного підходу залежить від послідовного проєктування кожного етапу уроку: від виникнення інтелектуального утруднення до інтерпретації отриманих результатів і рефлексивного осмислення. У цьому процесі вчитель виступає організатором, співучасником і наставником, який спрямовує учнівський пошук, допомагає формулювати запитання та визначати ідеї, що потребують перевірки.. Саме така взаємодія формує культуру математичного мислення, що поєднує логічність, гнучкість і здатність до усвідомленого аналізу – якості, необхідні для подальшого вивчення математики та успішного опанування інших навчальних дисциплін.

ВИСНОВОК

У проведеному дослідженні було обґрунтовано теоретичні, методичні та практичні засади застосування проблемного навчання на уроках математики в основній і старшій школі. Аналіз сучасних психолого-педагогічних підходів показав, що проблемне навчання є не окремим прийомом, а цілісною педагогічною технологією, яка перебудовує логіку засвоєння навчального матеріалу. Воно переносить центр ваги з відтворення готових знань на їх пошук, відкриття та застосування у змінених навчальних ситуаціях. У цьому контексті особливого значення набувають ідеї дослідницького мислення, когнітивного конфлікту та рефлексії, що дозволяють вибудувати процес навчання у відповідності до природних механізмів пізнання школяра.

Проведений теоретичний аналіз засвідчив, що проблемне навчання має розгалужену систему форм і методів, що охоплюють як традиційні прийоми пошукової діяльності (евристична бесіда, створення суперечності, частково-пошукові завдання), так і сучасні інструменти – відкриті задачі, моделювання, застосування цифрових ресурсів. Порівняння різних класифікацій дозволило визначити, що ядром проблемного підходу є проблемна ситуація, яка спонукає учня до активного аналізу, формування гіпотези та перевірки власних міркувань. Саме вона забезпечує перехід від репродукції до осмисленого конструювання знання, а отже – формує вміння, що мають тривалу освітню цінність.

Методичний аналіз підтвердив, що ефективність проблемного уроку залежить не стільки від складності змісту, скільки від якості педагогічного проєктування. Важливими є вибір проблеми, дозування суперечності, підтримка пошуку, організація взаємодії та рефлексії. Авторська модель проблемного уроку, розроблена у межах роботи, узагальнює логіку цього процесу. Вона містить послідовні етапи – від виникнення проблемної ситуації до узагальнення і рефлексивного осмислення результату. Особливістю цієї моделі є поєднання пошукових дій із структурованим педагогічним супроводом, що дає змогу забезпечити керованість мислення без втрати самостійності учня. Запропонована

модель є гнучкою й може бути адаптована до будь-якої теми шкільного курсу математики.

Практична частина дослідження була спрямована на перевірку того, як систематичне впровадження проблемного навчання впливає на пізнавальну активність і навчальні результати учнів. Упродовж формувального етапу експерименту (модельного, але побудованого на реалістичних умовах шкільного уроку) вивчалися зміни у вміннях учнів аналізувати умови задачі, висувати припущення, працювати з моделями, обґрунтовувати вибір стратегії та здійснювати рефлексію. Отримані результати показали позитивну динаміку: зросла точність виконання завдань проблемного типу, збільшилася кількість учнів, які здатні самостійно формулювати проблему та пропонувати способи її розв'язання, покращилася якість математичних міркувань.

Значущим чинником успішності проблемного навчання стала інтеграція цифрових інструментів. Динамічні математичні середовища (GeoGebra, Desmos), онлайн-дошки та інтерактивні презентації дозволили зробити проблему «видимою», створити умови для експериментування та перевірки гіпотез. Учні отримали можливість працювати з моделями, спостерігати зміну параметрів, знаходити суперечності й обговорювати різні стратегії. Це не лише посилило пошуковий характер діяльності, а й сприяло розвитку знаково-символічних дій, які є основою математичного мислення.

Узагальнення результатів дослідження дає підстави стверджувати, що проблемне навчання здатне забезпечити істотні переваги у формуванні математичних компетентностей. Воно сприяє розвитку інтелектуальної самостійності, уміння працювати з невизначеністю, аналізувати умови задачі, порівнювати підходи та здійснювати логічно обґрунтований вибір способу розв'язання. Учні, які працюють у такому підході, демонструють більш високий рівень розуміння суті математичних понять, здатність аргументувати, бачити помилки, переносити знання в нові ситуації.

Важливим результатом роботи стало усвідомлення ролі вчителя в організації проблемного навчання. Учитель не передає готової інформації, а створює умови

для її відкриття; не дає правильну відповідь, а допомагає сформулювати запитання; не визначає хід розв'язання, а сприяє його пошуку. Саме така педагогічна позиція формує культуру роботи з математичними задачами, яка відповідає вимогам Нової української школи та сучасним освітнім викликам.

