

БЕРДЯНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
Факультет фізико-математичної, комп'ютерної та технологічної освіти  
Кафедра фізики, математики та методики навчання

«Допущено до захисту»

Завідувач кафедру

д.п.н., проф. Олександр ШКОЛА

«05» грудня 2025 р.

**ВИКОРИСТАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ЦІКАВОЇ МАТЕМАТИКИ ЯК  
ЗАСОБУ АКТИВІЗАЦІЇ ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ**

Кваліфікаційна робота магістра

Виконавець: здобувач другого рівня вищої освіти,  
групи м2ма-з

Галузь знань: 01 Освіта

Спеціальність: 014 Середня освіта (математика)

Освітньо-професійна програма: Середня освіта  
(математика)

ПІБ: Ярослав ДАНИЛЕНКО

Керівник: к. п. н., ст. викладач Василь МАЦЮК

Рецензент: к. п. н., ст. викладач Світлана ПАНОВА

**ЗАВДАННЯ**  
**НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ**

Даниленко Ярослав Вікторович

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи: «Використання елементів цікавої математики як засобу активізації пізнавальної діяльності учнів»

Керівник роботи: Мацюк В.В., канд. пед. наук, ст. викладач

затверджені наказом по університету від «02» грудня 2025 року № 718с.

2. Строк подання студентом роботи: 01.12.2025 р.

3. Вихідні дані до роботи: розробити, теоретично обґрунтувати та експериментально перевірити методичні рекомендації щодо активізації пізнавальної діяльності учнів основної школи засобами вивчення елементів цікавої математики.

4. Зміст пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити):

- проаналізувати психолого-педагогічну, науково-методичну та навчальну літературу з проблеми активізації пізнавальної діяльності учнів;

- визначити психолого-педагогічні передумови та методичні засади активізації пізнавальної діяльності школярів у процесі вивчення елементів цікавої математики;

- розробити, теоретично обґрунтувати та експериментально перевірити методичні рекомендації щодо активізації пізнавальної діяльності учнів основної школи засобами цікавої математики.

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень) (за необхідністю):

---

---

---

6. Консультанти розділів роботи (якщо передбачені):

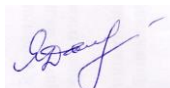
Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

7. Дата видачі завдання: 27.09.2024 р.

**КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН**

№ з/п	Назва етапів кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1.	Формулювання теми кваліфікаційної роботи, підготовка вступу, складання плану роботи.	жовтень-грудень 2024 р.	
2.	Аналіз літературних джерел за темою дослідження, уточнення базових понять дослідження. Підготовка підрозділів 1.1, 1.2.	лютий – квітень 2025 р.	
3.	Підготовка підрозділу 1.3 та висновків розділу 1 кваліфікаційної роботи.	травень – вересень 2025 р.	
4.	Підготовка підрозділів 2.1 – 2.3 кваліфікаційної роботи та висновків 2 розділу.	жовтень – листопад 2025 р.	
5.	Оформлення підсумкового варіанту кваліфікаційної роботи відповідно до чинних вимог.	08.12.2025 р.	

**Здобувач вищої освіти:**



(підпис)

**Ярослав ДАНИЛЕНКО**

(прізвище та ініціали)

**Керівник роботи:**



(підпис)

**Василь МАЦЮК**

(прізвище та ініціали)

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	7
1.1. Активізації пізнавальної діяльності учнів на уроках математики..	7
1.2. Аналіз змісту курсу математики основної школи .....	13
1.3. Психолого-педагогічні передумови та методичні засади щодо формування пізнавального інтересу .....	25
<i>Висновки першого розділу.....</i>	32
РОЗДІЛ 2. АКТИВІЗАЦІЯ ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ ЗАСОБАМИ ВИВЧЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ЦІКАВОЇ МАТЕМАТИКИ.....	34
2.1. Принципи і методи активізації пізнавальної діяльності на уроках математики .....	34
2.2. Методичні рекомендації застосування елементів цікавої математики з метою активізації пізнавальної діяльності .....	43
2.3. Педагогічний експеримент та його результати.....	67
<i>Висновки другого розділу.....</i>	70
ВИСНОВКИ.....	72
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	74
ДОДАТКИ.....	77

## ВСТУП

**Актуальність дослідження.** Сучасна освітня система перебуває в умовах суттєвих трансформацій, зумовлених суспільними викликами, стрімким розвитком технологій та зростанням ролі інтелектуальної праці. Перед школою постає завдання підготувати здобувача освіти, здатного ефективно діяти в різних ситуаціях, критично мислити, приймати рішення та відповідально взаємодіяти з іншими [34; 37]. У центрі нового освітнього підходу перебуває розвиток компетентної особистості, здатної до самонавчання й творчого застосування знань у життєвій практиці [4; 39].

У цих умовах ключовим стає не лише опанування учнями навчального матеріалу, а й створення педагогічних умов, які сприятимуть формуванню пізнавальної активності, мотивації, інтелектуальної ініціативи та прагнення до самостійного пошуку інформації [1; 33]. Учені підкреслюють, що ефективність навчання значною мірою залежить від здатності вчителя організувати навчальний процес як активну й продуктивну діяльність, де учні виконують дослідницькі, пошукові й творчі завдання [7; 8].

Проблеми розвитку пізнавальної діяльності школярів, формування їхніх навчальних інтересів та інтелектуальних умінь висвітлені в працях А. Алексюка [1], Н. Бібік [4], М. Данілова [14], І. Лернера [22], В. Онищука [28], В. Сухомлинського [37], О. Савченко [34], Г. Щукіної [42]. Дослідники наголошують, що активність учнів є фундаментальною умовою успішного навчання, а її формування потребує спеціально організованих методів, прийомів і педагогічних ситуацій, спрямованих на інтелектуальний розвиток [21; 25].

Математика, як базова навчальна дисципліна, відіграє особливу роль у розвитку логічного мислення, умінь аналізувати інформацію, аргументувати судження та знаходити оптимальні рішення. Проте досвід свідчить, що традиційні форми й методи нерідко недостатньо активізують пізнавальні процеси учнів. Це зумовлює потребу у впровадженні таких методичних

засобів, які сприяють зацікавленню, інтелектуальному напруженню та залученню школярів до активної пізнавальної діяльності [23; 31; 35].

Одним із ефективних шляхів вирішення цієї проблеми є використання елементів цікавої математики: нестандартних задач, логічних головоломок, проблемних ситуацій, математичних ігор та інтерактивних завдань, які підсилюють мотиваційний компонент навчання, сприяють розвитку креативності та підтримують природну дослідницьку активність учнів [11; 15; 20; 30; 36]. Доведено, що цікава математика розвиває вміння застосовувати знання в нових умовах, бачити неочевидні закономірності та знаходити оригінальні способи розв'язування задач, що повністю узгоджується з вимогами компетентнісного навчання Нової української школи [4; 46; 47].

Отже, актуальність дослідження зумовлена потребою підвищення ефективності навчання математики шляхом активізації пізнавальної діяльності учнів, забезпечення їхнього інтелектуального розвитку та формування здатності до самостійного мислення. Вивчення теоретичних аспектів і розроблення методичних рекомендацій щодо використання елементів цікавої математики є важливим кроком у вдосконаленні сучасного освітнього процесу.

**Мета дослідження.** Розробити, теоретично обґрунтувати та експериментально перевірити методичні рекомендації щодо активізації пізнавальної діяльності учнів основної школи засобами вивчення елементів цікавої математики.

**Завдання дослідження:**

1. Проаналізувати психолого-педагогічну, науково-методичну та навчальну літературу з проблеми активізації пізнавальної діяльності учнів.
2. Визначити психолого-педагогічні передумови та методичні засади активізації пізнавальної діяльності школярів у процесі вивчення елементів цікавої математики.

3. Розробити, теоретично обґрунтувати та експериментально перевірити методичні рекомендації щодо активізації пізнавальної діяльності учнів основної школи засобами цікавої математики.

**Об'єкт дослідження:** процес навчання математики в основній школі.

**Предмет дослідження:** активізація пізнавальної діяльності учнів основної школи у процесі вивчення елементів цікавої математики.

**Наукова новизна** полягає у систематизації теоретичних положень і розробленні методичних рекомендацій, спрямованих на активізацію пізнавальної діяльності учнів шляхом використання елементів цікавої математики; уточнено педагогічні умови й прийоми, які підвищують інтелектуальну та мотиваційну складові навчального процесу.

**Практичне значення** роботи полягає у створенні методичних рекомендацій, які можуть бути використані вчителями математики для підвищення пізнавальної активності школярів у процесі вивчення елементів цікавої математики; запропоновані матеріали можуть бути інтегровані в уроки, позакласну діяльність, факультативи та гуртки.

**Методи дослідження:** аналіз психолого-педагогічної та науково-методичної літератури; спостереження за навчальним процесом; узагальнення педагогічного досвіду; педагогічний експеримент; кількісна та якісна обробка результатів дослідження.

**Термін і база дослідження.** Дослідження проводилося протягом 2024/2025 навчального року в закладі загальної середньої освіти I–III ступенів.

**Структура роботи.** Магістерська робота складається зі вступу, двох розділів, висновків до кожного розділу, загальних висновків, списку використаних джерел (\_\_\_ найменувань) та \_\_\_ додатків на \_\_\_ сторінках. Загальний обсяг роботи — \_\_\_ сторінок, з них \_\_\_ сторінок основного тексту. Основний текст містить \_\_\_ рисунків та \_\_\_ таблиць.

## РОЗДІЛ 1

### ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

#### 1.1. Активізація пізнавальної діяльності учнів на уроках математики

Активізація пізнавальної діяльності школярів є одним із центральних завдань сучасної педагогічної теорії та практики. Це пояснюється тим, що навчання має діяльнісний характер, а тому рівень засвоєння знань, розвиток інтелектуальних здібностей і виховання учнів безпосередньо залежать від того, наскільки активно здобувач освіти включений у навчальний процес [1; 4].

Проблема активізації пізнавальної діяльності набуває особливої актуальності в умовах сучасної школи, адже знання, які подаються учням у готовому вигляді, часто залишаються формальними. Вони не завжди перетворюються на інструмент пояснення реальних явищ або розв'язання практичних задач, що свідчить про їхній відрив від уміння застосувати вивчене на практиці [14; 25; 28]. Формалізація знань призводить до зниження мотивації, пасивного ставлення до навчання та поверхневого опрацювання навчального матеріалу. Ефективне вирішення цієї проблеми вимагає наукового обґрунтування умов, прийомів і методів педагогічної діяльності, спрямованих на стимулювання активності учнів, розвиток їхньої самостійності та інтелектуальної ініціативи [7; 21]. Одним із ключових понять, на які спирається сучасна дидактика, є поняття *пізнавальної діяльності*.

У широкому розумінні пізнавальна діяльність — це цілісний процес, що поєднує сенсорне сприйняття, логічне мислення та практичну активність людини [22; 42]. Вона реалізується через різні види діяльності — навчальну, трудову, художньо-естетичну, комунікативну — але саме у процесі навчання набуває чіткої структури та спрямованості, властивої лише людині як суб'єкту пізнання [18].

Пізнавальна діяльність формується у взаємодії зовнішніх і внутрішніх чинників. Зовнішні включають соціальне середовище, організацію навчання, діяльність учителя, методи та засоби навчання. Внутрішні — інтелектуальні здібності, попередній досвід, інтереси, потреби, особистісні цінності, мотиви та емоційно-вольові якості учня [29; 31]. Саме поєднання цих чинників формує спрямованість особистості, що визначає вибіркоче ставлення до об'єктів пізнання та рівень зацікавленості.

Завдяки сформованій спрямованості пізнавальна діяльність учня набуває вибіркового й цілеспрямованого характеру. Стійка увага до об'єкта вивчення сприяє розвитку психічних процесів — пам'яті, мислення, уяви — та формує здатність до самостійного розв'язання пізнавальних проблем. Увага виступає важливим механізмом активізації пізнавальної діяльності, оскільки без неї неможливе усвідомлене й результативне пізнання.

Пізнавальна діяльність завжди є предметно орієнтованою, тобто спрямованою на розв'язання конкретних задач, які мають особистісний сенс для учня. Це означає, що рівень активності залежить від значущості об'єкта або явища для школяра. Якщо навчальний матеріал має особистісну цінність, викликає позитивні емоції або пізнавальну цікавість — він природно стимулює активність і самостійність учня [18; 31].

Виникнення й розвиток пізнавального інтересу є одним із найважливіших чинників активізації навчальної діяльності. Пізнавальний інтерес породжує активність, а активність, у свою чергу, поглиблює інтерес. Тому ці процеси взаємопов'язані й взаємозумовлені. Багато дослідників (І. Харламов, Т. Мальковська, Л. Арістова) підкреслюють, що саме інтерес є внутрішнім джерелом пізнання, яке забезпечує глибоке і свідоме засвоєння знань [18; 31; 41].

Актуальність теми активізації пізнавальної діяльності особливо зумовлена тим, що сучасна школа орієнтується на діяльнісний і компетентнісний підходи, які передбачають використання активних методів навчання — таких, що забезпечують залученість учня, створюють ситуації пошуку,

аналізу, практичного застосування знань і формування внутрішньої мотивації [4; 34; 46].

Питання активізації пізнавальної діяльності постійно були в центрі уваги дослідників. Значний внесок у розвиток цієї проблеми зробили А. Алексюк [1], Н. Бібік [4], М. Данілова [14], І. Лернер [22], В. Онищук [28], В. Сухомлинський [37], О. Савченко [34], Г. Щукіна [42] та інші. Їхні праці обґрунтовують необхідність створення таких педагогічних умов, які стимулюють активну позицію школяра в навчальному процесі.

На сучасному етапі не існує єдиного підходу до визначення сутності пізнавальної діяльності. Деякі автори (Д. Вількеєва, Б. Єсіпов, М. Половнікова) акцентують увагу на емоційно-вольовому компоненті пізнання; інші (Т. Шамова, В. Лозова) розглядають пізнавальну діяльність як інтелектуальний процес, спрямований на досягнення пізнавальних результатів; треті (Л. Арістова, Г. Щукіна, І. Харламов) трактують її як інтегративну систему, що відображає інтелектуальний відгук на процес пізнання [31; 40; 42].

При цьому пізнавальна діяльність людини складається з таких елементів, як відчуття, сприйняття, увага, пам'ять, мислення та уява (Рис. 1.1.).

### Рис. 1.1 Структура пізнавальної діяльності людини

Концептуальний підхід до дослідження пізнавальної діяльності був запропонований Т. Шамовою [], яка виділила компоненти пізнавальної діяльності учнів, визначивши таким чином її склад і структуру (Рис. 1.2).

### Рис. 1.2. Компоненти пізнавальної діяльності учнів

Мотивація є важливим чинником, який забезпечує активне включення учня в освітній процес, підтримку інтересу до навчальної діяльності та зосередженість на її результатах. Саме наявність достатньо сильних мотивів дозволяє школярам утримувати увагу протягом уроку, проявляти наполегливість у виконанні завдань та досягати поставлених цілей [18; 31]. Питання мотиваційного аспекту пізнавальної діяльності ґрунтовно досліджувались у працях багатьох науковців, які розглядають мотивацію як ключовий структурний компонент навчання.

Ряд учених стверджує, що мотивація пізнавальної активності формується через специфічні пізнавальні потреби — насамперед інтереси, які спрямовують інтелектуальні зусилля учня на певний об'єкт та зумовлюють бажання отримати нові знання [18; 41]. На думку І. Харламова, пізнавальний

інтерес є емоційно забарвленою потребою, що надає навчальній діяльності внутрішнього сенсу і захопливого характеру [18]. У свою чергу, Т. Мальковська трактує інтерес як рушійну силу пізнання, що базується на внутрішній потребі людини у змінах та інтелектуальному розвитку [31].

Орієнтаційний компонент пізнавальної діяльності передбачає здатність учнів визначати цілі навчання, розуміти зміст завдань, окреслювати план дій та знаходити оптимальні способи розв'язання проблем. Наявність сформованих умінь орієнтуватися в навчальній ситуації є передумовою усвідомленості навчання та підвищує рівень самостійності школярів [22; 40].

Змістовно-операційний компонент охоплює систему знань (факти, поняття, закони, правила, теорії) та способи діяльності — уміння аналізувати, порівнювати, узагальнювати, робити висновки, застосовувати знання в нових ситуаціях. Саме цей компонент забезпечує інтелектуальну сторону пізнавальної діяльності, зокрема розвиток мислення, логіки та здатності до перенесення знань у практичну діяльність [7; 21].

Ціннісно-вольовий компонент тісно пов'язаний з мотиваційною сферою. Він включає розвиток таких особистісних якостей, як рішучість, наполегливість, самостійність, сміливість у прийнятті рішень, цілеспрямованість та вміння долати труднощі [31]. Саме завдяки цим якостям учень здатний завершувати розпочату роботу, долати інтелектуальні бар'єри та регулювати власні зусилля.

Оцінювальний компонент включає вміння співвідносити процес і результати пізнавальної діяльності з певними критеріями або еталонами, аналізувати власні успіхи та невдачі, визначати причини помилок і планувати подальші шляхи корекції діяльності. Цей компонент тісно пов'язаний із формуванням рефлексивних умінь та розвитку адекватної самооцінки [40].