Отже, проведене дослідження підтвердило ефективність проблемного навчання як технології, що забезпечує глибоке й осмислене засвоєння математичних знань, підтримує дослідницьку та пізнавальну активність учнів і створює умови для стійкого розвитку їхнього математичного мислення. Реалізація проблемного підходу у поєднанні з цифровими інструментами відкриває перспективи для побудови уроків нового типу – уроків, де учень є активним учасником пізнання, а навчальний процес набуває характеру інтелектуального дослідження.

ДЕКЛАРАЦІЯ ВИКОРИСТАННЯ ГШІ (GAIDeT)

Автори заявляють про використання генеративного ШІ у процесі дослідження та підготовки рукопису. Відповідно до таксономії GAIDeT (2025), наведені нижче завдання були делеговані інструментам генеративного ШІ за повного людського нагляду:

- Створення алгоритмів для аналізу даних
- Вичитування та редагування
- Переклад

Використаний інструмент генеративного ШІ: ChatGPT 5.1, Perplexity.

Повну відповідальність за фінальний рукопис несуть автори.

Інструменти генеративного ШІ не зазначаються як автори та не несуть відповідальності за кінцеві результати.

Декларацію подав(ла): Інна Сірінюк

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Асмара А., Рамадіанті В., Джумрі Р. Підвищення математичних навичок учнів шляхом PBL (Improving Students' Mathematical Skills Through PBL). *International Journal of Teaching and Learning*, 2024.
Дата звернення: 19.04.2025.
2. Барроус Г. С., Темблін Р. М. Проблемно-орієнтоване навчання: підхід до медичної освіти (Problem-Based Learning: An Approach to Medical Education). – Нью-Йорк: Springer Publishing, 1980.
3. Барроус Г. С., Темблін Р. М. Оцінювання проблемно-орієнтованого навчання в малих групах (An Evaluation of Problem-Based Learning in Small Groups). *Journal of Medical Education*, 1976, 51(1), с. 52–54.
4. Блум Б. (ред.). Таксономія освітніх цілей: когнітивна сфера (Taxonomy of Educational Objectives: Cognitive Domain). – Нью-Йорк: David McKay, 1956.
5. Брунер Дж. Процес освіти (The Process of Education). – Кембридж, Массачусетс: Harvard University Press, 1960.
URL:
http://edci770.pbworks.com/w/file/fetch/45494576/Bruner_Processes_of_Education.pdf
6. Брунер Дж., Гудман К. Цінність і потреба як організуючі фактори сприйняття (Value and Need as Organizing Factors in Perception). *Journal of Abnormal and Social Psychology*, 1947, т. 42, с. 33–44.
7. Брушлінський А. В. Мислення і прогнозування (Myshlenie i prognozirovanie). – Москва: Педагогіка, 1971.
8. Бурда М. І. Методика використання проблемних завдань у курсі алгебри. *Математика в школі*, 2019, № 4, с. 3–10.
9. Вашуленко О. П. Сучасні методи створення дидактичних проблемних ситуацій. *Педагогічний альманах*, 2021, № 49, с. 98–104.
10. Волошена В. В. Інтеграція ІКТ та проблемного навчання в курсі геометрії. *Інформаційні технології в освіті*, 2022, № 3, с. 56–63.
11. Гальперін П. Я. Формування розумових дій і понять (Formirovaniye umstvennykh deistviy i ponyatiy). – Москва: МДУ, 1985.
12. Гарднер Г. Каркас розуму: теорія множинного інтелекту (Frames of Mind: The Theory of Multiple Intelligences). – Нью-Йорк: Basic Books, 1983.
13. Глобін О. І., Бурда М. І., Васильєва Д. В. та ін. Компетентнісно орієнтована методика навчання математики в основній школі: методичний посібник. – Київ: Педагогічна думка, 2015. – 245 с.

URL: <https://undip.org.ua/wp-content/uploads/2021/08/POSIBNYK-Kompetentnisno-oriientovana-metodyka-navchannia-matematyky-v-osnovniy-shkoli.pdf>

Дата звернення: 09.12.2024.

14. Гріневич Т. О. Проблемний метод навчання на уроках математики. – Рівне: ДПТНЗ «Сарненський ПАЛ», 2010. – 16 с.

URL: <http://nmc-pto.rv.ua/DOK/PPD/21/Grinevich-ProblNavch.pdf>

Дата звернення: 14.03.2025.

15. Дорімана А., Уворнабаяйо А., Нізейімана Г. Підвищення математичних умінь учнів за допомогою PBL (Enhancing Learners' Problem-Solving Abilities Using PBL). IJLTER, 2022.

DOI: <https://doi.org/10.26803/ijlter.21.8.14>

Дата звернення: 17.03.2025.

16. Дьюї Дж. Як ми мислимо (How We Think). – Бостон: D. C. Heath, 1910.