Отже, пізнавальна активність виступає складним інтегральним утворенням, що охоплює емоційні, інтелектуальні та вольові компоненти. Вона проявляється у стійкому позитивному ставленні учня до навчальної діяльності, прагненні до самостійного здобуття знань та готовності долати

пізнавальні труднощі [22; 42]. Формування пізнавальної активності тісно пов'язане з розвитком мотиваційної сфери особистості, яка розглядається як її центральний компонент і включає систему мотивів, потреб та цінностей.

Підґрунтям активізації пізнавальної діяльності в навчальному процесі є зміст освітніх програм та конкретних навчальних предметів, зокрема курсу математики. Ефективність навчання значною мірою залежить від того, наскільки відібраний навчальний матеріал відповідає сучасному рівню розвитку математичної науки, має практичну цінність, логічну структуру та емоційно-пізнавальний потенціал [12; 34].

За В. Данюшенковим, зміст навчального матеріалу повинен відповідати кільком ключовим критеріям:

- актуальність і відповідність сучасним досягненням науки;
- узгодженість зі структурою шкільного курсу математики;
- врахування вікових та психологічних особливостей учнів;
- наявність емоційного та пізнавального впливу;
- відповідність педагогічним принципам активізації навчання [12].

Г. Щукіна виокремила п'ять важливих ознак навчального матеріалу, що сприяє активізації учнівської діяльності:

1. новизна змісту;
2. подання відомого матеріалу під новим кутом зору;
3. життєва значущість знань;
4. залучення до сучасних наукових досягнень;
5. використання історичного контексту розвитку науки [42].

Ефективність активізації пізнавальної діяльності залежить також від форм організації навчання. Поєднання традиційних (фронтальних, групових, індивідуальних) та нетрадиційних (проектних, інтерактивних, дослідницьких) форм дозволяє створити різноманіття педагогічних ситуацій, які стимулюють інтерес, увагу та активність учнів [4; 34].

У контексті реформування освіти відповідно до Концепції Нової української школи особливе значення надається розвитку ключових компетентностей, що

вимагає переходу від механічного засвоєння фактів до формування умінь, необхідних для реального життя. Досягнення цього можливе лише за умови використання методів і засобів, що сприяють активному залученню учнів до навчального процесу, розвитку їхнього мислення, творчості та здатності застосовувати знання в практичних ситуаціях [46; 47].

Таким чином, активізація пізнавальної діяльності є невід'ємною складовою підвищення ефективності навчання математики. Вона забезпечує не лише здобуття знань, а й формування ставлення до пізнавального процесу, розвиток інтелектуальних і особистісних якостей, необхідних для подальшої освіти та успішної соціалізації учня.

## **1.2. Аналіз змісту курсу математики основної школи**

Зміст математичної освіти основної школи в умовах сучасної парадигми розвитку української освіти набуває стратегічного значення, адже саме математичні знання формують підґрунтя наукової грамотності, цифрових компетентностей та аналітичного мислення учнів. Математика виступає не лише окремим навчальним предметом, а й універсальною мовою пояснення реальності, способом опису закономірностей природи, суспільства та технологічних процесів. У цьому контексті школа покликана забезпечити таку структуру навчального курсу, яка дозволила б інтегрувати формальні знання з умінями дослідження, моделювання й ухвалення рішень [3; 21].

Відповідно до Закону України «Про освіту» та Державного стандарту базової середньої освіти, шкільний курс математики орієнтований на розвиток математичної компетентності як здатності застосовувати математичні методи у практичних ситуаціях, аналізувати дані, будувати математичні моделі, формулювати висновки та інтерпретувати результати в реальному контексті [44; 46]. У стандарті чітко визначено, що математична підготовка повинна включати сформованість логічної та аналітичної культури, здатність до доказового мислення, критичної оцінки інформації та роботи з великими масивами даних — компетентностей, які стають базовими у суспільстві знань [47].

Уміщення цих вимог у структуру навчального предмета є результатом тривалого розвитку методики та психології математичної освіти. Вагомий внесок у розуміння закономірностей розвитку математичного мислення зробили Л. Виготський, який підкреслював роль навчання як провідного чинника інтелектуального розвитку [7], та Ж. Піаже, який описав стадії інтеріоризації логічних операцій у дітей [31]. У працях Дж. Брунера наголошено на важливості переходу від наочної діяльності до символічних структур, що є основою опанування алгебраїчної мови [5], тоді як П. Гальперін підкреслював значення поетапного формування розумових дій, що має принципове значення в опануванні понятійного апарату математики. Ці теоретичні засади сформували методологічну основу для проектування змісту математичної освіти основної школи.

Історичний розвиток змісту курсу математики також демонструє тенденцію до інтеграції наукових досягнень у шкільну практику. Якщо навчальні програми ХХ століття спиралися переважно на традиційну арифметику, геометрію та елементи алгебри, то сьогодні зміст значно розширений. До структури математичної освіти включено статистику, комбінаторику, основи теорії ймовірностей, методи роботи з даними й аналізу інформації — ті розділи, що віддзеркалюють запити сучасного інформаційного суспільства [26]. Особливої значущості набуває введення понять вибірки, середніх величин, графічного аналізу, що є необхідними для участі учнів у міжнародних дослідницьких програмах PISA та TIMSS, де домінує орієнтація на практичні ситуації та інтерпретацію даних [40].

Таке посилення прикладної складової навчального курсу відповідає компетентнісній моделі Нової української школи, яка орієнтує зміст предметів на реальні потреби суспільства та вимоги ринку праці [4]. У контексті міжнародних стандартів математичної освіти спостерігається зближення підходів, адже і в Європейському освітньому просторі, і в рекомендаціях OECD математика розглядається як інструмент мислення, що

забезпечує орієнтацію людини в складних, динамічних і невизначених ситуаціях.

Зміст математичної освіти базової школи будується на кількох ключових змістових лініях: числовій, алгебраїчній, геометричній, функціональній, імовірісно-статистичній та комбінаторній. Їх взаємозв'язок визначає внутрішню логіку предмета, а також формує цілісність математичної картини світу. У молодшому підлітковому віці (5–6 класи) домінують наочно-образні та інтуїтивні форми мислення; саме тому зміст на цьому етапі зорієнтований на конкретні моделі, наочність, числові операції та базові геометричні уявлення. У старшому підлітковому віці (7–9 класи) структура мислення змінюється — зростає рівень абстрагування, узагальнення, логічного аналізу, що дає змогу переходити до складніших понять, таких як рівняння, функції, доведення та моделювання [3; 22].

Цей розвиток є не випадковим, а психологічно закономірним. Згідно з теорією Ж. Піаже, учні вступають у стадію формальних операцій приблизно у віці 11–12 років, що збігається з переходом до систематичного курсу алгебри й геометрії. Л. Виготський стверджував, що розвиток вищих психічних функцій відбувається через інтеріоризацію культурних засобів діяльності; саме математичні поняття, символи й моделі є потужними інструментами такої інтеріоризації [7]. Таким чином, навчання математики є не просто засвоєнням знань, а засобом розвитку інтелектуальних структур.

Зміст сучасного курсу математики також відображає тенденцію до інтеграції математичних моделей у природничі та соціальні контексти. Математика перестає бути дисципліною, відірваною від реальності; вона стає інструментом дослідження руху, змін, закономірностей розвитку, аналізу ризиків та прийняття рішень у невизначеності, що відповідає як вимогам сучасної економіки, так і потребам повсякденного життя учнів [24; 39].

На сучасному етапі реформування освіти важливою вимогою стає узгодження змісту математичної підготовки з когнітивними можливостями школярів, а також з потребами інформаційного суспільства. Аналіз чинних

програм засвідчує, що математичний курс основної школи вибудовується за принципом послідовного ускладнення та інтеграції змістових ліній, що сприяє формуванню цілісної системи понять і способів діяльності [46]. У 5–6 класах базою є робота з числами та величинами, що формує первинні уявлення про математичні структури. Саме на цьому етапі закладається розуміння числа як моделі кількісних та просторових відношень, а також формується здатність переходити від конкретних числових прикладів до узагальнених закономірностей [6].

Поступове ускладнення змісту проявляється у переході від дій з натуральними числами до роботи з дробами та раціональними числами, а згодом — до введення змінної та символічного запису, що готує учнів до опанування формального апарату алгебри. Методисти підкреслюють, що формування символічного мислення є однією з найскладніших когнітивних задач підліткового віку, оскільки вимагає переходу від конкретних дій до оперування абстрактними об'єктами [23]. Саме тому зміст 5–6 класів вибудований із широким використанням моделей, схем, візуалізацій і життєвих ситуацій, що дозволяють здійснити поступовий перехід до абстрактних понять.

Змістова лінія геометрії в пропедевтичному курсі спрямована на розвиток просторового мислення. Учні вчать бачити об'єкти у двовимірному і тривимірному просторі, аналізувати їх властивості, встановлювати відношення між елементами фігур. Досвід педагогіки доводить, що розвиток просторової уяви тісно пов'язаний із загальним рівнем інтелектуального розвитку, адже просторові операції активізують механізми візуалізації, планування та аналізу структури об'єкта [21]. Знання, отримані на цьому етапі, стають основою для подальшого формального курсу геометрії.

У 7–9 класах математична освіта набуває систематизованого характеру, де кожна змістова лінія отримує логічне завершення. Алгебра формується як узагальнена мова опису закономірностей: учні опановують тотожні

перетворення, вчать аналізувати структуру виразів, будувати математичні моделі на основі рівнянь і нерівностей та використовувати алгебраїчні методи для дослідження залежностей [23]. Опанування різних типів рівнянь і нерівностей — лінійних, квадратних, дробово-раціональних — створює основу для формування алгоритмічної культури, адже процес їх розв'язування є послідовністю логічно пов'язаних кроків.

Одним із ключових концептів курсу стає поняття функції. Введення функціональних залежностей відкриває для учнів новий спосіб опису реальних процесів — через графіки, таблиці, формули, що дозволяє інтерпретувати зміни та виявляти закономірності. Опанування функцій має не лише математичне, а й світоглядне значення, адже розвиток сучасних технологій, фізики, економіки та соціальних наук ґрунтується на функціональному аналізі. Дослідження міжнародних освітніх центрів свідчать, що успішність учнів у функціональній підготовці є сильним предиктором їхнього подальшого успіху в STEM-галузях [40].

Геометрія основної школи формує культуру математичного доведення. Вивчення аксіом, теорем та методів доведення розвиває здатність до побудови логічно завершених міркувань, уміння оперувати узагальненнями та працювати з абстрактними структурами. На цьому етапі учні опановують класичні методи доведення — від прямого до доведення від супротивного — що є фундаментом для розвитку критичного мислення [22]. Застосування векторних методів, координат та геометричних перетворень поглиблює розуміння простору та формує зв'язки між розділами математики.

Особливої уваги заслуговує поява в курсі елементів комбінаторики, статистики та теорії ймовірностей. Ці розділи спрямовані на розвиток уміння працювати з даними, оцінювати ризики, аналізувати інформацію та робити висновки в умовах невизначеності. Статистичні поняття — середнє значення, мода, медіана, дисперсія, графічні способи подання даних — мають ключове значення для формування інформаційної культури школярів. Вони забезпечують готовність учнів до роботи в сучасному цифровому

середовищі, яке потребує вміння інтерпретувати великі масиви даних та здійснювати обґрунтовані судження на їх основі [26].

Цифровізація змісту математичної освіти стає одним із визначальних трендів. Використання інтерактивних математичних середовищ, таких як GeoGebra, Desmos, GRAN, DG, відкриває нові можливості для візуалізації абстрактних понять, проведення математичних експериментів і створення динамічних моделей [27]. Завдяки цифровим засобам учні можуть досліджувати поведінку функцій, аналізувати вплив параметрів, здійснювати перевірку гіпотез, що формує дослідницький стиль мислення. На думку Дж. Хетті, інтерактивні середовища навчання математики забезпечують високий індекс педагогічного впливу, оскільки активізують внутрішні механізми розуміння та сприяють усвідомленню навчального матеріалу [40].

Методична наука дедалі більше підкреслює значення діяльнісного підходу в опануванні математичного змісту. Розв'язування проблемних ситуацій, виконання дослідницьких завдань, створення математичних проєктів і аналіз реальних даних дають змогу учням застосовувати знання у нових контекстах, що відповідає вимогам компетентнісного навчання [33]. Уміння моделювати реальні процеси, працювати з інформацією, здійснювати прогнозування та аналіз можливих сценаріїв стає важливою складовою математичної грамотності.

Зміст курсу математики основної школи модернізується й у напрямі міжпредметної інтеграції. Математика дедалі більше взаємодіє з фізикою, інформатикою, економікою, біологією, технологіями та навіть гуманітарними дисциплінами через аналіз структури, простору й даних [18]. Така інтеграція створює умови для формування цілісного наукового світогляду та глибшого розуміння закономірностей реальності.

Зміст сучасного курсу математики основної школи України має чітку структуру, що вибудовується відповідно до вимог Державного стандарту базової середньої освіти [46]. Центральним положенням Стандарту є орієнтація на досягнення учнями певних результатів навчання, а не лише на

опанування певного обсягу навчального матеріалу. Саме тому документ наголошує на компетентнісному характері математичної освіти, де провідну роль відіграє здатність застосовувати математичні знання під час розв'язування як типових, так і нестандартних задач [47]. Цей підхід визначає логіку побудови змісту навчальної програми: матеріал структурується не стільки за принципом нарощування фактичних знань, скільки за принципом удосконалення способів діяльності, які забезпечують поступове формування математичної грамотності учня.

Аналіз чинної програми засвідчує, що зміст курсу 5–9 класів органічно поєднує фундаментальні математичні поняття з елементами прикладного характеру. У підході до структурування матеріалу враховано вікові психологічні особливості школярів, що узгоджується з концепціями розвитку мислення, запропонованими Л. Виготським та Ж. Піаже [7; 31]. У молодшій ланці основної школи (5–6 класи) домінує конкретно-образне мислення, що потребує використання предметних моделей, наочності, геометричного матеріалу пропедевтичного рівня, а також простих прикладних задач. Програма цього етапу передбачає вивчення чисел, дій з ними, виразів, основ рівнянь та геометричних фігур — тобто тих тем, які формують фундамент для оперування абстракціями у старших класах [6]. Важливо, що зміст цього етапу включає елементи формування початкових алгебраїчних уявлень: учень має не лише обчислити, а й пояснити закономірність, проаналізувати структуру виразу або рівняння, що відповідає вимогам Стандарту щодо розвитку аналітичного мислення [46].

У 7–9 класах зміст програми суттєво ускладнюється відповідно до вимог щодо переходу до абстрактно-логічного рівня мислення, описаного в наукових працях І. Лернера та М. Скаткіна [14; 22]. Алгебра цього етапу орієнтована на опанування операційно-символічного апарату, що включає тотожні перетворення, розв'язування рівнянь та нерівностей різних видів, роботу з функціями, аналіз їх властивостей і графічних моделей. Окрему увагу програма надає поняттю функції, що виступає організуючим

елементом великої частини математичного змісту і забезпечує інтеграцію з геометричним та статистичним матеріалом [23]. Функціональна лінія відіграє системоутворювальну роль, оскільки дозволяє представити математичні моделі використовувати у прикладних задачах, що відповідає вимогам НУШ щодо практичної спрямованості змісту [4].

Геометричний курс 7–9 класів, згідно з програмою, має систематичний характер і будується за принципами аксіоматичного методу, що дає змогу сформувати в учнів логічну культуру, вміння будувати доказ, аналізувати структуру міркування. Підхід, закладений у програму, відповідає класичним психолого-педагогічним положенням про роль геометрії в розвитку дедуктивного мислення, сформульованим В. Крутецьким [21]. У програмі наголошується на важливості взаємозв'язку між аксіомами, означеннями та теоремами, а також на тому, що учень має навчитися не лише відтворювати доведення, а й аналізувати його структуру, використовувати доведені твердження під час розв'язування задач. Такий підхід сприяє формуванню в учнів здатності до логічного аналізу та аргументації, що є однією з ключових компетентностей сучасної освіти.

Важливою інновацією української програми є введення змістових компонентів, пов'язаних зі статистикою, імовірностями та комбінаторикою. Такий напрям формування математичної грамотності відповідає міжнародним освітнім тенденціям і рекомендаціям OECD, оскільки дозволяє учням опанувати навички роботи з даними — одну з ключових компетентностей XXI століття [40]. У програмі ці теми представлені таким чином, щоб забезпечити поступове входження учнів у світ аналізу інформації: від простих вибірок і середніх значень у 5–6 класах — до побудови діаграм, гістограм, аналізу тенденцій та елементарних статистичних висновків у 9 класі [26]. Це значно підвищує прикладну значущість математичного змісту та забезпечує інтеграцію з природничими предметами.

Структура української програми передбачає також забезпечення наскрізного розвитку умінь працювати з моделлю — числовою, геометричною, алгебраїчною або статистичною. Така вимога узгоджується з положеннями сучасної методики, де математична модель розглядається як універсальний інструмент мислення та важливий засіб формування компетентностей учня [3; 23]. Зокрема, у курсі алгебри значення моделювання підкреслюється через розв'язування задач прикладного змісту, формування вміння складати рівняння за умовою, інтерпретувати графічні моделі. У геометрії це реалізується через побудову фігур, дослідження їх властивостей та їх застосування у задачах на реальні вимірювання. Такий підхід дозволяє забезпечити внутрішню єдність змісту і сприяє кращому засвоєнню узагальнених математичних понять.

Програма також передбачає поступове ускладнення операційної складової математичної діяльності. У 5–6 класах учні працюють на рівні виконавчих умінь: відтворюють алгоритми, виконують обчислення, застосовують базові правила. У 7–9 класах зміст переходить у площину аналітичного рівня: учні повинні порівнювати математичні об'єкти, аналізувати властивості функцій, досліджувати геометричні конфігурації, узагальнювати способи розв'язування задач. Відповідно до досліджень Б. Блума, перехід від виконавської до аналітичної діяльності означає підняття на вищі рівні когнітивної таксономії, що забезпечує суттєвіший розвиток інтелектуальних умінь [5].

Особливу увагу в програмі приділено питанню формування ключових компетентностей, які мають наскрізний характер. Серед них — математична, інформаційно-цифрова, вміння вчитися, ініціативність і підприємливість, інноваційність. Саме зміст математичного курсу створює умови для розвитку цих компетентностей завдяки своїй структурованості, логічності та високому рівню узагальнення [27]. У межах програми акцент робиться на розвитку стратегій розв'язування задач, вміння планувати діяльність, здійснювати рефлексію, обґрунтовувати власну позицію. Ці вимоги узгоджуються з

сучасним уявленням про математичну грамотність як здатність не лише обчислювати, а й мислити математично.

У цілому аналіз української програми з математики свідчить про її сучасний, узгоджений з міжнародними тенденціями характер. Зміст курсу не обмежується передаванням знань, а спрямований на розвиток компетентностей, необхідних для успішного функціонування особистості в сучасному суспільстві. Логіка побудови матеріалу відображає принципи наукової системності, поступовості, психологічної адекватності та практичної спрямованості. Саме така структура змісту робить математичний курс основної школи інструментом розвитку інтелекту, формування критичного мислення, здатності до аналізу та моделювання.

У сучасних умовах трансформації української освіти особливого значення набуває переосмислення ролі математики як ключового інструмента формування компетентної особистості. Глибина й системність математичного змісту створюють основу не лише для засвоєння інших навчальних дисциплін, але й для формування загальної культури мислення, що визначає здатність людини до аналізу складних ситуацій, прогнозування, самостійного прийняття рішень та ефективної взаємодії у соціальному середовищі. Відтак, якість структурування змісту курсу математики основної школи безпосередньо впливає на рівень готовності учнів до навчання у старшій школі та до опанування сучасних професій, що ґрунтуються на роботі з інформацією, математичними моделями, статистикою, алгоритмами і технологіями [24; 39].

Оскільки навчальний процес базується на закономірностях розвитку пізнавальних процесів, важливим є узгодження змісту математичної підготовки з когнітивними можливостями учнів різного віку. Психолого-педагогічні дослідження свідчать, що розвиток абстрактного і логічного мислення відбувається поступово, а досягнення високого рівня узагальнення можливе лише за умови систематичного опрацювання конкретних моделей, прикладів і завдань дослідницького характеру [7; 31]. Тому навчальний

матеріал 5–6 класів орієнтований на формування інтуїтивних понять, роботу з простими моделями, розвиток уміння бачити закономірності в конкретних об'єктах, тоді як у 7–9 класах учні вже здатні до оперування символічними записами, функціональними залежностями та узагальненими способами дій.

Важливим є те, що структура змісту курсу математики основної школи не є випадковою. Вона вибудована на принципах наступності, цілісності та логічної завершеності, які забезпечують поступовий перехід учня від простих обчислювальних операцій до складних математичних моделей. У цьому контексті введення поняття функції у 7 класі є стратегічно важливим, адже саме воно формує розуміння залежностей між величинами та створює передумови для осмислення різних типів математичних задач і реальних процесів. Функції виступають своєрідним «каркасом» математичного мислення, що поєднує всі змістові лінії — алгебру, геометрію, статистику, комбінаторику та елементи математичного моделювання [23].

Упродовж останніх років зміст математичної освіти посилено орієнтується на розвиток компетентностей, пов'язаних з аналізом даних. Включення до програми статистичних і ймовірнісних понять, комбінаторних принципів та способів опрацювання інформації вписується у загальносвітову тенденцію, згідно з якою математична грамотність учнів визначається не лише здатністю виконувати обчислення, але й умінням працювати з реальними даними, інтерпретувати інформацію та робити обґрунтовані висновки в умовах невизначеності [40]. Це розширює роль математики у формуванні цифрової компетентності, яка згідно із сучасними концепціями є ключовою в системі загальної середньої освіти [47].

Суттєвим аспектом аналізу змісту математичної освіти є також зростання ролі моделювання як сучасного способу пізнання. Уміння перетворити життєву або наукову проблему на математичну модель, виконати її дослідження, інтерпретувати результат і оцінити межі застосовності моделі розглядається сьогодні як одна з найважливіших проявів математичної грамотності. На цьому наголошують як зарубіжні, так і

українські дослідники, підкреслюючи, що моделювання забезпечує перехід від формального знання до функціонального, тобто такого, що може бути застосоване для розв'язування реальних задач [18; 23]. У цьому сенсі зміст курсу алгебри та геометрії у 7–9 класах має значний потенціал: рівняння, системи рівнянь, графіки функцій, властивості геометричних фігур дозволяють учням моделювати природні, економічні, технічні та соціальні процеси.

Узгодженість змістових ліній із сучасними дидактичними підходами створює передумови для розвитку високого рівня когнітивної активності. Значну роль у досягненні цієї мети відіграє діяльнісний компонент навчання: розв'язування задач, робота з доказами, виконання побудов, аналіз моделей, дослідницькі міні-проекти. Залучення учнів до активної пізнавальної діяльності, яку описували Г. Щукіна, О. Савченко та інші науковці, створює умови для формування внутрішньої мотивації, стійкого інтересу до навчання та розвитку самостійності [34; 42]. Математика є однією з тих дисциплін, де діяльнісний підхід реалізується найбільш природно, адже сам процес розв'язання задачі передбачає аналітичну діяльність, вибір стратегії, постановку гіпотез, перевірку результатів та формулювання висновків.

Актуальним є й питання варіативності змісту, що дозволяє створювати індивідуальні освітні траєкторії. Учні, які мають високі математичні здібності, потребують завдань підвищеної складності, що включають елементи олімпіадної математики, логічні задачі, доведення, роботу з абстрактними структурами. Натомість школярі, для яких математика є складним предметом, потребують підтримувальних стратегій: поетапного формування навичок, візуалізації, практичних прикладів, опори на життєвий досвід. Сучасні дослідники наголошують на необхідності диференціації математичного змісту та адаптації завдань відповідно до навчальних можливостей учнів, що є важливою ознакою інклюзивності сучасної освіти [13; 39].

Окремої уваги потребує питання формування математичної мови. Вміння точно формулювати твердження, оперувати означеннями, послідовно вибудовувати логічний ланцюг міркування є невід'ємною складовою математичної грамотності. Робота з означеннями і теоремами у курсі геометрії, формально-оперативні дії в алгебрі, інтерпретація графіків і таблиць у статистичній частині — усе це сприяє зміцненню культури мислення та розвитку здатності до формулювання аргументованих висновків [21; 31].

Таким чином, сучасний зміст курсу математики основної школи виконує комплексну функцію: забезпечує поступове ускладнення математичної підготовки, формує ключові компетентності, розвиває інтелектуальні здібності, сприяє становленню логічного та критичного мислення, створює підґрунтя для подальшого навчання та професійного зростання. Урахування сучасних освітніх викликів, тенденцій цифровізації, компетентнісного підходу та психологічних основ навчання дозволяє розглядати математичну освіту як стратегічно важливу сферу розвитку особистості та суспільства.

### **1.3. Психолого-педагогічні передумови та методичні засади формування пізнавального інтересу**

Сучасна педагогічна наука розглядає пізнавальний інтерес як один із найважливіших внутрішніх детермінант навчальної діяльності, що визначає інтенсивність, якість і глибину пізнання. Інтерес уже давно перестав тлумачитися лише як емоційне переживання або ситуативна реакція на новизну. У сучасній психолого-педагогічній парадигмі він постає як складне мотиваційне утворення, що об'єднує інтелектуальні прагнення, емоційні переживання та вольові зусилля учня, формуючи інтегрований механізм стимулювання пізнавальної активності [7; 9; 25]. Цей механізм забезпечує внутрішню готовність школяра до напруженої розумової роботи, сприяє позитивному емоційному тону навчання та створює умови для саморозвитку.

Пізнавальний інтерес має особливе значення в математичній освіті. Специфіка математики — абстрактність понять, логічна впорядкованість, необхідність значного інтелектуального напруження — вимагає від учня не лише володіння операціями мислення, а й внутрішнього прагнення до пошуку закономірностей і розуміння структур навчального матеріалу. Як зазначають методисти й психологи, саме інтерес дозволяє подолати бар'єр абстрактності, розкрити для школяра естетику математичної логіки та перетворити оволодіння матеріалом з обов'язку на інтелектуальний виклик [3; 6; 23]. Тому формування інтересу — необхідна умова ефективного опанування математичних знань.

Психологічний зміст інтересу неоднорідний. На інтелектуальному рівні він проявляється як прагнення шукати пояснення явищ, бачити причинно-наслідкові зв'язки, ставити власні запитання і знаходити відповіді. Емоційний компонент включає радість відкриття, здивування новим, почуття внутрішнього зростання. Вольовий аспект пов'язаний із наполегливістю, концентрацією уваги, здатністю долати труднощі в процесі діяльності [9; 21]. Саме взаємодія цих компонентів надає інтересу стійкості та робить його реальним мотиваційним ресурсом.

Важливу роль відіграють вікові особливості учнів. Ж. Піаже довів, що здатність до оперування абстракціями формується поступово, і повноцінна робота з математичними структурами можлива лише тоді, коли учень досягає стадії формальних операцій [31]. Л. Виготський, зі свого боку, показав, що розвиток можливий лише в умовах навчання, яке ставить перед дитиною посильні, але інтелектуально стимулюючі завдання, що перебувають у зоні найближчого розвитку [7]. Отже, інтерес і розвиток мислення взаємопов'язані: з одного боку, інтерес стимулює рух уперед, з іншого — змістовні інтелектуальні виклики підтримують інтерес.

Як зазначає Г. Щукіна, інтерес формується внаслідок активізації пізнавальної діяльності, коли учень стає не пасивним споживачем інформації, а активним учасником інтелектуального пошуку [42]. У світлі

сучасних освітніх реформ та компетентнісного підходу це твердження набуває особливої актуальності. «Нова українська школа» підкреслює необхідність створення навчального середовища, яке стимулює ініціативність, творчість і дослідницьку поведінку, дозволяючи учню не просто відтворювати знання, а й створювати власні інтелектуальні продукти [4; 47]. У такому середовищі інтерес стає системним результатом правильно організованого навчання.

З точки зору педагогічної взаємодії, формування інтересу неможливе без суб'єктності учня. У сучасних психологічних моделях підкреслюється, що інтерес виникає тоді, коли дитина сприймає навчальну діяльність як особистісно значущу. Це можливо лише за умов диференціації, індивідуальної траєкторії та підтримки автономії учня. Дослідження Дж. Хетті демонструють, що саме внутрішня мотивація, що базується на інтересі, є найбільш потужним чинником впливу на навчальні результати [40]. Тому розвиток інтересу — не додатковий елемент уроку, а частина педагогічної стратегії.

Механізм становлення інтересу включає кілька послідовних етапів. Спочатку з'являється емоційно забарвлена пізнавальна реакція — здивування, зацікавлення або потреба зрозуміти щось нове. Далі відбувається інтелектуальне залучення: учень починає активно ставити запитання, шукати зв'язки, здійснювати власні міркування. На вищому рівні інтерес набуває рис стійкої пізнавальної орієнтації, що зумовлює самостійний вибір складніших завдань і розвиток навчальної автономії [21; 25]. Саме цей рівень у подальшому може трансформуватися у схильність, а інколи — у професійну спрямованість.

Таким чином, пізнавальний інтерес у математичній освіті є комплексним явищем, що має глибоке психологічне підґрунтя й виражені педагогічні наслідки. Його формування потребує спеціально організованого навчання, яке поєднує інтелектуальну складність, емоційну залученість та підтримку вольових зусиль. З огляду на сучасні тенденції розвитку освіти,

пізнавальний інтерес слід розглядати як базову передумову формування ключових компетентностей та інтелектуальної самостійності учня.

Формування пізнавального інтересу в учнів основної школи передбачає спирання на низку психолого-педагогічних механізмів, що забезпечують усвідомлене, емоційно насичене та інтелектуально продуктивне пізнання. Одним із ключових положень сучасної науки є те, що інтерес виникає не сам по собі, а як результат взаємодії змістового наповнення навчального матеріалу, адекватної організації пізнавальної діяльності та особистісної відкритості учня до нового досвіду [7; 25]. Тому оновлений підхід до навчання математики повинен не лише передавати знання, а й створювати умови, які допомагають учневі побачити цінність пізнання, відчувати емоційний підйом і сформувати внутрішню потребу в інтелектуальній активності.

Однією з основних передумов формування інтересу є емоційна залученість. На відміну від традиційного уявлення, емоційність у математичній освіті не суперечить логічності предмета; навпаки, вона є важливою умовою пробудження інтелектуальної допитливості. Дослідження педагогічної психології доводять, що позитивні емоції, які супроводжують пізнання, активізують увагу та полегшують формування стійких знань [9]. Саме тому сучасний урок математики має включати елементи інтелектуальних відкриттів, несподіваних зв'язків, історичних фактів або проблемних ситуацій, що провокують емоційний відгук. У цьому сенсі математичні парадокси, логічні задачі чи цікаві приклади з реального життя виступають каталізаторами емоційно-когнітивної активності [11; 20; 36].

Другим важливим механізмом є залучення учнів до діяльності, що вимагає самостійного пошуку. Активна позиція школяра у навчанні відповідає концепції розвивального навчання, у межах якої пізнання розглядається не як передавання готових істин, а як процес відкриття закономірностей через власні інтелектуальні дії [16; 22]. Навчання математики в цьому контексті потребує проблематизації змісту: створення

інтелектуальних суперечностей, постановки дослідницьких запитань, організації ситуацій, у яких учень повинен висунути гіпотезу, обґрунтувати міркування або знайти спосіб розв'язання задачі. Психологічні дослідження підтверджують, що саме проблемні ситуації інтенсифікують мислення, сприяють розвитку операцій аналізу й синтезу, а також підсилюють мотивацію до подальших пошуків [14; 17].

Важливе місце у формуванні інтересу займає індивідуалізація навчальної діяльності. У межах компетентнісного підходу передбачається, що учні не є однорідною групою: вони мають різні навчальні потреби, рівні розвитку математичних здібностей, типи мислення та стилі сприйняття. На думку Крутецького, математичні здібності включають широкий спектр характеристик — від уміння узагальнювати до здатності швидко перемикатися між рівнями абстракції [21]. Відповідно, навчання повинно забезпечувати можливість для кожного учня відчувати успіх і знайти власний спосіб взаємодії з матеріалом. Індивідуалізація може проявлятися у варіативних завданнях, різних рівнях складності, виборі способу розв'язання або самостійному формулюванні цілей.

Новітні педагогічні технології також відіграють важливу роль у стимулюванні інтересу. Від інтерактивних методів до проєктного і дослідницького навчання — усі ці інструменти збагачують урок, роблять його більш відкритим до творчості та співпраці. Інтерактивні технології, як зазначають О. Пометун і Л. Пироженко, дозволяють учням не лише отримувати знання, а й переосмислювати їх через взаємодію з однолітками, що суттєво підсилює мотиваційний ефект [33]. Проєктна діяльність, у свою чергу, стимулює інтерес до практичного застосування математичних знань, розвиває відповідальність та самостійність. Складні міжпредметні завдання дозволяють учителю продемонструвати математичні моделі у реальних ситуаціях, що підвищує значущість предмета для учнів [27; 35; 39].

Не менш значущим чинником є позитивне педагогічне спілкування. За В. Сухомлинським, дитина здатна пізнавати світ лише тоді, коли відчуває

себе емоційно захищеною, прийнятою та підтриманою [37]. Пізнавальний інтерес виникає у середовищі, де учень не боїться помилок, де його думки слухають і цінують. У такому середовищі помилка сприймається не як провина, а як природний елемент пізнавального шляху. У цьому разі математична освіта стає не змаганням за правильні відповіді, а спільним інтелектуальним пошуком.

Окремої уваги потребує питання автономії. Сучасні дослідження Дж. Хетті доводять, що учні, які мають можливість обирати способи навчання, працюють значно продуктивніше й демонструють більш високий рівень зацікавленості [40]. У математиці це може виявлятися у виборі методів доведення, варіантів задач, темпів роботи або навіть у можливості пропонувати власні ідеї для дослідження. Надання автономії розвиває відповідальність, саморегуляцію та внутрішню мотивацію — саме ті риси, що лежать в основі стійкого пізнавального інтересу.