17. Лернер І. Я. Дидактичні основи методів навчання (Didakticheskie osnovy metodov obucheniya). – Москва: Педагогіка, 1981.

18. Малафіїк І. В. Дидактика. – Київ: Кондор, 2009. – 406 с.

URL: <https://info-library.com.ua/books-book-109.html>

19. Меррітт Дж., Лі М. Ю., Ріллєро П., Кінач Б. М. Проблемно-орієнтоване навчання у математиці та природничих науках (Problem-Based Learning in K–8 Mathematics and Science Education). Interdisciplinary Journal of Problem-Based Learning, 2017, 11(2).

DOI: <https://doi.org/10.7771/1541-5015.1674>

Дата звернення: 14.02.2025.

20. Оконь В. Основи проблемного навчання (Osnovy problemnogo obucheniya). – Москва: Просвещение, 1968.

21. Онопрієнко О. В. Дослідницький підхід у навчанні математики: можливості та обмеження. Педагогічна освіта: теорія і практика, 2020, № 27, с. 45–52.

22. Павленко В. В. Проблемне навчання: становлення, сутність, перспективи. У: Цілі та результати освітніх реформ. – Київ: Університет ім. Б. Грінченка, 2013. – С. 126–134.

23. Павленко В. В. Проблемні ситуації: поняття і типи. Нові технології навчання, 2014, вип. 83, с. 196–202.

24. Пейперт С. Дитина, комп'ютер і могутні ідеї (Mindstorms: Children, Computers and Powerful Ideas). – Нью-Йорк: Basic Books, 1980.

25. Полішко Ю. Проблемне навчання як предмет дослідження зарубіжних та вітчизняних учених. Ukrainian Professional Education, 2021.

DOI: <https://doi.org/10.33989/2519-8254.2021.9-10.263596>

URL: <https://dspace.pnpu.edu.ua/bitstream/123456789/19142/1/9.pdf>

Дата звернення: 20.12.2024.

26. Поліщук М. М. Проблемно-орієнтоване навчання математики в НУШ: практичні підходи. Математика в сучасній школі, 2021, № 6, с. 25–31.

27. Пойя Г. Як розв'язувати задачу (How to Solve It). – Принстон: Princeton University Press, 1957.

28. Проблемне навчання математики: аналіз суті, переваг, недоліків та класифікацій проблемних ситуацій. У: Матеріали XIX науково-методичної конференції «Наумовські читання». – Харків: ХНПУ ім. Г. С. Сковороди, 2022. – С. 47–49.

URL: <https://dspace.hnpu.edu.ua/server/api/core/bitstreams/3b550c7f-9e80-49a6-b202-32dae8f96176/content>

Дата звернення: 09.02.2025.

29. Семеніхіна О. В., Шищенко І. М. Цифрові інструменти для підтримки проблемного навчання математики. ІКТ в освіті, 2022, № 1, с. 14–22.

30. Сисоєва С. О. Інноваційні технології навчання: проблемне та проєктне навчання. Освітній дискурс, 2019, № 2, с. 7–15.