Таким чином, формування пізнавального інтересу — це цілісний педагогічно-психологічний процес, який потребує організації емоційно насиченої, інтелектуально стимулюючої та особистісно значущої діяльності. Математична освіта, яка враховує ці чинники, здатна забезпечити умови для розвитку творчого мислення, дослідницьких здібностей та внутрішньої мотивації до навчання.

У сучасній моделі освіти пізнавальний інтерес розглядається не просто як бажана характеристика навчальної діяльності, а як системоутворювальний елемент, від якого залежить формування ключових компетентностей, розвиток критичного мислення і здатність учня до самостійного розв'язання навчальних і життєвих проблем. Особливо важливим є те, що інтерес не виникає стихійно; він потребує довготривалої педагогічної підтримки, інтелектуальних стимулів і такої організації навчання, яка сприяє переходу від зовнішньої мотивації до внутрішньої [4; 24; 39].

Одним із провідних методичних принципів формування стійкого інтересу є створення умов для інтелектуальної напруги. Згідно з

дослідженнями І. Лернера, правильна постановка навчальної проблеми здатна викликати у школяра стан «пізнавального конфлікту», що спонукає до активного пошуку і водночас робить процес навчання емоційно привабливим [22]. Подібний підхід активно використовується в методиці навчання математики, де розв'язання проблемних задач запускає механізми аналітичного мислення, допомагає учням виявляти закономірності й бачити внутрішню структуру математичного знання [6; 23].

Не менш важливим методичним орієнтиром є застосування моделювання та візуалізації. В умовах розвитку цифрових інструментів математичні моделі стають більш доступними для школярів, а візуальні представлення абстрактних понять дозволяють краще зрозуміти логіку математичних процесів. Використання динамічних моделей, інтерактивних графіків, симуляцій та віртуальних конструкторів не тільки поглиблює зміст, а й підсилює мотиваційний ефект через емоційне залучення та особистісну значущість навчального досвіду [27; 35]. Таке поєднання когнітивного та технологічного аспектів дозволяє учням усвідомити, що математика — не сукупність формул, а інструмент дослідження реального світу.

Узгодження змісту навчального матеріалу з життєвими інтересами учнів також має величезне значення. Педагоги відзначають, що пізнавальний інтерес міцнішає тоді, коли школярі бачать реальне застосування знань. Задачі, пов'язані з фінансовою грамотністю, цифровими технологіями, аналізом статистики чи моделюванням повсякденних ситуацій, сприяють актуалізації потреби в математичній компетентності й підсилюють внутрішню мотивацію до пізнання [3; 19; 32]. Такий підхід повністю узгоджується з положеннями Державного стандарту базової середньої освіти, який орієнтує навчання на формування здатності застосовувати знання у практичних ситуаціях [46].

Важливу роль відіграє поетапне ускладнення навчальної діяльності. Психолого-педагогічні дослідження свідчать, що незмінно легкі завдання швидко втрачають мотиваційний ефект, тоді як надмірно складні —

викликають відчуття невдачі та знижують інтерес [9; 25]. Тому завдання повинні бути оптимально складними, тобто такими, що виходять за межі наявних умінь, але залишаються доступними для самостійного розв'язання за умови активізації інтелектуальних зусиль. Поетапне ускладнення сприяє відчуттю прогресу — одному з найсильніших чинників довготривалої мотивації.

Підтримка інтересу неможлива без використання елементів творчості. Дослідницькі задачі, нестандартні головоломки, математичні ігри та проекти створюють умови для розвитку гнучкості мислення, вміння висувати гіпотези та перевіряти їх на практиці [11; 15; 36]. Учень, який має змогу самостійно обирати стратегію розв'язання або пропонувати власні математичні моделі, працює значно активніше та отримує більше інтелектуального задоволення від процесу навчання. Такі завдання відповідають природній потребі дитини у творчій самореалізації та підсилюють емоційний компонент інтересу.

Важливою методичною умовою є створення простору для рефлексії. Інтерес не буде стійким, якщо учень не усвідомлює, чому той чи інший матеріал є важливим і який прогрес він робить у навчанні. Рефлексивні запитання, самооцінювання, аналіз власних помилок та обговорення стратегій розв'язання сприяють формуванню метапізнання — здатності керувати власною навчальною діяльністю. Саме метапізнання вважається одним із головних чинників, що відрізняє мотивованого учня від пасивного споживача інформації [40].

Особливого значення набуває педагогічний стиль учителя. Дружня атмосфера, повага до думки учня, доброзичливе ставлення до помилок та конструктивний діалог підвищують готовність школярів включитися в інтелектуальну діяльність. Як стверджував В. Сухомлинський, жодні методи не будуть ефективними, якщо учень не відчуває довіри, підтримки та віри в його можливості [37]. Учитель математики відіграє роль не тільки носія знань, але й фасилітатора пізнання, який спрямовує інтерес, створює умови

для внутрішнього інтелектуального зростання та допомагає дитині відкрити власні здібності.

Завершуючи аналіз, слід наголосити, що формування пізнавального інтересу — це динамічний, багаторівневий процес, у якому поєднуються психологічні механізми, педагогічні стратегії та індивідуальні особливості учня. Пізнавальний інтерес, будучи внутрішнім мотивом навчання, забезпечує активну позицію школяра, сприяє розвитку мислення, підвищує якість засвоєння знань і формує основу для навчання впродовж життя. В умовах трансформації української освіти, орієнтації на компетентнісний підхід і розвиток автономії учня пізнавальний інтерес виступає одним із ключових чинників, що визначають ефективність сучасного освітнього процесу.

## **ВИСНОВКИ ДО ПЕРШОГО РОЗДІЛУ**

Математична освіта посідає ключове місце в системі загальної середньої освіти, оскільки забезпечує не лише засвоєння фундаментальних знань, а й формує інтелектуальні інструменти, необхідні для всебічного розвитку особистості. Значення математики виявляється у її здатності впливати на формування логічного, просторового та абстрактного мислення, розвиток уяви, алгоритмічної та інформаційної культури, а також у зміцненні емоційно-вольових якостей учнів. Саме ці компоненти створюють підґрунтя для свідомого навчання, критичного осмислення інформації та розв'язання складних пізнавальних задач.

Разом з тим, сучасні освітні трансформації висувають нові вимоги до навчання математики, підкреслюючи необхідність не лише передавання знань, а й розвитку здатності учнів активно й мотивовано включатися у пізнавальний процес. Підвищення ефективності математичної освіти неможливе без активізації пізнавальної діяльності, яка виступає визначальним фактором засвоєння знань, формування стійкого інтересу та розвитку інтелектуальної самостійності. Активність учня у пізнанні є умовою

становлення його мисленневих здібностей і світоглядних орієнтирів, а також впливає на здатність до творчого застосування знань у нових ситуаціях.

Одним із важливих засобів стимулювання пізнавальної активності є використання на уроках цікавих, проблемних, інтерактивних і творчих вправ. Такі методичні прийоми сприяють не просто опрацюванню програмового матеріалу, а й створюють умови для залучення особистого досвіду учня, розвитку його інтелектуальної ініціативи, формування навичок критичного мислення та знаходження нестандартних способів розв'язання задач. Комбінація логічних, інтуїтивних і творчих компонентів навчання дозволяє досягти більшої результативності, підвищує мотивацію та забезпечує глибше розуміння математичних ідей.

Отже, узагальнюючи результати аналізу, можна стверджувати, що формування пізнавального інтересу та активізація пізнавальної діяльності учнів є центральними умовами ефективної математичної освіти. Вони визначають її якість, сприяють розвитку особистості та забезпечують готовність учнів до успішного продовження навчання й вирішення життєвих викликів у майбутньому.

## РОЗДІЛ 2

### АКТИВІЗАЦІЯ ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ ЗАСОБАМИ ВИВЧЕННЯ ЕЛЕМЕНТІВ ЦІКАВОЇ МАТЕМАТИКИ

#### 2.1. Принципи і методи активізації пізнавальної діяльності на уроках математики

Активізація пізнавальної діяльності на уроках математики є одним із ключових напрямів модернізації сучасної шкільної освіти. Згідно з компетентнісною парадигмою, навчальний процес має забезпечувати не лише засвоєння змісту, а й розвиток здатності учнів самостійно здобувати знання, аналізувати інформацію, робити узагальнення та застосовувати їх у нових ситуаціях [4; 24; 46]. У цьому контексті активізація пізнавальної діяльності розглядається як науково обґрунтований комплекс педагогічних дій, спрямованих на стимулювання інтелектуальної активності, формування внутрішньої мотивації, розвиток самостійності та підвищення ефективності навчання.

Пізнавальна активність є багатовимірним психолого-педагогічним явищем, що включає когнітивний, емоційний і вольовий компоненти. Когнітивна складова передбачає інтелектуальні процеси, такі як мислення, сприймання, аналіз, синтез, застосування математичних понять. Емоційна складова виражається у цікавості, здивуванні, задоволенні від пізнавальних відкриттів, бажанні долати інтелектуальні труднощі. Вольовий компонент проявляється у здатності концентрувати увагу, долати перешкоди, наполегливо рухатися від невміння до вміння [7; 9; 25]. Саме взаємодія цих компонентів формує внутрішню готовність учня до свідомої активної роботи на уроці математики.

Сучасні дослідження доводять, що ефективність навчального процесу значною мірою залежить від рівня пізнавальної активності учнів, а вона, у

свою чергу, визначається характером організації діяльності на уроці та застосованими методами навчання [33; 35; 40]. Якщо діяльність учнів обмежується пасивним слуханням і відтворенням інформації, формуються репродуктивні форми поведінки, що суттєво гальмує розвиток математичного мислення. Навпаки, залучення школярів до активної розумової роботи сприяє розвитку логіки, уваги, алгоритмічної культури, дослідницького мислення та здатності застосовувати знання у нестандартних ситуаціях [3; 6; 21].

Тому процес активізації пізнавальної діяльності має ґрунтуватися на спеціально сконструйованих педагогічних принципах, які забезпечують поступовий перехід від зовнішньої мотивації до внутрішньої, від репродуктивних дій до творчих, від формального виконання завдань до усвідомленого застосування математичних понять. До таких принципів належать: принцип проблемності, принцип адекватності навчально-пізнавальної діяльності практичним завданням, принцип взаємонавчання, принцип дослідницького підходу, принцип індивідуалізації, принцип самонавчання та принцип мотивації. Кожен із них виконує окрему функцію, проте дієвим є лише їх комплексне застосування.

Одним із центральних принципів є принцип проблемності, який передбачає створення на уроці таких педагогічних умов, за яких учень відчуває недостатність наявних знань і прагне самостійно знайти спосіб розв'язання проблеми. Проблема ситуація стимулює інтелектуальний пошук, спонукає до аналізу, зіставлення, порівняння й узагальнення, тобто до активних мисленневих операцій [14; 17; 22]. З точки зору психології, проблемність породжує «пізнавальну напругу», яка слугує важливим мотивуючим фактором та сприяє формуванню стійкого інтересу до математики [7; 31].

Не менш значущим є принцип адекватності змісту діяльності реальним життєвим завданням. Він полягає у тому, щоб навчально-пізнавальна діяльність була наближена до реальних ситуацій, у яких можуть

застосовуватися математичні знання. З позицій сучасної методики, практична спрямованість навчання сприяє підвищенню інтересу та усвідомленню учнем значущості здобутих знань [3; 19; 32]. Особливо ефективними є задачі з елементами статистики, фінансової математики, алгоритмізації, цифрових обчислень — тобто ті, які пов'язують навчальний матеріал із життєвими потребами.

Важливе значення має принцип взаємонавчання, що передбачає організацію внутрішньої взаємодії між учнями: пояснення, обговорення, колективний пошук, взаємне оцінювання. Його ефективність обґрунтовується тим, що учні, навчаючи інших, самі глибше розуміють матеріал, а спілкування сприяє кращому осмисленню математичних понять [33; 37]. Такий підхід є особливо результативним у групових формах роботи та під час розв'язання складних задач.

Важливим системоутворювальним компонентом активізації є принцип індивідуалізації. Він передбачає врахування рівня підготовки, стилю мислення, темпу роботи, інтересів і особистісних особливостей учня. На думку В. Крутецького, математичні здібності мають складну структуру, тому навчання повинно бути диференційованим, аби кожен учень міг максимально використовувати власний інтелектуальний потенціал [21]. Індивідуалізація сприяє підвищенню навчальної впевненості, а відтак — мотивації та пізнавальної активності.

Отже, у сучасному навчанні математики активізація пізнавальної діяльності виступає важливою педагогічною умовою розвитку інтелектуальних і особистісних якостей учнів. Її реалізація потребує системного підходу, що поєднує психологічні закономірності розвитку мислення, методичні принципи організації навчального процесу та педагогічну майстерність учителя.

Наступним ключовим підходом до активізації пізнавальної діяльності є принцип дослідницького характеру навчання, який орієнтує учня на самостійне виявлення математичних закономірностей, постановку гіпотез та

їх перевірку. У межах такого підходу навчання набуває рис наукового пізнання, коли знання не передаються в готовому вигляді, а відкриваються через активну діяльність учнів [15; 17; 23]. Дослідницький компонент сприяє розвитку критичного мислення, гнучкості інтелектуальних процесів і формує здатність бачити глибинні взаємозв'язки між математичними поняттями. Він також забезпечує внутрішню мотивацію, оскільки в пошуку учень переживає інтелектуальну радість відкриття — емоцію, що має потужний стимулюючий ефект [9; 11].

У цьому контексті важливим є використання методів, що заохочують учнів до дослідницької діяльності: постановка відкритих задач, аналіз математичних моделей, робота з нестандартними ситуаціями, виконання міні-досліджень або проєктів. Наприклад, завдання на виявлення закономірностей у числових послідовностях, дослідження властивостей геометричних фігур або аналіз функціональних залежностей формують у школярів навички логічного аналізу і творчого підходу до математики. Такий тип роботи відповідає сучасному баченню математичної освіти, яке підкреслює її роль у розвитку інформаційної культури, моделювального і критичного мислення [8; 27; 35].

Важливою складовою активізації пізнавальної діяльності є принцип самонавчання, який базується на формуванні в учнів внутрішньої потреби самостійно здобувати знання, удосконалювати навички, планувати власну навчальну траєкторію та контролювати власний прогрес. Самонавчання є однією з ключових компетентностей XXI століття, адже забезпечує здатність до безперервного розвитку та адаптації до нових освітніх і професійних викликів [24; 39]. У математиці цей принцип реалізується через такі форми, як самостійне опрацювання матеріалу, виконання диференційованих завдань, робота з додатковими джерелами, застосування цифрових навчальних платформ і систем самоконтролю.

Психологи підкреслюють, що формування самонавчання неможливе без розвитку рефлексивних умінь, які забезпечують усвідомлення власної

діяльності, аналіз помилок, оцінювання результатів та планування подальших дій [7; 31]. На уроках математики це може проявлятися у веденні математичного щоденника, рефлексивних запитаннях після виконання задачі, взаємному оцінюванні та самооцінюванні. Такі підходи допомагають учням усвідомити логіку власного мислення, що є фундаментом для розвитку стійкого пізнавального інтересу.

Ще одним важливим принципом активізації пізнавальної діяльності є принцип мотивації. Мотивація розглядається як внутрішня рушійна сила пізнання, яка забезпечує залученість, емоційний відгук, інтелектуальну напругу та здатність долати труднощі [9; 25]. У математичній освіті особливо важливо формувати позитивне ставлення до предмета, адже математичний зміст часто потребує значних зусиль і концентрації. Висока мотивація виникає тоді, коли учень бачить цінність і практичне значення знань, переживає інтелектуальний успіх, отримує підтримку та зацікавленість з боку вчителя.

У цьому контексті важливими стають інтерактивні й ігрові методи, елементи змагання, логічні ігри, математичні квести. Як зазначає Страусс, ігрові ситуації активізують природні пізнавальні інстинкти та сприяють глибшому зануренню у зміст [36]. Змагальність виступає додатковим стимулом, особливо у підлітковому віці, коли прагнення до самоствердження є природною віковою потребою. Проте використання змагальних методів повинно бути педагогічно виваженим: акцент має робитися не на перемозі, а на розвитку вміння аргументувати, співпрацювати та критично оцінювати результати.

Важливим фактором є також організація безпечного освітнього середовища. Учень має відчувати, що може висловлювати думки, ставити запитання, припускати помилки без страху осуду. З позицій Сухомлинського, атмосфера довіри та підтримки є невід'ємною умовою пробудження та зміцнення інтелектуальної активності [37]. У математиці це

має особливе значення, оскільки страх помилки суттєво гальмує бажання учнів брати участь у розв'язанні задач, особливо нестандартних.

Принципи активізації пізнавальної діяльності тісно пов'язані з конкретними методами навчання. У сучасній методиці математики виділяють кілька груп методів, спрямованих на підвищення активності учнів: проблемне навчання, евристичні методи, алгоритмізоване навчання, дослідницькі та проєктні методи. Проблемне навчання ґрунтується на створенні інтелектуальної суперечності, яку учень прагне подолати завдяки активній діяльності [14; 17]. Це сприяє формуванню здогадки, умінню висувати гіпотези й застосовувати логічні міркування.

Алгоритмізоване навчання передбачає чітке структурування діяльності та опанування учнями раціональних прийомів розв'язання задач. Воно є особливо ефективним при формуванні навичок роботи з типізованими задачами, доведеннями та обчисленнями [6; 21]. Водночас цей метод потребує поєднання з іншими видами діяльності, оскільки надмірна алгоритмізація може знижувати творчий компонент навчання.

Евристичні методи спрямовані на розвиток інтуїтивного мислення, пошук нових стратегій, варіативність підходів до розв'язання задач. Евристика дозволяє виявляти різні шляхи до розв'язання проблеми, що відповідає сучасним вимогам до гнучкого мислення [38]. У свою чергу, дослідницькі методи орієнтують на поглиблене вивчення математичних явищ, висування та перевірку гіпотез, роботу з математичними моделями та проведення міні-досліджень [8; 23].

Таким чином, методи активізації пізнавальної діяльності покликані забезпечити зв'язок між принципами та практичною реалізацією навчання. Їх ефективність полягає у створенні різноманітного освітнього середовища, яке враховує вікові особливості учнів, структуру математичного змісту та психологічні закономірності пізнання.

У структурі сучасного уроку математики особливе місце займають прийоми активізації пізнавальної діяльності, які забезпечують взаємодію між

методичними принципами та практичними формами роботи. Ці прийоми спрямовані на мобілізацію інтелектуальних, емоційних і вольових ресурсів учнів, активізацію їхніх когнітивних процесів та створення умов для самостійного пошуку. Вони забезпечують різноманітність видів діяльності, сприяють переходу від пасивного засвоєння матеріалу до творчої та дослідницької роботи [33; 35].

Одним із ключових прийомів є постановка проблемних запитань різного рівня складності. Проблемне запитання орієнтує учня не на просте відтворення знань, а на пошук способу розв'язання, встановлення зв'язків і закономірностей. Наприклад, запитання типу «Чому?», «За яких умов?», «Що трапиться, якщо...?», «Чи можна інакше?» стимулюють логічне мислення, формують здатність аналізувати та досліджувати математичні явища [14; 17]. Створюючи інтелектуальний дискомфорт, такі запитання допомагають учням перейти від поверхового до глибокого розуміння матеріалу.

Не менш важливим є використання когнітивних конфліктів — ситуацій, у яких попередні уявлення учня суперечать новим фактам. Як зазначає Л. Виготський, суперечність між старим і новим знанням є рушійною силою розвитку мислення [7]. У математиці це може проявлятися у демонстрації парадоксів, нестандартних задач або контрприкладів, що стимулюють переосмислення змісту. Такі прийоми мають значний вплив на емоційно-мотиваційну сферу, оскільки викликають здивування, інтерес і внутрішню потребу розібратися у суті явища [9].

До ефективних прийомів активізації належить використання наочності та візуалізації. Сучасні цифрові інструменти, геометричні конструктори, інтерактивні графіки та симуляції дозволяють учням самостійно досліджувати математичні залежності, бачити зміни параметрів у реальному часі, аналізувати математичні моделі [27; 35]. Візуалізація не лише спрощує сприйняття абстракцій, а й створює умови для дослідницьких дій, що підсилює мотивацію. Згідно з даними педагогічної психології, учні краще

засвоюють матеріал, якщо він представлений у різних сенсорних формах — графічній, символічній, вербальній [9; 25].

Окрему роль відіграють інтерактивні прийоми, зокрема групові форми роботи: «мозковий штурм», робота в парах, мікродебати, «навчи іншого», математичні дискусії. Вони сприяють розвитку комунікативних умінь, взаємонавчанню та більш глибокому осмисленню матеріалу [33; 37]. Такі прийоми відповідають тенденціям НУШ щодо формування умінь співпрацювати, аргументувати думки та презентувати результати роботи [4; 47]. Крім того, колективне обговорення складних задач допомагає учням почути різні способи мислення, що підвищує гнучкість інтелектуальних операцій.

Ігрові методи — ще одна ефективна група прийомів активізації. Математичні ігри, квести, змагання, головоломки та інтерактивні вправи створюють педагогічні умови для формування інтересу, підвищення емоційної залученості та розвитку стратегічного мислення [15; 36]. Ігрова діяльність дозволяє поєднати внутрішню мотивацію з навчальними цілями, дає змогу глибше засвоювати матеріал через дію, експеримент та емоційний досвід. У контексті математичної освіти ігрові методи є особливо ефективними для учнів середньої школи, оскільки відповідають віковій потребі у активності, самоствердженні й самовираженні [21; 37].

Важливою методичною групою прийомів активізації є організація рефлексивної діяльності. Рефлексія дозволяє учню усвідомити, що саме він зрозумів на уроці, які труднощі виникли, які стратегії виявилися ефективними. До таких прийомів належать: рефлексивні міні-есе, «тощо я знаю — чого я не знаю», аналіз помилок, самооцінювання, взаємооцінювання [31; 40]. Рефлексія не лише підсилює осмислення матеріалу, а й формує метапізнавальні вміння, що є ключовою компетентністю сучасного учня.

До методів активізації належать також прийоми інтелектуального тренування — короткі вправи на розвиток уваги, логіки, пам'яті, математичної інтуїції. Наприклад, хвилинні логічні задачі, вправи на

виявлення закономірностей або швидке обчислення. Такі вправи допомагають учням налаштуватися на продуктивну роботу, підвищують концентрацію та стимулюють інтелектуальну мобільність [6; 11].

Значною групою прийомів є організація дослідницьких і проєктних видів діяльності. Вони передбачають формулювання дослідницького запитання, збирання даних, аналіз результатів, представлення висновків. Математичні проєкти, наприклад «Статистика нашого класу», «Математика в архітектурі», «Побудова математичної моделі явища», сприяють інтеграції математичних знань із реальним життям, що підсилює мотивацію та формує значущість навчання [27; 39].

Важливим напрямом активізації є робота з нестандартними задачами. Саме такі задачі розвивають творче мислення, вміння відходити від шаблонних рішень, бачити проблему в іншому ракурсі. Нестандартні задачі стимулюють учнів шукати нові способи мислення, застосовувати евристичні методи та індивідуальні стратегії [11; 36; 38]. Саме через таку діяльність формуються високі рівні математичної компетентності.

Застосування різноманітних прийомів активізації потребує високої педагогічної майстерності. Учителю важливо гнучко поєднувати різні види діяльності: проблемний підхід — із дослідницьким, візуалізацію — з інтерактивом, ігрові методи — з аналітичними вправами. Важливо забезпечити поступовість переходу від простих завдань до складніших, а також від зовнішньої мотивації до внутрішньої. Комплексне застосування прийомів активізації дозволяє забезпечити глибоке й усвідомлене засвоєння математичних знань, підтримати інтерес, сформувати навчальну автономію та розвинути ключові математичні компетентності [3; 24; 27; 35].

Таким чином, прийоми активізації пізнавальної діяльності є ефективним інструментом модернізації уроку математики. Вони дозволяють забезпечити різноманітність освітньої діяльності, врахувати вікові й індивідуальні особливості учнів, створити позитивний емоційний фон та стимулювати інтелектуальний розвиток. Їх системне використання у

поєднанні з педагогічними принципами становить основу для формування мотивованого, активного й мислячого учня, здатного до самостійного пізнання та творчої діяльності.

## **2.2. Методичні рекомендації застосування елементів цікавої математики з метою активізації пізнавальної діяльності**

Підвищення ефективності уроку – головне завдання вчителя математики. При цьому ключовою проблемою в розв'язанні задачі підвищення ефективності та якості освітнього процесу є саме активізація пізнавальної діяльності учнів – один з ключових чинників підвищення рівня ефективності освіти, зокрема математичної освіти. Її особливе значення в тому, що навчання спрямоване не тільки на сприйняття навчального матеріалу, а й на формування відношення учня до самої пізнавальної діяльності, активність є необхідною умовою формування розумових якостей особистості. Одним із основних засобів активізації пізнавальної діяльності учнів на уроках є застосування цікавих та інтерактивних вправ, що активізують пізнавальну сферу учнів, сприяють висвітленню ними не лише програмного навчального матеріалу, а й власного досвіду, формує вміння застосовувати знання в нестандартних ситуаціях, знаходити оригінальні способи вирішення проблеми, використовувати логіку, інтуїцію, як складову частину творчості, і як наслідок сприяє результативності навчання взагалі.

Важливого значення на уроках набувають саме цікаві вправи та задачі, тому що вони сприяють розвитку логічного мислення учнів. При цьому інтерактивні вправи та цікаві задачі на повторення лише тоді будуть ефективними, коли вони міститимуть у собі певний елемент новизни у формулюванні завдань, цікавих способах подачі дидактичного матеріалу. Крім того, важливо, щоб завдання якомога більше спонукали учнів до самостійної роботи над навчальним матеріалом.

У системі вправ в ході нашого дослідження провідне місце відводимо самостійним творчим завданням учнів, задачам прикладного характеру,

інтерактивним вправам, задачам-загадкам, математичним ребусам та жартам тощо, а також новим формам проведення уроків з математики (уроки-семінари, уроки-подорожі, уроки-конференції, уроки-ігри, уроки самоконтролю, уроки з комп'ютерною підтримкою тощо).

Наведемо розроблені нами фрагменти уроків з математики в основній школі (без поглибленого вивчення математики), які були проведені під час проведення дослідження, і на яких були застосовані різні інтерактивні вправи та цікаві задачі учнів на різних етапах навчально-пізнавальної діяльності (під час актуалізації опорних знань, вивчення нового матеріалу, застосування вивченого до розв'язування задач тощо).

### 2.2.1. Форми актуалізації опорних знань:

1. Прийом «Кросворд»: на початку уроку при вивченні теми «Арифметичні дії зі звичайними дробами» (математика, 6 клас) учням пропонується розв'язати вправу у формі кросворду з метою систематизації та узагальнення знань попередньої теми. При цьому учитель читає запитання, а учні відповідають. Якщо учні не відповідають відразу, то вчитель поступово відкриває букви слова.

Запитання до кросворду:

По горизонталі:

1. Як називається властивість дроби, яка використовується під час розв'язування даних прикладів?

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4}; \quad \frac{3}{6} = \frac{3 \div 3}{6 \div 3} = \frac{1}{2} \quad (\text{Основна})$$

2. Як називається знаменник, до якого зводяться дроби з різними знаменниками? (Спільний)

3. Як називається ділення чисельника та знаменника дроби на їх спільний дільник? (Скорочення)

4. Як називається множник, на який треба помножити чисельник і знаменник дробу, щоб отримати рівний йому дріб?

$$\frac{3^?}{4} = \frac{15}{20} \quad (\text{Додатковий})$$

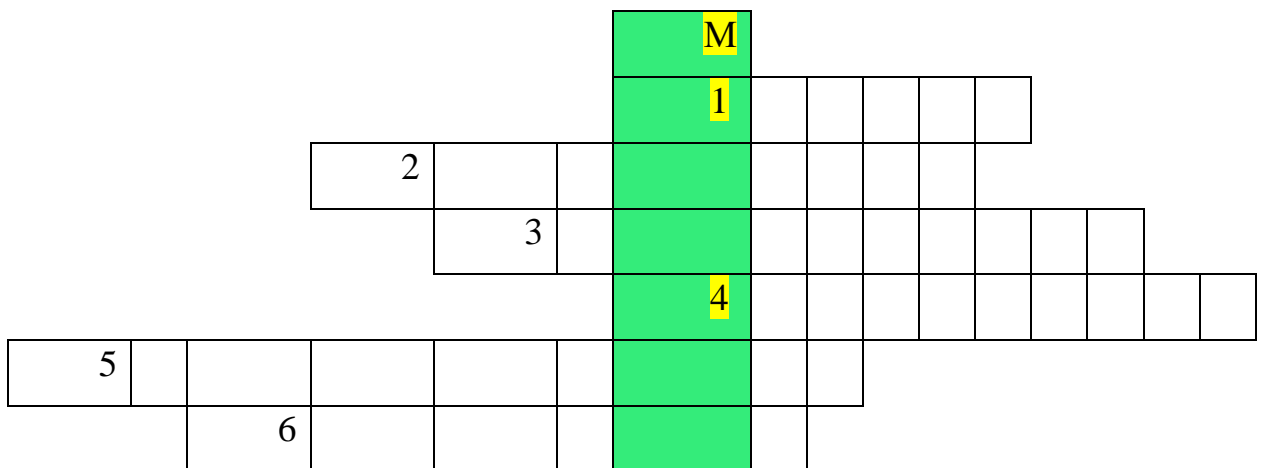
5. Скільки цілих отримаємо у відповіді?

$$10\frac{2}{3} + \frac{5}{12} \quad (\text{Одинадцять})$$

6. Який дріб більший: перший, другий чи третій?

$$\frac{9}{14}; \frac{1}{2}; \frac{5}{7} \quad (\text{Третій})$$

По вертикалі: слово «МОЛОДЦІ».



### 2.2.2. Організація вивчення нового матеріалу:

1. Прийом «Коло ідей»: перед початком вивчення теми «Теорема Піфагора» (геометрія, 8 клас) учням роздаються мотузки з 12 вузлами на однаковій відстані. Дається завдання: схематично зобразити прямокутний трикутник та звернути увагу на відношення катетів і гіпотенузи (катети 3 та 4 «вузлика», а гіпотенуза 5 «вузликів» – єгипетський трикутник).

При цьому всі учні, об'єднані в декілька груп, мають виконати одне й те ж завдання, яке складається з декількох питань. Кожна група по черзі озвучує тільки свій аспект проблеми. Найбільш важливі думки записують на дошці. А потім усі разом формулюють теорему.

2. Ігрова проблемно-пошукова ситуація «Два-чотири-всі разом»: при вивченні теми «Лінійна функція, її графік та властивості» (алгебра, 7 клас), після актуалізації опорних знань з теми «Функції» (алгебра, 7 клас) учням пропонується наступна інтерактивна вправа.

Запитання:

- Які запитання у вас виникають і що вам необхідно знати для вивчення теми «Лінійна функція та її графік»?
- Протягом 15 с запишіть якнайбільше запитань.
- За 15 с обговоріть їх у парі, виділіть спільні, уточніть їх.
- Об'єднайтеся в групи по 4 особи та за 15 с виділіть ті, які ви вважаєте найголовнішими.

Результатами цієї роботи стають запитання, відповіді на які і є очікуваними результатами уроку:

1. Що таке лінійна функція?
2. Які властивості лінійної функції?
3. Який графік лінійної функції?

Звідси випливає план уроку, який вчитель записує на дошці:

1. Означення.
2. Властивості.
3. Графік.

При цьому учням пропонується виділити ті запитання, на які вони можуть дати відповіді самостійно.

3. Прийом активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів «Навчаючи – вчуся»: при вивченні теми «Теорема Вієта» (алгебра, 8 клас) після актуалізації опорних знань, сприйняття та первинного усвідомлення

нового матеріалу, за інтерактивною вправою учням роздаються картки (кожному по одній) із завданням:

Картка №1	Картка №2
Розв'язати зведені квадратні рівняння: а) $x^2 - 6x + 8 = 0$ б) $x^2 - x - 6 = 0$	Розв'язати зведені квадратні рівняння: а) $x^2 - 8x + 15 = 0$ б) $x^2 + 7x + 12 = 0$
Картка №3	Картка №4
Закінчити висновок з теореми Вієта: Якщо зведене квадратне рівняння має цілі корені, то...	Закінчити висновок з теореми Вієта: Цілі корені мають однакові знаки, якщо..., та протилежні, якщо....
Картка №5	Картка №6
Розв'язати за теоремою Вієта: $x^2 + x - 2 = 0$ .	Розв'язати за теоремою Вієта: $x^2 + 2x - 3 = 0$ .
Картка №7	Картка №8
Довести властивість I способом: якщо $a + b + c = 0$ , то $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$	Довести властивість II способом: якщо $a + b + c = 0$ , то $x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$
Рівняння підвищеної складності: $x^4 - 8x^2 + 9 = 0$	Рівняння підвищеної складності: $(5x + 1)^2 + 6(5x + 1) - 7 = 0$

Учні ознайомлюються з інформацією, що міститься на картці, готуються до її обговорення з іншими у доступній формі. Протягом 15 хвилин учні опрацьовують завдання з карток, користуючись довідковим матеріалом, підручниками, або звертаються по допомогу до вчителя.

Далі учням потрібно ознайомити зі своєю інформацією інших, причому кожен може говорити лише з одним однокласником. Протягом 25 хвилин учні міняються місцями та парами, обмінюючись набутими знаннями.

Після того як усі поділилися інформацією, учні розказують у класі, про що вони дізналися від своїх товаришів, а потім усі разом роблять узагальнюючі висновки.

### 2.2.3. Форми навчання застосування вивченого до розв'язування задач:

1. Прийом «Цікава задача»: при закріпленні теми «Арифметичні дії з десятковими дробами» (математика, 5 клас) з метою узагальнення учням пропонується скласти цікаву задачу.