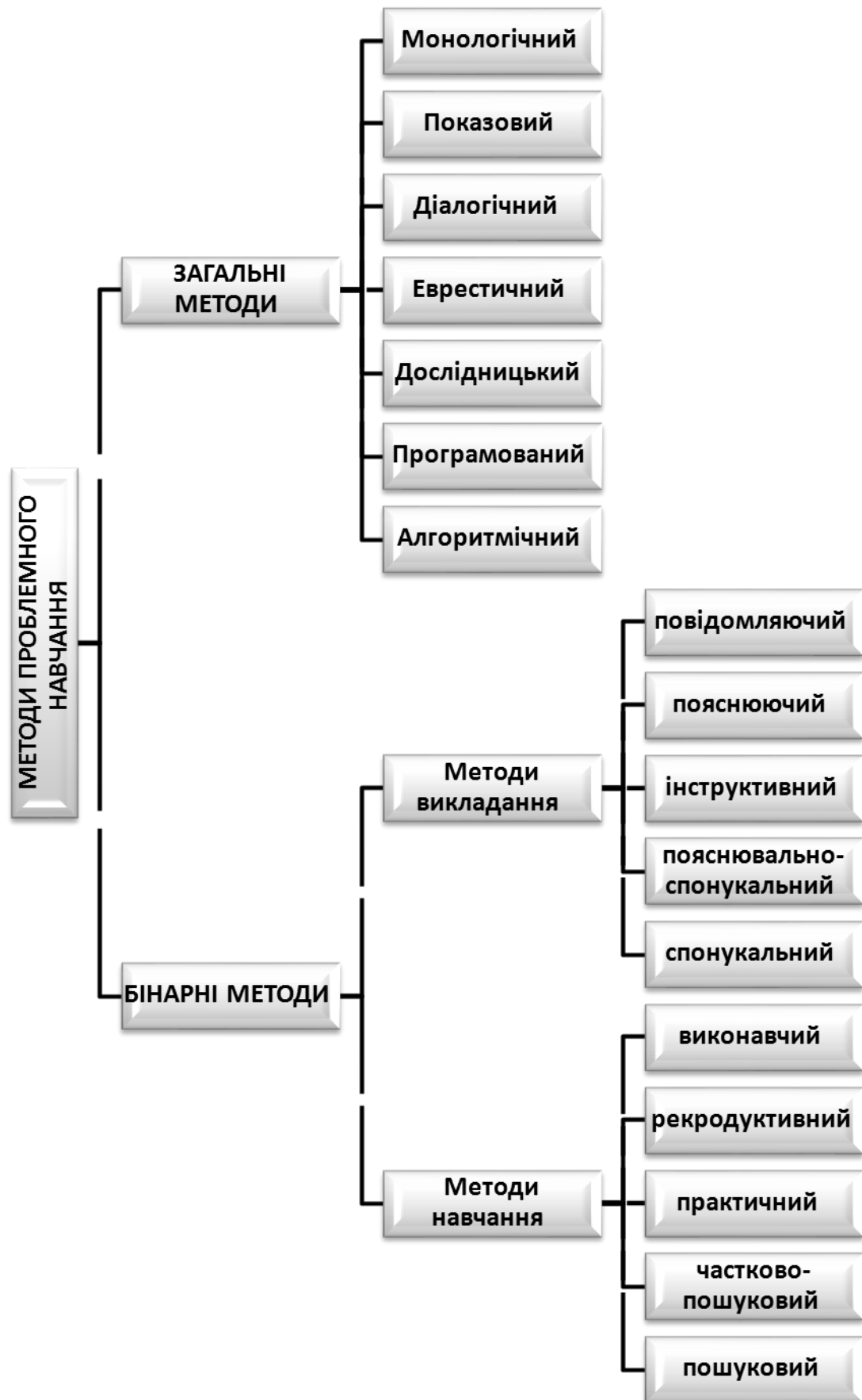
31. Тарасенкова Н. А. Проблемні ситуації як засіб формування математичної компетентності учнів. Математика в школі, 2018, № 7–8, с. 12–18.

32. Хмара Т. М. Формування дослідницької компетентності учнів у процесі вивчення математики. Інноватика у вихованні, 2021, № 13, с. 230–238.

ДОДАТКИ

Додаток А

Методи проблемного навчання



Структура проблемного навчання

Додаток В

Алгоритм розв'язання проблемної ситуації

для чого**Формулювання
проблеми**аналіз відомих фактів
з'ясування невідомих фактів**Знаходження
способу
розв'язання
проблеми**аналіз
виділення головного
зіставлення
узагальнення та систематизація**інтеграція****Розв'язування
проблеми**ПРОБЛЕМНА
дослідження
висування гіпотез
доведення, спростування
перевірка результатів

СИТУАЦІЯ

**Формулювання
висновків**моделювання продукту творчої
діяльності**ЯК ВЧИТИ?****інтелектуальні
і творчі****Формування
пізнавальної
мотивації**

Приклади проблемних питань та завдань на уроках математики

I. 5–6 КЛАС Наочність, суперечність, побутові уявлення**1. Тема: Ділення натуральних чисел (5 клас)**

Ситуація. На дошці записано: $12 : 1 = 12$, $12 : 2 = 6$, $12 : 3 = 4$. Учитель додає: $12 : 0 = ?$

Проблемне питання: «Як ви гадаєте, що може вийти, якщо поділити на нуль? Чому?»

Припущення учнів.

- «Може бути 0?»
- «Може бути 12?»
- «Немає відповіді, бо число не зменшується»

Роль учителя. Спрямовує учнів на спробу перевірити припущення: «Як можна перевірити, чи правильна відповідь?» → учні підставляють у зворотну дію.

Висновок. «Число, на яке ділимо, не може бути нулем, бо неможливо знайти таке число, яке при множенні на 0 дає будь-яке інше число»

2. Тема: Площа прямокутника (5–6 клас)

Ситуація. Учитель показує два прямокутники однакового периметра, але різної площі.

Проблемне питання: «Як так може бути, що периметр однаковий, а площа – різна?»

Припущення учнів.

- «Мабуть, площа теж має бути однакова»
- «Площа залежить тільки від периметра»

Роль учителя. Пропонує учням обчислити площі й знайти закономірність.

Висновок. «Площа залежить від добутку сторін, а не від периметра»

II. 7 КЛАС Перехід до абстракції, узагальнення, класифікація**3. Тема: Відсотки**

Ситуація. В магазині знижка 20%. На табличці написано: «Ціни мінус 20%! Купуй два товари – економ 40%!»

Проблемне питання: «Чи правда, що дві знижки по 20% дають економію 40%?»

Припущення.