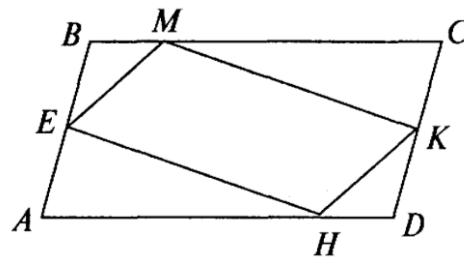
Задача: За три хвилини скласти задачу, виразом для розв'язання якої є:  $x + (x - 1,7)$ . За найцікавішу задачу – 3 бали.

## 2. «Мікрофон» та «Незакінчене речення»:

1) з метою закріплення, систематизації та узагальнення знань з теми «Паралелограм, його властивості й ознаки» (геометрія, 8 клас) після актуалізації опорних знань, учням пропонується розв'язати задачу на основі вивченого теоретичного матеріалу, використавши в поєднанні прийом «Мікрофона» та «Незакінченого речення».

Задача: на сторонах  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  і  $DA$  паралелограма  $ABCD$  позначено відповідно точки  $E$ ,  $M$ ,  $K$  і  $H$  так, що  $BM = DH$ ,  $BE = DK$ . Доведіть, що  $EMKH$  – паралелограм.

До цієї задачі пропонується рисунок і ряд запитань:



Запитання для обговорення:

1. Про паралелограм ми знаємо, що ...
2. Про чотирикутник можна сказати, що він є паралелограмом, якщо ...
3. Інформація, що  $BM = DH$ , дозволяє нам зробити висновок, що ...
4. Інформація, що  $BE = DK$ , дозволяє нам зробити висновок, що ...
5. Чи є серед утворених трикутників рівні і якщо так, то обґрунтуйте це.
6. Інформація про рівність трикутників дозволяє нам зробити висновок, що ... (і чому?).
7. Розгляньте чотирикутник  $EMKH$ .

8. Яку ознаку паралелограма можна використати для чотирикутника  $EMKH$ ?

9. Зробіть висновок, закінчивши речення: «Я вважаю, що  $EMKH$  – паралелограм тому, що ...».

Спочатку учні виконують рисунок у зошиті та самостійно деякий час обмірковують розв'язування задачі.

Потім вчитель пропонує ряд запитань, заготовлених на звороті дошки ще до початку уроку. Учні, передаючи уявний мікрофон один одному, висловлюються по черзі (закінчують речення вчителя), не обов'язково в порядку поставлених запитань.

Під час обговорення висловлення учнів не коментуються і не оцінюються вчителем.

Коли хтось висловлюється, інші не мають права перебивати, щось говорити, викрикувати з місця.

Своє бажання висловитись «у мікрофон» учень демонструє, піднімаючи руку.

Після обговорення запитань та узагальнень, розв'язування задачі записується в зошиті. Можна запропонувати це зробити учням самостійно і в кінці уроку зібрати зошити для перевірки або ж виконати коментований запис на дошці (на розсуд вчителя і виходячи з особливостей класу).

2) з метою систематизації та узагальнення знань з теми «Квадратні рівняння» (алгебра, 8 клас) після актуалізації опорних знань, учням пропонується розв'язати завдання на основі вивченого теоретичного матеріалу, використавши в поєднанні прийом «Мікрофона» та «Незакінченого речення».

Завдання: Розв'яжіть рівняння, де  $N$  – ваш порядковий номер у класному журналі:  $(2x + N)^2 + (x - N + 1)(x + N - 1) = 6N + 4$ .

Запитання для обговорення:

1. Яке рівняння називається квадратним?

2. Формула для обчислення дискримінанта?
3. Як залежить кількість коренів повного квадратного рівняння від дискримінанту?
4. Яке рівняння називається неповним квадратним рівнянням?
5. Які є види неповних квадратних рівнянь?
6. Яке квадратне рівняння називається зведеним?
7. Вираз для обчислення дискримінанта зведеного квадратного рівняння?
8. Сформулюйте теорему Вієта і наслідок з неї?
9. Як за відомими коренями записати зведене квадратне рівняння?

Потім вчитель пропонує ряд запитань, заготовлених на звороті дошки ще до початку уроку. Учні, передаючи уявний мікрофон один одному, висловлюються по черзі (закінчують речення вчителя), не обов'язково в порядку поставлених запитань.

Під час обговорення висловлення учнів не коментуються і не оцінюються вчителем.

Коли хтось висловлюється, інші не мають права перебивати, щось говорити, викрикувати з місця.

Своє бажання висловитись «у мікрофон» учень демонструє, піднімаючи руку.

Після обговорення запитань та узагальнень, розв'язування задачі записується в зошиті. Після чого учням пропонується скласти узагальнюючу таблицю, схему чи плакат з вивченої теми.

3. «Мозковий штурм»: при вивченні теореми Піфагора (геометрія, 8 клас) учням пропонується сформулювати і довести теорему Піфагора (кількома способами), показати її застосування в житті, скласти і розв'язати задачі з теми, виготовити наочні посібники (таблиці, картки, плакати тощо), які демонструють деякі способи доведення теореми.

4. «Акваріум»: при закріпленні, систематизації та узагальненні знань з теми «Теорема Вієта» (алгебра, 8 клас) після актуалізації опорних знань і

тренувальних вправ учням пропонується метод «Акваріум»: об'єднавшись у групи по чотири-шість осіб, спочатку місце в «Акваріумі» (в центрі класу) займає одна із груп, всі інші учні утворюють «зовнішнє коло». Всі працюють продуктивно. Учням пропонується розв'язати наступні вправи:

Розв'язати рівняння:

$$1. x^2 - 7x + 12 = 0;$$

$$2. x^2 + 7x + 18 = 0.$$

Правила роботи: члени групи, яка займає центральне місце, висловлюючись по черзі, читають умову вголос, обговорюють хід розв'язування рівняння, акцентуючи увагу на раціональності вибору методу розв'язування. «Зовнішнє коло» слухає, не втручаючись у роботу діючої групи, а лише піднімає сигнальні картки у разі виявлення помилки.

Пізніше аналізується хід розв'язування, робляться зауваження, доповнення, ставляться запитання членам групи. І, нарешті, члени групи по черзі записують розв'язання на дошці (можлива взаємодопомога членів групи, якщо хтось не спроможний коментувати або припускається помилки).

Далі «зовнішнє коло» оцінює роботу групи в цілому і кожного члена зокрема, відзначаючи найактивніших або ж роблячи зауваження тим, хто припустився помилок.

Наступне рівняння розв'язує наступна група, яка тепер буде займати місце в «Акваріумі», всі інші – «зовнішнє коло». Робота продовжується (аналогічно попередньому розв'язуванню рівняння).

По закінченні роботи груп робиться узагальнюючий висновок щодо вибору раціональних методів розв'язування квадратних рівнянь.

Слід зазначити, що разом з інтерактивними методами на уроках з математики можна використовувати й інші методи цікавої математики.

1. Чарівне число 142857.

Деякі числа мають цікаві, навіть загадкові, властивості. які проявляються під час елементарних дій: додавання й множення.

Створюються незвичайні комбінації цифр.

Наприклад, чарівне число 142857:

$$142857 \times 1 = 142857$$

$$142857 \times 2 = 285714$$

$$142857 \times 3 = 428571$$

$$142857 \times 4 = 571428$$

$$142857 \times 5 = 714285$$

$$142857 \times 6 = 857142$$

Постійно з'являються одні й ті ж цифри, змінюючи лише своє положення й пересуваючись.

А от якщо  $142857 \times 7 = 999999$ .

Тепер додамо дві частини числа:

$$142 + 857 = 999.$$

Продовжимо:  $14 + 28 + 57 = 99$ .

Далі додамо усі цифри числа, із отриманими в результаті цифрами проведемо тут ж операцію:  $1 + 4 + 2 + 8 + 5 + 7 = 27 = 2 + 7 = 9$ .

Ще одна цікава задача на створення незвичайної комбінації цифр: в Америці дату 1 липня 2003 року записують так: 7/1/2003, а в інших країнах: 1/7/2003. Якщо не знати, у якому форматі записане число, то скільки дат у році можна витлумачити невірно?

Або, наприклад, така задача: використовуючи п'ять трійок, арифметичні дії та піднесення до степеня, записати числа від 1 до 5:

$$1 = (3:3)^{333}$$

$$2 = (3 - 3:3) \times (3:3)$$

$$3 = 3(3:3) \times (3:3)$$

$$4 = (3 + 3:3) \times (3:3)$$

$$5 = 3 + 3:3 + 3:3$$

2. «Магічні квадрати». В таких завданнях необхідно побачити закономірність, за якою потім учні повинні заповнити порожні квадрати

**Магічні квадрати**

**1. Магічний квадрат.**  
Розставте 6 цифр від 1 до 9, щоб у квадраті сума чисел в кожному рядочку, в кожному стовпці, а також по діагоналям, була рівною.

4		8
		6

**2. Магічні квадрати.**  
Додайте числа по горизонталі і по вертикалі. Додайте відповіді по горизонталі і по вертикалі. Отримані суми повинні співпадати. Наприклад:

8	6		5	6	
11	7		12	5	

**3. Числове колесо.**  
Заповніть фігуру так, чтобы сума цифр в кожній парі була однаковою.

**4. Квадрат 3-го порядку.**  
Впишіть цифри, які стоять ззовні квадрата, так щоб сума цифр в кожному рядочку, в кожному стовпці, а також по діагоналям була рівною.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

1		
4	2	
7	5	3
8	6	
		9

1		
4	2	
7	5	3
8	6	
		9

4	9	2
3	5	7
8	1	6

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

Рис. 2.1. Приклади методу побудови «Магічних квадратів»

### 3. «Задачі-загадки»:

1. Знайшли гривню й поділили: Чоловікам по півтори копійки, жінкам по копійці, а дітям по чверті копійки. Скільки було чоловіків, жінок і дітей?

2. Стоїть стовп, а на стовпі сорок кілець, до кожного кільця прив'язано по сорок кобил, у кожної кобили 40 лошат. Скільки всього лошат?

3. П'ять, п'ятнадцять, без двох двадцять, семеро, троє, ще й малих двоє. Скільки всіх?

### 4. «Математичний жарт»:

Учням пропонується довести, що протягом року їм майже ніколи вчитися.

Рік має 365 днів, з них – 52 неділі, 10 інших вихідних днів. Виходить, що учні відпочивають разом з близькими 62 дні. Канікули зимові та літні продовжуються не менш як 100 днів. Отже, відпочинок вже становить 162 дні. Вночі не вчаться, а ночі дають ще півроку. Отже, ще 182 дні відпадають. Залишилося 20 днів, але не весь день продовжуються заняття, а лише не більше чверті дня. Тому ще 15 днів відпадають. Залишається всього-на-

всього 5 днів, які можна напружено попрацювати і одержати глибокі та якісні знання.

5. «Софізми в математиці»:

Де хибні міркування???

1)  $5 = 7$ .

Нехай  $a = \frac{3b}{2}$ , або  $4a = 6b$ . Тоді  $4a = 14a - 10a$ , а  $6b = 21b - 15b$ , звідки  $14a - 10a = 21b - 15b$ , або  $15b - 10a = 21b - 14a$ , або  $5(3b - 2a) = 7(3b - 2a)$ , або  $5 = 7$ .

2) Будь-яке число дорівнює своїй половині.

Нехай  $a = b$ , або  $a^2 = ab$ , тоді  $a^2 - b^2 = ab - b^2$ , або  $(a + b)(a - b) = b(a - b)$ , звідки  $a + b = b$ .

Оскільки, за умовою  $a = b$ , то  $2b = b$  або  $b = \frac{1}{2}b$ .

3)  $4 > 12$ .

До обох частин нерівності  $7 > 5$  додамо по  $(-8)$ , тоді  $7 - 8 > 5 - 8$ , або  $-1 > -3$ . Тепер, помноживши почленно останню нерівність на  $(-4)$ , дістанемо  $(-1) \cdot (-4) > (-3) \cdot (-4)$ , або  $4 > 12$ .

4) Довести методом математичної індукції твердження: у всіх кішок очі одного і того самого кольору.

Для  $n = 1$  (одна кішка) твердження очевидно справджується

Припустимо, що твердження правильне для  $n$ , тобто, що будь-які  $n$  кішок мають однаковий колір очей.

Доведемо, що воно правильне і для  $n + 1$ . Візьмемо довільну сукупність із  $n + 1$  кішок і пронумеруємо їх. За індуктивним припущенням кішки з номерами від 1 до  $n$  мають однаковий колір очей, кішки з номерами від 2 до  $n + 1$  (їх також  $n$  штук) теж мають один і той самий колір очей.

В обидві множини входить, наприклад, кішка номер 2. Тому у всіх

( $n=1$ ) кішок очі одного кольору. Такий результат викликає заперечення, але хіба можна встояти перед силою неспростованих висновків математичної логіки?

6. «Математичні ребуси»:

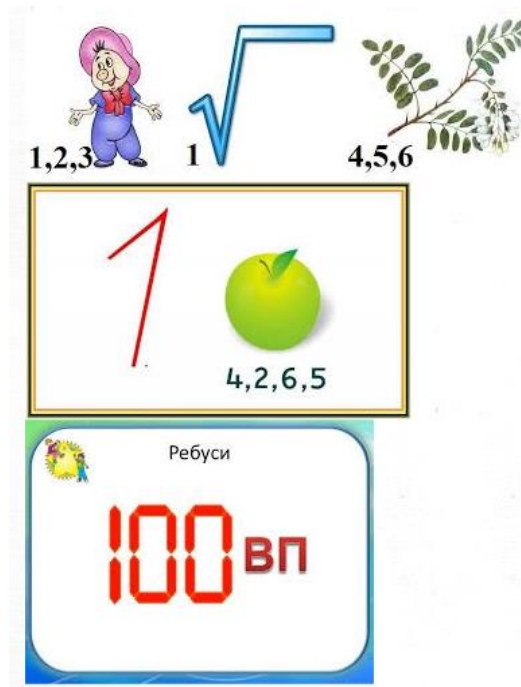


Рис. 2.2. Математичні ребуси

Велику роль в оволодінні учнями різними розумовими операціями відіграють підсумкові уроки. Значною мірою вони впливають і на розвиток їхнього логічного мислення. Уроки цього типу мають не лише безпосередньо відтворювати та закріплювати відомості з математики, а й поглиблювати їх.

Наприклад:

Тема: Квадратні рівняння (алгебра, 8 клас).

Мета: Узагальнити знання учнів, підготувати їх до тематичного оцінювання. Формувати навички самостійної діяльності. Розвивати логічне мислення, ініціативу, активність, увагу тощо.

На даному уроці була проведена гра «Зоряна година» з метою узагальнюючого повторення та перевірки рівня засвоєння кожним учнем даної теми та готовності до написання поточної тематичної контрольної роботи.

У кожного учня на парті лежать сигнальні картки від 1 до 5. Після того, як було задане питання, кожен учень підіймає ту картку, номер якої відповідає за його думкою правильній відповіді (варіанти відповідей заздалегідь записуються в виді таблиці на дошці). За кожну правильну відповідь учню дається одна паперова зірка. Наприкінці гри кожен учень підраховує кількість своїх зірок і отримує відповідний бал.

### **I ТУР:**

1. Який вид має квадратне рівняння?
2. Назвіть формулу коренів квадратного рівняння.
3. Назвіть неповне квадратне рівняння.
4. Назвіть, чому дорівнює дискримінант квадратного рівняння?

Запропоновані варіанти відповідей:

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
$x_{1,2} = \frac{-2b \pm \sqrt{D}}{2}$	$-x^2 + 7 = 0$	$ax^2 + bx + c = 0$	$b^2 - 4ac$	$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

**II ТУР:**

1. Сума коренів зведеного квадратного рівняння дорівнює другому коефіцієнту, взятому з протилежним знаком, а добуток – вільному члену.

2. Рівняння виду  $ax^2 + bx + c = 0$ , де  $x$  – змінна;  $a, b, c$  – деякі числа ( $a \neq 0$ ), називається....

3. Якщо числа  $x_1$  і  $x_2$  такі, що  $x_1 + x_2 = -p$ , а  $x_1 \cdot x_2 = q$ , то ці числа є коренями рівняння виду  $x^2 + px + q = 0$ .

Запропоновані варіанти відповідей:

1	2	3	4	5
Теорема обернена теоремі Вієта	Квадратне рівняння	Теорема Вієта	Неповне квадратне рівняння	Зведене квадратне рівняння

**III ТУР:**

Розв'язати наступні рівняння:

1.  $2x^2 - 7x - 30 = 0$ ;

2.  $3x(2x - 5) = 2x^2 + 4$ ;

3.  $\frac{7}{x+2} - \frac{3}{2-x} = \frac{10}{x}$ ;

4.  $2x^2 - \sqrt{2}x = 0$ ;

5.  $2x^2 = 17x$ .

Запропоновані варіанти відповідей:

1	2	3	4	5
$0; \frac{\sqrt{2}}{2}$	$4; -\frac{1}{4}$	$\frac{17}{2}; 0$	5	$6; -2,5$

Вище наведені методи не вичерпують всіх інновацій, які можна впроваджувати на уроках систематизації та узагальнення знань, але навіть вже їхнє використання урізноманітнить навчально-виховний процес та підвищить ефективність навчання математики.

На завершальному етапі навчання важливу роль має відігравати використання тестових завдань, які виконують різні функції – діагностичну, навчальну, розвивальну, рефлексивну тощо. Найважливішою ознакою їх є те, що вони можуть бути використані для самоконтролю.

Наприклад, на уроці систематизації та узагальнення знань з теми «Формула коренів квадратного рівняння. Квадратні рівняння» (алгебра, 8 клас) учням пропонується розв'язати тестові завдання (кожен учень самостійно виконує завдання на окремих аркушах; учням пропонується завдання різного рівня складності; кожен учень обирає сам свій рівень):

Рівень А (за кожну правильну відповідь 1 бал):

1. Яке з рівнянь є квадратним чи зводиться до квадратного:

а)  $x - 2 = 0$ ;

б)  $2x^3 + 3x - 4 = 0$ ;

в)  $4x^2 + 2x + 3 = 0$ ?

2. Знайти корені неповного квадратного рівняння  $x^2 = 9$ :

а)  $\pm 3$ ;

б)  $\pm 9$ ;

в) інша відповідь.

3. Розв'язати рівняння  $2x^2 - 7x - 30 = 0$ :

а) 6; -2,5;

б) 2,5; -6;

в) інша відповідь.

Рівень Б (за кожну правильну відповідь 2 бали):

1. Яке з рівнянь є квадратним чи зводиться до квадратного:

а)  $x^2 = \frac{1}{x} + 3$  ;

б)  $2x^2 + x^3 = 0$ ;

в)  $5x^2 = 4 - 3x$  ?

2. Знайти корені неповного квадратного рівняння  $2x^2 - 4x = 0$ :

а) 0; 2;

б) 0; -2;

в) інша відповідь.

3. Розв'язати рівняння  $3x(2x - 5) = 2x^2 + 4$ :

а) 4;  $-\frac{1}{4}$ ;

б)  $\frac{1}{2}$ ; -4;

в) інша відповідь.

Рівень В (за кожну правильну відповідь 3 бали):

1. Яке з рівнянь є квадратним чи зводиться до квадратного:

а)  $4x^2(x-1) = 3x + 5$ ;

б)  $15x^3 = 0$ ;

в)  $4x^2 = 2x(3x + 5)$ ?

2. Знайти корені неповного квадратного рівняння  $2x^2 - \sqrt{2}x = 0$ :

а)  $0; \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;

б)  $0; \frac{2}{\sqrt{2}}$ ;

в) інша відповідь.

3. Розв'язати рівняння  $\frac{7}{x+2} - \frac{3}{2-x} = \frac{10}{x}$ :

а) 5;

б) -5;

в) інша відповідь.

Серед усіх інновацій сучасності одностайне визнання і найбільше використання в школі здобули комп'ютерні технології. При цьому розвиток технологій інформаційно-комунікаційного забезпечення освітнього процесу, доступність для вільного користування педагогічних програмних засобів, орієнтованих на підтримку навчання математики в школі, створюють умови для вчительської творчості, урізноманітнення уроків різних типів, зокрема з використанням елементів цікавої математики.

Розглянемо декілька фрагментів уроків, на яких було використано інформаційно-комунікаційні технології з демонстрацією *презентацій PowerPoint та програмного засобу* навчального призначення GRAN.

Наприклад, в кінці вивчення певної теми або в самому кінці навчального року при вивченні математики з метою активізації пізнавальної діяльності учнів доцільно запропонувати учням пригадати математичні терміни, які вивчали протягом теми чи року: на презентації, створеної в PowerPoint, демонструється «хмара тегів»:

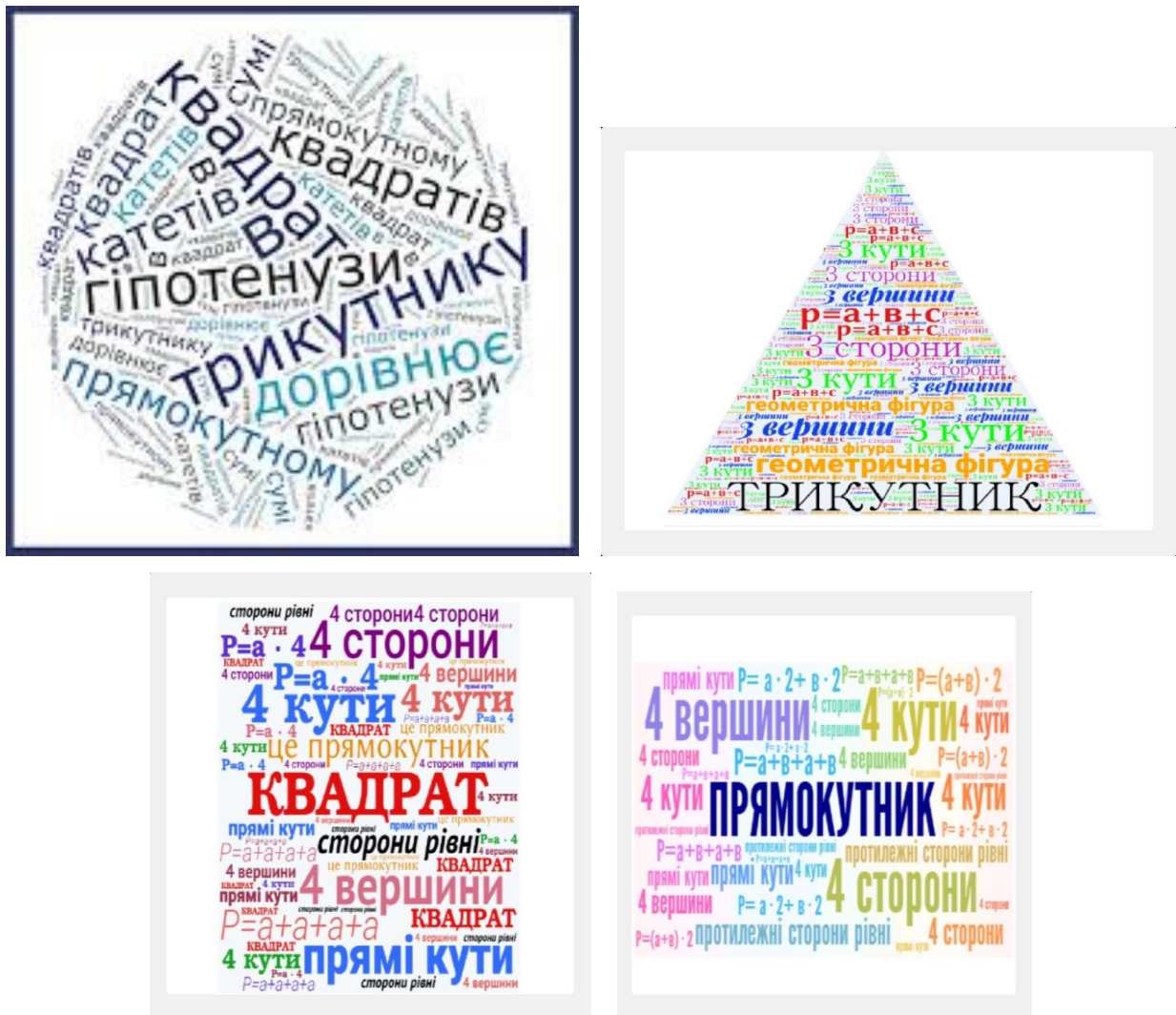


Рис. 2.3. «Хмара тегів»

Учні по черзі впізнають поняття, які вивчали і наводять приклади та пригадують основні властивості вказаного поняття.

Наприклад, під час уроку з теми «Десяткові дроби. Додавання і віднімання десяткових дробів» на презентації можна послідовно демонструвати рисунки з написом «Знайдіть суму». Для першого рисунку вчитель вказує, яка з вправ виконується першою, а для другого пояснює, що

до числа, записаного в центрі, слід додати кожне з інших чисел. Для сильніших учнів можна запропонувати знайти суму трьох чисел (5,5 і два зовнішні, що стоять поруч). Учні мають не тільки вказати правильну відповідь, але й прочитати кожен з доданків. У такий спосіб формується також і культура математичної мови.

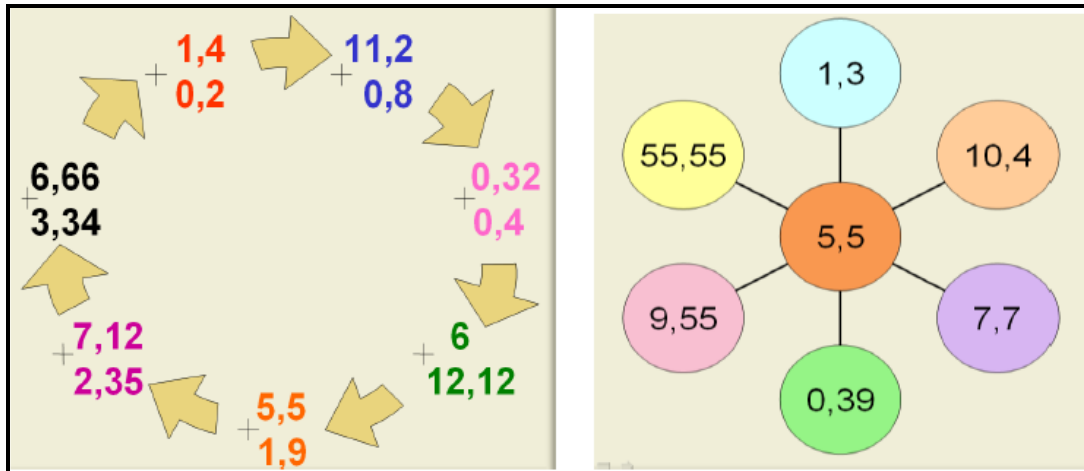


Рис. 2.4. Схеми візуалізації усних вправ

Аналогічно, або й у іншому вигляді, можна подати вправи на знаходження різниці чисел, а на інших уроках – добутку і частки.

Особливо ефективним є використання презентацій для усного розв'язування задач і вправ, до яких подаються відповідні зображення.

На уроках з використанням елементів цікавої математики особливе місце слід відводити класифікаціям. Вчителю потрібно якомога частіше використовувати класифікаційні діаграми, узагальнюючі таблиці та схеми як під час вивчення нового матеріалу.

Наприклад, для активізації знань про кути учням пропонується перелічити всі відомі їм види кутів, сформулювати їх означення. Після цього учні замальовують у зошит класифікаційну схему, подану на презентації:

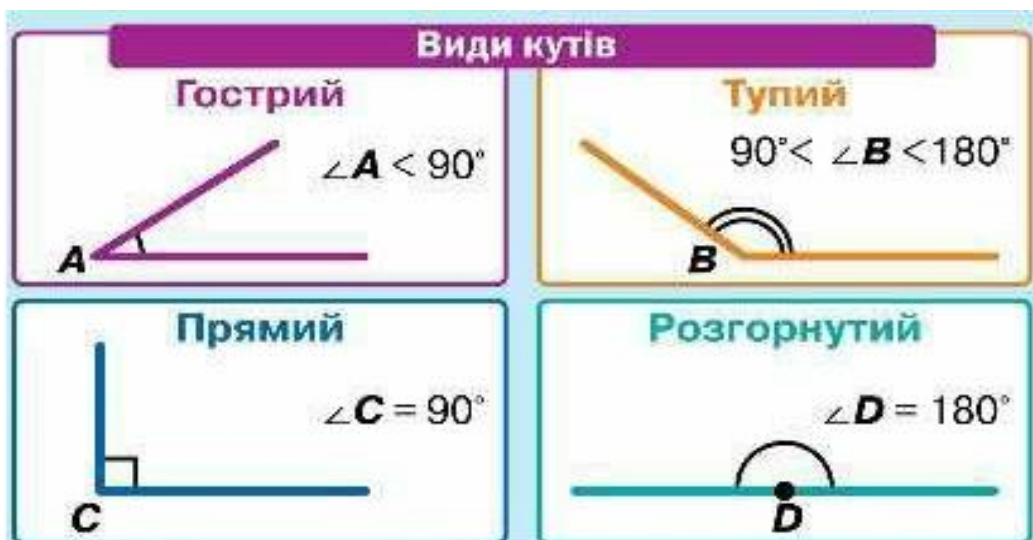


Рис. 2.5. Схема класифікації кутів

Наприклад, для активізації знань учням 9 класу при вивченні квадратичної функції доцільно запропонувати таке завдання: задати формулами функції, графіки яких зображені на рисунку:

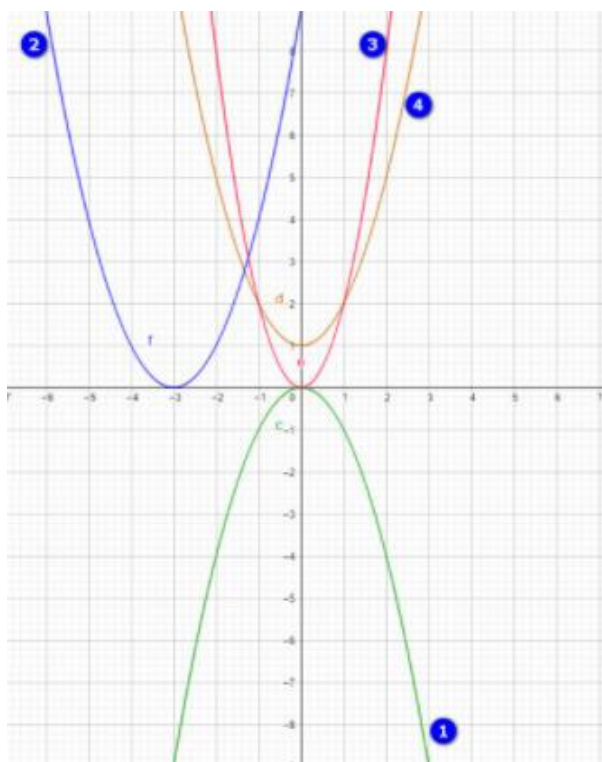


Рис. 2.6. Варіант завдань для графічного аналізу квадратичної функції

Для яких із цих функцій виконується умова:

- 1)  $a > 0, D > 0$ ;
- 2)  $a < 0, D > 0$ ;
- 3)  $a > 0, D < 0$ ;
- 4)  $a < 0, D = 0$ ;
- 5)  $a < 0, D < 0$ ?

Значний дидактичний ефект на уроках з цікавими завданнями дають взаємоперевірка та самоперевірка робіт із обговоренням результатів у формі гри.

Наприклад, «Чотирикутна колоподібність» при вивченні тем планіметрії «Чотирикутники» і «Вписані й описані чотирикутники» учням пропонуються завдання з послідуною самоперевіркою.



Рис. 2.7. Варіант завдання з послідуною самоперевіркою

Завдання:

1. Дослідити, які чотирикутники змальовані на картині? Перерахуйте їх, дайте визначення кожному, розкажіть якими властивостями і ознаками вони володіють. (Квадрат, паралелограм, прямокутник, ромб, прямокутна трапеція, рівнобедрена трапеція)

2. Що ви знаєте про вписані багатокутники? Біля будь-якого чотирикутника можна описати коло? Біля яких чотирикутників на картині описані кола? (Прямокутник, квадрат)

3. Які багатокутники називаються описаними біля кола? У які чотирикутники можна вписати коло? Які описані чотирикутники змальовані на картині? (Ромб, квадрат)

Наприклад, «Пробудження епітрохоїди» при вивченні теми «Рівняння кола» учням пропонуються завдання з послідуною самоперевіркою.

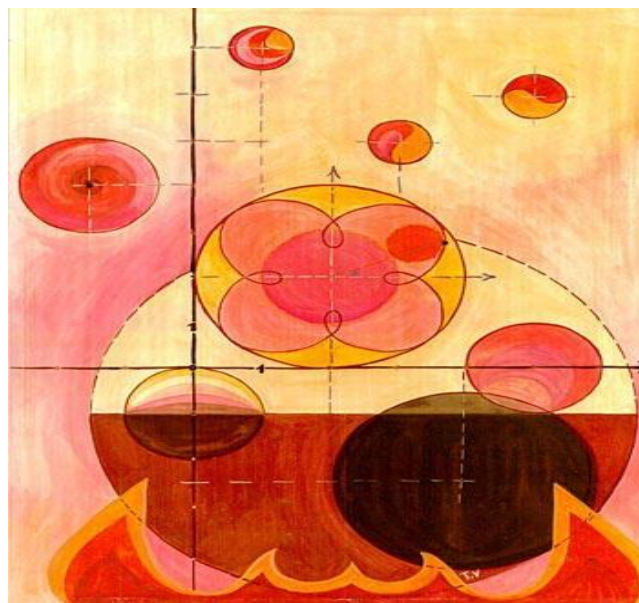


Рис. 2.8. Варіант завдання з послідуною самоперевіркою

Завдання:

1. Дослідити та записати рівняння дев'яти змальованих на картині кіл.