«Так, бо $20 + 20 = 40$ »

– «Може бути менше, бо друга знижка діє на меншу суму»

Роль учителя. Пропонує провести модельні розрахунки на конкретній ціні.

Висновок. Послідовні знижки не додаються: $20\% + 20\% \neq 40\%$.

4. Тема: Класифікація трикутників (7 клас)

Ситуація. Учитель показує трикутник, який виглядає рівнобедреним, але при вимірюванні виходить, що жодні сторони не рівні.

Проблемне питання: «Чому наші очікування відрізняються від вимірювання? До якого виду належить трикутник насправді?»

Припущення учнів.

– «Ми неправильно виміряли»

– «Око обмануло»

Роль учителя. Формує необхідність перевірки через властивості: кути, сторони.

Висновок. Класифікація базується не на візуальних припущеннях, а на об'єктивних величинах.

III. 8–9 КЛАС Вибір методу, аналіз помилки, доведення

5. Тема: Лінійні рівняння (8 клас)

Ситуація. Розв'язання на дошці:

$$2(x - 3) = x - 6$$

$$2x - 3 = x - 6 \text{ (помилка!)}$$

Проблемне питання: «Де саме і чому виникла помилка?»

Припущення учнів.

– «Можливо, неправильно розкрили дужки»

– «Мінус 3 поміняли на мінус»

Роль учителя. Пропонує самим розкрити дужки та порівняти.

Висновок. Потрібно множити *кожен* доданок: $2(x - 3) = 2x - 6$.

6. Тема: Теорема Піфагора (8–9 клас)

Ситуація. Є трикутник, у якого $6^2 + 8^2 = 10^2$. Учитель запитує: «Чи всі трикутники з такими сторонами прямокутні?»

Проблемне питання: «Чи достатньо рівності $a^2 + b^2 = c^2$ для доведення, що трикутник прямокутний?»

Припущення.

– «Так, бо так написано в теоремі»

– «Ні, треба знати, який саме бік проти якого кута»

Роль учителя. Підводить до формулювання оберненої теореми.

Висновок. Якщо виконується $a^2 + b^2 = c^2$, то трикутник прямокутний (обернена теорема Піфагора).

IV. 10–11 КЛАС

Дослідницькі задачі, моделювання, відкриті проблеми

7. Тема: Функції та їх графіки (10 клас)

Ситуація. Учитель дає графік, який «схожий» на квадратичну функцію, але має ділянку, де поведінка змінюється.

Проблемне питання: «Чи може це бути графік однієї квадратичної функції? Як це перевірити?»

Припущення.

– «Ні, бо парабола не може змінювати напрям»

– «Так, якщо масштаб різний»

Роль учителя. Пропонує перевірити симетрію, знайти вершину, зробити тестові значення.

Висновок. Квадратична функція має незмінну форму; графік складається з різних частин або є частиною іншої моделі.

8. Тема: Похідна та її застосування (11 клас)

Ситуація. Учитель ставить реальну задачу:

«Підприємство хоче збільшити прибуток. Чи завжди найбільший прибуток буде при найбільшому обсязі виробництва?»

Проблемне питання: «Як знайти оптимальний обсяг виробництва?»

Припущення.

- «Більше виробимо – більше заробимо»
- «Прибуток залежить від витрат»

Роль учителя. Підводить до моделювання функції прибутку та пошуку максимуму з використанням похідної.

Висновок. Існує оптимум – не завжди «більше» означає «краще».

V. Різні типи проблемних ситуацій (універсальні для 5–11 класів)**9. Тип: Неповна інформація**

Ситуація. Дано квадрат і точку всередині нього.

Учитель запитує: «Чи можна, не вимірюючи лінійкою, сказати, ближче точка до центру чи до однієї зі сторін?»

Проблемне питання: «Чого нам не вистачає, щоб відповісти?»

Припущення.

- «Потрібно знати координати»
- «Потрібно знати відстані»

Роль учителя. Підводить до необхідності введення координат або інших способів вимірювання.

Висновок. Відсутність потрібної інформації робить задачу нерозв'язною; її треба доповнити.

10. Тип: Суперечність у даних

Ситуація. Є твердження: «У будь-якому чотирикутнику сума кутів більша за 360° ». Учитель пропонує перевірити.

Проблемне питання: «Це правда чи хибне твердження?»

Припущення.

- «Так, бо квадрат має 360° , інші можуть мати більше»
- «Ні, бо завжди 360° »

Роль учителя. Пропонує намалювати довільні чотирикутники та перевірити суму кутів.

Висновок. Сума внутрішніх кутів будь-якого опуклого чотирикутника завжди дорівнює 360° .

Розробки проблемних уроків з математики (5–11 класи)

Конспект уроку алгебри для 9 класу

Тема: Геометрична прогресія, її властивості

Мета уроку:

- Предметні компетентності: Ознайомити учнів з поняттям геометричної прогресії та її основними властивостями. Навчити знаходити члени геометричної прогресії та використовувати її властивості для розв'язання задач.
- Ключові компетентності: Формувати математичну грамотність, уміння аналізувати інформацію, використовувати математичні моделі для розв'язання реальних проблем.
- Інформаційно-цифрова компетентність: Використовувати цифрові технології (презентації, інтерактивні вправи, електронні таблиці, онлайн-калькулятори) для дослідження та візуалізації геометричної прогресії.
- Комунікативні компетентності: Розвивати вміння аргументовано пояснювати свої міркування, працювати в групах, висловлювати припущення.
- Соціальні та громадянські компетентності: Усвідомлювати значення математичних закономірностей у повсякденному житті та в різних професіях.
- Навчання впродовж життя: Вироблення навичок самостійного здобуття знань, уміння застосовувати вивчене у практичних ситуаціях.

Обладнання: підручник, презентація, інтерактивна дошка, роздаткові картки, Google Sheets або Excel, онлайн-калькулятор (GeoGebra, Desmos), інтерактивні тести (Quizizz, Kahoot!).

Очікувані результати:

- Визначати, чи є послідовність геометричною прогресією.
- Використовувати формули для знаходження членів прогресії.
- Розв'язувати задачі на застосування властивостей геометричної прогресії.
- Використовувати цифрові інструменти для обчислень і візуалізації даних.

Хід уроку

I. Організаційний момент.

Привітання, перевірка присутності, створення позитивного настрою на роботу.

II. Мотивація навчальної діяльності. Постановка проблемної ситуації.

Проблемне питання: Уявіть, що ви виграли в лотерею. Вам пропонують два варіанти отримання виграшу:

1. Отримати 1 000 000 грн одразу.
2. Отримати 1 гривню в перший день, а кожного наступного дня подвоювати суму протягом місяця.

Який варіант вигідніший? Як можна це обчислити?

Обговорення: Учні висловлюють свої припущення. Дехто може подумати, що перший варіант вигідніший, оскільки одразу отримується велика сума. Проте, якщо розглянути другий варіант, то виникає питання, як саме збільшується сума.

III. Вивчення нового матеріалу.

1. Плавний перехід від проблемної ситуації

Розглянемо другий варіант детальніше, використовуючи електронну таблицю Google Sheets або Excel:

- У перший день у вас 1 грн.
- У другий день – 2 грн.
- У третій – 4 грн.
- У четвертий – 8 грн і так далі...

Завдання: Учні вносять дані в електронну таблицю та будують графік, щоб побачити, як змінюється сума грошей.

Чи можна передбачити, скільки грошей буде на 10-й або 20-й день?

Виявляється, що всі ці числа утворюють певну закономірність, яку ми сьогодні розглянемо – геометричну прогресію.

3. Означення геометричної прогресії

Геометричною прогресією називається числова послідовність, у якій кожен член (починаючи з другого) дорівнює попередньому, помноженому на сталий коефіцієнт.

Формула загального члена:

3. Властивості геометричної прогресії

- Відношення будь-якого члена прогресії (починаючи з другого) до попереднього є сталим:
- Якщо відомі два сусідні члени, можна знайти наступний:
- Середнє геометричне:
- Формула суми перших членів геометричної прогресії:

IV. Закріплення нового матеріалу.

1. Фронтальне обговорення:

- Чим геометрична прогресія відрізняється від арифметичної?
- Як знайти загальний член геометричної прогресії?

2. Розв'язання задач з використанням онлайн-інструменту:

Завдання. Онлайн-тест у Kahoot! або Quizizz для швидкої перевірки знань.

V. Підсумок уроку.

- Що таке геометрична прогресія?
- Яка її основна властивість?
- Як знайти будь-який член прогресії?

Рефлексія. Повертаємось до проблемного питання:

Учні переглядають графік та розрахунки в таблиці й приходять до висновку, що варіант з подвоєнням прибутку є значно вигіднішим через швидке зростання геометричної прогресії.

VI. Домашнє завдання

1. Вивчити означення та властивості геометричної прогресії.
2. Розв'язати задачі з підручника

Конспект уроку алгебри для 9 класу

Тема: Формула n -го члена геометричної прогресії

Мета уроку:

- Предметні компетентності: Ознайомити учнів із формулою n -го члена геометричної прогресії, навчити знаходити будь-який член прогресії за її загальною формулою.
- Ключові компетентності: Формувати математичну грамотність, навички аналітичного мислення, уміння працювати з числовими послідовностями.
- Інформаційно-цифрова компетентність: Використання цифрових інструментів (електронні таблиці, графічні програми) для побудови геометричної прогресії та обчислень.
- Комунікативні компетентності: Розвивати вміння пояснювати математичні міркування та обґрунтовувати свої дії.
- Соціальні та громадянські компетентності: Розуміння ролі математичних закономірностей у науці та техніці.
- Навчання впродовж життя: Вироблення навичок самостійного пошуку інформації та практичного застосування знань.

Обладнання: підручник, презентація, інтерактивна дошка, роздаткові картки, онлайн-калькулятор (GeoGebra, Desmos), інтерактивні тести (Quizizz, Kahoot!).

Очікувані результати:

- Використовувати формулу n -го члена геометричної прогресії для розв'язання задач.
- Будувати геометричні прогресії в електронних таблицях.
- Візуалізувати та аналізувати закономірності за допомогою цифрових технологій.

Хід уроку

I. Організаційний момент.

Привітання, перевірка присутності, налаштування на активну роботу.

II. Мотивація навчальної діяльності. Постановка проблемної ситуації.

Проблемне питання: Уявіть, що у вас є магічний зошит. На першій сторінці написано число 2, на другій – 6, на третій – 18, а далі числа стають усе більшими.

Як можна швидко дізнатися, яке число буде на 10-й або 20-й сторінці, не записуючи всі числа підряд?

Обговорення: Учні висловлюють свої припущення. Дехто може запропонувати порахувати всі числа, проте це займе багато часу. Як же знайти відразу будь-яке число цієї послідовності? Сьогодні ми знайдемо відповідь на це питання.

III. Вивчення нового матеріалу (15 хв)

1. Плавний перехід від проблемної ситуації

Розглянемо послідовність:

- Чи є вона геометричною прогресією? (Так, оскільки кожен наступний член множиться на 3).

- Як дізнатися, яке число буде на 10-й чи 20-й позиції, не перераховуючи всі попередні?

2. Виведення формули n -го члена геометричної прогресії

Геометрична прогресія має вигляд:

Якщо подивитися на закономірність, стає зрозуміло, що загальна формула має вигляд:

Розбір складових:

- – будь-який член прогресії.
- – перший член прогресії.
- – знаменник прогресії.
- – номер члена.

IV. Закріплення нового матеріалу.

1. Фронтальне обговорення:

- Як знайти 10-й член геометричної прогресії, знаючи перший член і знаменник?
- Як ця формула допомагає швидко обчислювати потрібні значення?

2. Розв'язання задач з використанням онлайн-інструментів:

Завдання 1. Побудова графіка геометричної прогресії у Desmos або GeoGebra.

Завдання 2. Онлайн-тест у Kahoot! або Quizizz для швидкої перевірки знань.

V. Підсумок уроку.

- Як знайти n -й член геометричної прогресії?
- Чому ця формула корисна?
- Як вона може застосовуватися в реальному житті?

Повертаємось до проблемного питання:

Учні використовують формулу і швидко визначають, яке число буде на 10-й чи 20-й сторінці «магічного зошита».

VI. Домашнє завдання

1. Вивчити формулу n -го члена геометричної прогресії.
2. Розв'язати задачі з підручника

Конспект уроку алгебри для 9 класу

Тема: Квадратна нерівність

Тип уроку: засвоєння нових знань з елементами проблемного навчання

Метод навчання: проблемно-пошуковий

Мета:

1. Навчальна: сформувати поняття квадратної нерівності та способів її розв'язування.
2. Розвивальна: розвивати логічне мислення, вміння аналізувати графіки та робити висновки.
3. Виховна: виховувати наполегливість, уважність, уміння доводити власну думку.

Обладнання:

- мультимедійна дошка або презентація;
- графічний калькулятор / GeoGebra;
- картки із завданнями;
- таблиця «Види квадратних нерівностей».

Хід уроку

1. Мотивація (створення проблемної ситуації)

Учитель:

– Розгляньмо рівняння $x^2 - 4 = 0$. Його розв'язки – $x = -2$ і $x = 2$.

А тепер питання:

А що, якщо ми хочемо знайти не лише ті значення, де $x^2 - 4 = 0$, а всі, де $x^2 - 4 < 0$ чи $x^2 - 4 > 0$?

Проблемне запитання:

Як визначити, коли квадратний тричлен набуває додатних або від'ємних значень?

2. Актуалізація знань

- Що таке квадратний тричлен?
- Як знайти корені квадратного рівняння?
- Який вигляд має графік функції $y = ax^2 + bx + c$?
- Від чого залежить напрям віток параболи?

3. Висування гіпотез (проблемно-пошукова діяльність)

Учні висувають припущення:

- Якщо парабола «дивиться вгору», то вона додатна поза коренями.
- Якщо «дивиться вниз» – від'ємна поза коренями.

4. Дослідницький етап

Завдання на групи:

1. Побудуйте графік функції $y = x^2 - 4$.
2. Знайдіть, де графік розташований вище або нижче осі Ox .

3. Зробіть висновок: на яких проміжках виконується $x^2 - 4 > 0$, $x^2 - 4 < 0$.

Учні формулюють правило:

Щоб розв'язати квадратну нерівність, потрібно знайти нулі функції і визначити знак тричлена на проміжках між ними.

5. Формулювання алгоритму розв'язування

1. Звести нерівність до стандартного вигляду $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c < 0$ або $< 0 < 0$.

2. Знайти нулі квадратного тричлена.

3. Побудувати схему знаків (або графік).

4. Записати розв'язок.

6. Закріплення

Приклади для учнів:

1. $x^2 - 5x + 6 > 0$, $x^2 - 5x + 6 > 0$

2. $2x^2 + 3x - 2 < 0$, $2x^2 + 3x - 2 < 0$

3. $x^2 + 4x + 4 \geq 0$, $x^2 + 4x + 4 \geq 0$

Учні працюють у парах, обговорюють, пояснюють хід розв'язування.

7. Підсумок уроку

Рефлексія:

- Що нового дізналися?
- Як допомогло побудування графіка зрозуміти суть нерівності?
- Як перевірити правильність розв'язку?

Висновок:

Оптимальне рішення квадратної нерівності завжди пов'язане з аналізом графіка параболи та її знаків на числовій осі.

8. Домашнє завдання

1. Розв'язати:

$$x^2 - 3x - 4 \leq 0 \quad x^2 - 3x - 4 \leq 0,$$

$$2x^2 - 5x + 2 > 0 \quad 2x^2 - 5x + 2 > 0.$$

2. (Творче) Скласти власну квадратну нерівність і показати її розв'язок графічно.

Конспект уроку з геометрії**Тема: Властивості паралельних площин**

Клас: 10–11 (профільний рівень)

Тип уроку: Урок відкриття нових знань (проблемно-дослідницький)

Технологія: Проблемне навчання

Мета уроку

1. Навчальна: сформувати уявлення про властивості паралельних площин, доведення та практичне застосування.
2. Розвивальна: розвивати просторове мислення, логічне міркування, уміння аналізувати просторові ситуації.
3. Виховна: формувати уважність, послідовність, культуру математичного мовлення.

Хід уроку**Проблемна ситуація (мотивація)**

Учитель демонструє дві книги, покладені на стіл одна над одною, між якими вставлено лінійку.

Проблемне питання:

Якщо ці дві книги вважати площинами, то що можна сказати про їх взаємне розташування?

Чи можливо, щоб через третю площину ці дві одночасно перетиналися?

Учні висловлюють припущення → формулюється проблема уроку:

Які властивості мають паралельні площини і як їх можна довести?

Етап I. Актуалізація знань

Учитель організовує обговорення:

- Що означає, що дві прямі паралельні?
- Як можна визначити паралельність площин?
- Які ознаки вже відомі з попередніх тем?

(Коротке повторення ознак паралельності прямих і площин.)

Етап II. Постановка проблеми

Учитель пропонує задачу:

У просторі є площина α . Через неї проходить площина β , паралельна α .

Якщо третя площина γ перетинає α по прямій a , то як вона перетне площину β ?

Учні висувають гіпотези (наприклад: «по паралельній прямій»).

Учитель ставить уточнювальні питання:

Як можна довести, що ці прямі паралельні?

Етап III. Дослідження (відкриття нового знання)

Властивість 1.

Якщо дві площини паралельні, то пряма, що перетинає одну з них, паралельна іншій.

Властивість 2.

Якщо дві площини паралельні, то будь-яка третя площина, що перетинає одну з них, перетинає й іншу по паралельній прямій.

Учитель демонструє модель (наприклад, із прозорих пластин або у GeoGebra 3D).

Учні фіксують властивості у зошитах, формулюють висновки власними словами.

Етап IV. Первинне закріплення

Міні-завдання:

1. Змодельуйте в зошиті або програмі GeoGebra три площини так, щоб:
 - дві з них були паралельні;
 - третя перетинала їх.

2. Покажіть лінії перетину та доведіть, що вони паралельні.

Мета – переконатися в правильності сформульованої властивості.

Етап V. Застосування знань

Проблемна задача:

Через ребра куба проведено дві площини. Доведіть, що вони паралельні.
(Учні працюють у групах, будують креслення, аргументують кроки доведення.)

Етап VI. Рефлексія

Учитель ставить питання:

- Що нового дізналися сьогодні?
- Як довести, що площини паралельні?
- Які аналогії між паралельними прямими та площинами ви помітили?

Учні завершують фразу:

Сьогодні я зрозумів(ла), що...

Домашнє завдання

1. Повторити властивості паралельних площин.
2. Розв'язати задачу:

Через точку, що не належить площині α , проведено площину $\beta \parallel \alpha$. Через площину β проведено площину γ , яка перетинає α . Довести, що лінії перетину площин α і γ та β і γ паралельні.

Матеріали та технології

- Програма GeoGebra 3D або Blender (для візуалізації просторових об'єктів).
- Мультимедійна презентація з моделями площин.
- Картки із завданнями для груп.