Відповідь:

$$(x-1)^2 + (y-7)^2 = 0,25;$$

$$(x-5)^2 + (y-6)^2 = 0,25;$$

$$(x-3)^2 + (y-5)^2 = 0,25;$$

$$(x+1,5)^2 + (y-4)^2 = 1;$$

$$(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4;$$

$$(x-5)^2 + y^2 = 1;$$

$$x^2 + (y+1)^2 = 1;$$

$$(x-2,5)^2 + (y+1)^2 = 16;$$

$$(x-4)^2 + (y+2,5)^2 = 4.$$

Таким чином, хочеться зазначити, що застосування різноманітних інтерактивних вправ та цікавих задач на різних етапах навчально-пізнавальної діяльності під час вивчення розглянутих вище та інших тем шкільного курсу математики основної школи підвищує інтерес до математики, вносить різноманітність у навчальну роботу, знімає втомленість, розвиває увагу, кмітливість, самостійність, творче мислення, почуття змагання і взаємодопомоги, необхідні навички спілкування, допомагає виробляти свідомі й міцні знання та вміння користуватися ними на практиці.

Уроки з використанням різноманітних інтерактивних вправ та цікавих задач навчають учнів з легкістю самостійно міркувати, відстоювати свої думки, ставити запитання, бути ініціативними в набутті нових знань. При

цьому повторенню належить виняткова роль, оскільки воно виконує незамінні функції у освітньому процесі: запобігає забуванню вивченого, допомагає актуалізувати здобуті раніше знання для успішного та якісного усвідомлення нового навчального матеріалу, дає змогу сформувати й удосконалити практичні вміння і навички, уточнити і поглибити засвоєне, узагальнити та систематизувати навчальний матеріал, виявити та ліквідувати прогалини у знаннях та вміннях учнів, а все це сприяє активізації пізнавальної діяльності учнів та підвищенню їх результативності взагалі.

### 2.3. Педагогічний експеримент та його результати

Дослідження проводилось у опорному закладі загальної середньої освіти І-ІІІ ступенів. Для проведення експерименту нами було взято два 8 класи (за рівнем стандарту) з майже однаковим рівнем успішності в навчанні (див. таблиця 2.1 і рис. 2.9). Кількість учнів, що брали участь в експерименті, була приблизно однаковою (8-А клас – 16 учнів, 8-Б клас – 15 учнів).

Таблиця 2.1

#### Рівні навчальних досягнень учнів на початок експерименту

<b>Бали</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Кількість учнів контрольної групи (8-А клас)	–	–	–	1	2	2	3	4	2	2	–	–
Кількість учнів експериментальної групи (8-Б клас)	–	–	–	2	2	1	4	3	2	–	1	–

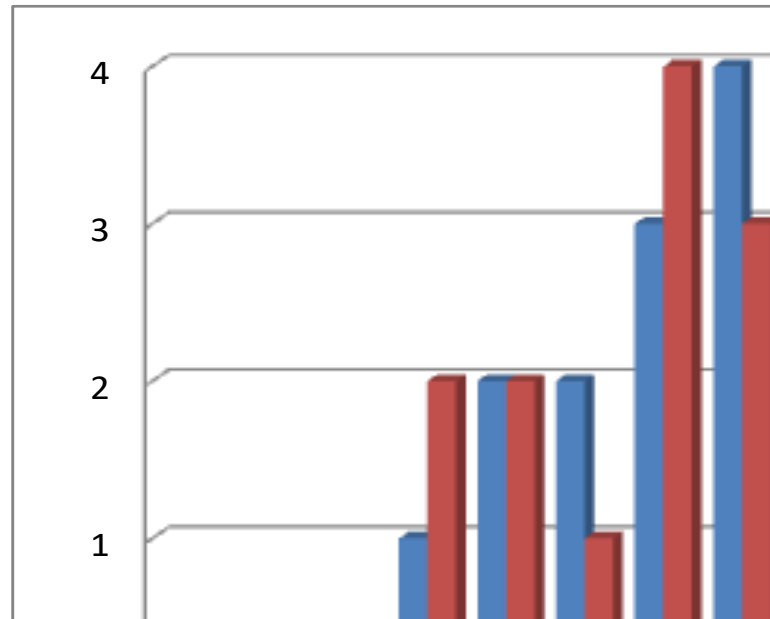


Рис. 2.9. Рівні навчальних досягнень учнів на початок експерименту

Експериментальне дослідження було проведено при вивченні учнями теми «Квадратні рівняння», бо вона є провідною в шкільному курсі алгебри основної школи, на її основі базується вся подальша теорія розв'язування будь-яких рівнянь, що зводяться до квадратних. Матеріал, пов'язаний з рівняннями, становить значну частину шкільного курсу математики. На вивчення теми «Квадратні рівняння» відводиться 18 годин у 8 класі без поглибленого вивчення математики (у нашому випадку) і 33 години з поглибленим вивченням. Їхнє вивчення в сучасній методиці математики пов'язане з трьома головними галузями свого виникнення й функціонування: прикладна спрямованість, теоретико-математична спрямованість та спрямованість на встановлення зв'язків з іншим змістом курсу математики.

Для цієї теми характерно багатство встановлюваних за її допомогою зв'язків у навчанні, тому їй належить важливе місце у змістовій лінії рівнянь і нерівностей.

В ході експерименту на уроках алгебри велось спостереження за динамікою зміни успішності учнів в обох класах на початок вивчення теми і на її кінець, а також спостерігався прояв пізнавальної активності, творчої самостійності, кмітливості учнів, їх зацікавленості тощо. Так, в ході вивчення даної теми, на уроках алгебри в експериментальній групі велика увага приділялась використанню різноманітних інтерактивних вправ (цікавих задач) на різних етапах навчально-пізнавальної діяльності (поточне, тематичне і заключне повторення). А на уроках математики у контрольній групі більше уваги і часу приділялося на роз'яснення нового матеріалу та його закріплення за традиційною схемою, а систематизація знань відбувалась лише на заключному етапі вивчення теми у формі тематичного повторення.

Аналіз результатів проведеного нами експериментального дослідження дає змогу зробити такі спостереження (відповідно до результатів тематичної контрольної роботи (див. додаток В), див. таблиця 2.2 і рис. 2.10):

*Таблиця 2.2*

**Рівні навчальних досягнень учнів на кінець експерименту**

<b>Бали</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Кількість учнів контрольної групи (8-А клас)	–	–	–	2	2	2	3	4	3	–	–	–
Кількість учнів експериментальної групи (8-Б клас)	–	–	–	–	–	1	2	4	4	2	2	–

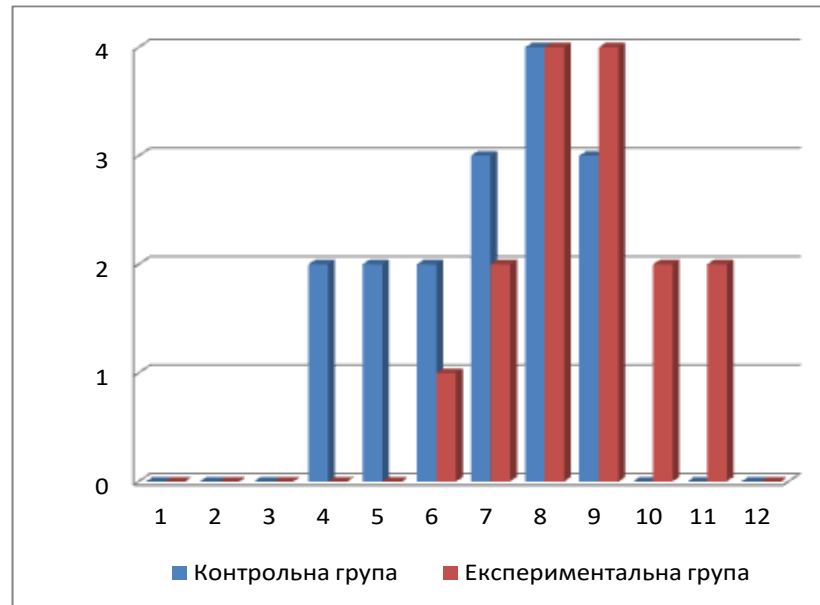


Рис. 2.10. Рівні навчальних досягнень учнів на кінець експерименту

Як бачимо, рівень успішності учнів в експериментальній групі підвищився наприкінці дослідження. Особливо підвищився рівень успішності учнів з більш високими показниками в навчанні. В той час як у контрольній групі відсоток успішності по високих балах навіть знизився, а посередніх – підвищився. Це можна пояснити тим, що в експериментальній групі увага учнів була зосереджена на найважливіших питаннях теми, взаємозв'язках між ними, установлення зв'язків між окремими поняттями, вивченими в різний час, та засвоєння їх у певній системі з цікавим змістом, що визивало захоплення та інтерес.

Аналіз отриманих даних дозволяє сформулювати гіпотезу щодо достовірностей відмінностей у рівнях розподілу показників успішності експериментальної та контрольної груп.

Достовірність цього була перевірена за допомогою критерію Манна-Уїтні, що підтвердило про те, що сформульоване наше припущення вірне: рівень засвоєння навчального матеріалу учнями експериментального класу вищий за рівень контрольного класу (матеріали обробки експериментальних даних наведені в додатку Д).

Таким чином, в ході дослідження, ми досягли поставленої мети й довели, що раціональне використання різноманітних вправ цікавої математики на різних етапах навчально-пізнавальної діяльності є ефективним засобом активізації пізнавальної діяльності учнів, який позитивно впливає на підвищення якості знань, умінь і навичок учнів, сприяє розвитку розумової діяльності та підвищенню результативності навчання математики взагалі.

## **ВИСНОВКИ ДО ДРУГОГО РОЗДІЛУ**

У ході аналізу теоретичних положень та узагальнення результатів формувального експерименту було доведено, що активізація пізнавальної діяльності є системоутворювальною основою сучасного навчання математики. Розглядаючи учня як суб'єкта пізнання, здатного до саморозвитку й усвідомленого оволодіння змістом освіти, педагог має орієнтувати освітній процес на підтримку індивідуальних можливостей, інтелектуальних запитів та пізнавальної ініціативи школярів. Такий підхід відповідає сучасним освітнім тенденціям, що підкреслюють необхідність формування компетентної, мотивованої та інтелектуально автономної особистості.

Проведене дослідження засвідчило, що методичні принципи активізації — проблемність, практична спрямованість, дослідницький характер навчання, взаємонавчання, індивідуалізація та самонавчання — створюють цілісну систему, яка забезпечує поступове розгортання пізнавальної активності учнів на різних етапах навчального процесу. У межах такої системи учні демонструють здатність до смислової інтерпретації навчального матеріалу, здійснення логічних міркувань, формулювання припущень та перевірки гіпотез, що є ознаками сформованого математичного мислення.

Емпіричні результати експерименту виявили суттєвий вплив вправ із елементами цікавої та нестандартної математики на розвиток пізнавальної діяльності учнів. Вправи цього типу сприяють формуванню вмінь

аналізувати математичні структури, виділяти ключові ознаки понять, встановлювати функціональні, логічні та причинно-наслідкові залежності. Вони посилюють інтелектуальну мотивацію та створюють умови для переходу від механічного відтворення до усвідомленого й гнучкого застосування знань у різних контекстах, включно з практичними ситуаціями.

Важливою закономірністю, встановленою в ході експерименту, є те, що включення творчих, ігрових і дослідницьких елементів у структуру уроку підвищує загальну якість навчальних досягнень. Учні демонстрували підвищений рівень зосередженості, пізнавальної ініціативності та здатності до самостійного розв'язання складних задач. Відбулося помітне зміцнення вольової та рефлексивної складових пізнавальної діяльності, що позитивно позначилося на загальній навчальній динаміці.

Таким чином, результати розділу підтвердили, що активізація пізнавальної діяльності не зводиться до окремих методичних прийомів, а має системний характер і передбачає створення розвивального освітнього середовища, спрямованого на формування інтелектуальної самостійності, стійкої мотивації та високого рівня математичної компетентності. Оволодіння такими компетентностями забезпечує учневі можливість ефективно діяти в умовах навчальних і життєвих викликів, а також сприяє формуванню здатності до самонавчання та подальшого інтелектуального розвитку.

## **ВИСНОВКИ**

У ході дослідження було визначено теоретичні й методичні засади активізації пізнавальної діяльності учнів основної школи засобами вивчення елементів цікавої математики. Проведений аналіз наукових джерел засвідчив, що формування пізнавального інтересу є одним із ключових чинників підвищення результативності навчання математики, адже саме інтерес

забезпечує внутрішню мотивацію, інтелектуальну активність та готовність учня долати навчальні труднощі.

У першому розділі роботи розглянуто сутність пізнавальної активності як комплексного психолого-педагогічного явища, що охоплює когнітивний, емоційний та вольовий компоненти. Проаналізовано зміст шкільного курсу математики та визначено його потенціал для розвитку логічного мислення, аналітичних здібностей і дослідницької культури учнів. Сформульовано психолого-педагогічні передумови й методичні умови, що сприяють активізації пізнавальної діяльності, серед яких особливе місце посідає використання проблемних, інтерактивних, творчих і нестандартних завдань.

У другому розділі запропоновано систему методичних рекомендацій щодо впровадження елементів цікавої математики у навчальний процес основної школи. До таких засобів віднесено логічні задачі, задачі-загадки, математичні жарти, «магічні квадрати», завдання на пошук закономірностей, вправи на інтуїтивні й творчі комбінації чисел. Продемонстровано, що використання цих прийомів створює умови для розвитку інтелектуальної ініціативи, критичного мислення, навичок аналізу та узагальнення, а також сприяє усвідомленому засвоєнню математичних понять.

Експериментальна частина підтвердила ефективність застосування елементів цікавої математики у процесі навчання. Учні, які працювали за запропонованою методикою, проявили вищий рівень пізнавальної активності, зацікавленість у навчанні та більшу готовність до самостійного розв'язання навчальних завдань. Це свідчить про те, що цікаві та нетрадиційні форми роботи не лише підсилюють мотиваційний компонент навчання, а й сприяють підвищенню якості математичної підготовки.

Узагальнюючи результати дослідження, можна стверджувати, що активізація пізнавальної діяльності учнів засобами цікавої математики є важливою умовою підвищення ефективності математичної освіти. Запропонована методика поєднує теоретичну обґрунтованість і практичну спрямованість, а її застосування забезпечує розвиток пізнавального інтересу,

формування ключових компетентностей і створює підґрунтя для успішного продовження навчання школярів у подальших ланках освіти.

Розкриття факту делегування завдань генеративному ШІ

Автори заявляють про використання генеративного ШІ у процесі дослідження та підготовки рукопису. Відповідно до таксономії GAIDeT (2025), наведені нижче завдання були делеговані інструментам генеративного ШІ за повного людського нагляду:

- Попереднє тестування гіпотез
- Пошук і систематизація літератури
- Переклад
- Моніторинг дотримання етичних стандартів
- Рекомендації

Використаний інструмент генеративного ШІ: ChatGPT 5.

Повну відповідальність за фінальний рукопис несуть автори.

Інструменти генеративного ШІ не зазначаються як автори та не несуть відповідальності за кінцеві результати.

Декларацію подав(ла): Ярослав Даниленко

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Алексюк А. М. Педагогіка вищої освіти України : навч. посіб. Київ : Либідь, 1998. 319 с.
2. Андрущенко В. П. Філософія освіти : навч. посіб. Київ : Либідь, 2020. 240 с.
3. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Методика навчання математики у школі. Київ : Знання, 2021. 384 с.
4. Бібік Н. М. Нова українська школа: poradnik для вчителя. Київ : МОН України, 2017. 206 с.
5. Блум Б. Таксономія освітніх цілей. Київ : Освіта, 1997. 320 с.
6. Бурда М. І., Колесник Т. В. Методика навчання математики : підручник. Київ : Вища школа, 2021. 312 с.
7. Виготський Л. С. Мислення і мова. Київ : Вища школа, 2021. 412 с.
8. Гаврилюк Т. В. Розвиток критичного мислення в процесі навчання математики. Львів : Сполом, 2022. 192 с.
9. Гейдж Н., Берлінер Д. Педагогічна психологія. Київ : Основи, 2020. 672 с.
10. Гільберт Д., Курант Р. Про науку і математику. Москва : Наука, 1970. 178 с.
11. Гнеденко Б. В. Занимательная математика. Київ : Наукова думка, 2020. 260 с.
12. Гончаренко С. У. Педагогічні дослідження : методологічні поради. Київ : Вища школа, 2020. 124 с.
13. Гуревич Р. С. Педагогічні технології : навч. посіб. Київ : Кондор, 2005. 396 с.
14. Данілов М. А., Скаткін М. Н. Дидактика сучасної школи. Москва : Просвещение, 1975. 318 с.
15. Дорофєєв Г. В. Математичні ігри та задачі. Харків : Ранок, 2020. 176 с.
16. Занков Л. В. Навчання і розвиток. Київ : Освіта, 2020. 304 с.
17. Капіносов А. С. Проблемні ситуації на уроках математики. Київ : Освіта, 2021. 108 с.
18. Кларін М. В. Інноваційні моделі навчання. Київ : Освіта України, 2019. 312 с.
19. Кісельова О. М. Цікаві задачі та їх роль у формуванні математичного мислення. Київ : Педагогічна думка, 2023. 128 с.

20. Козлова І. В. Цікава математика як засіб активізації пізнавальної діяльності. Математика в школі. 2019. № 4. С. 10–14.
21. Крутецький В. А. Психологія математичних здібностей учнів. Київ : Ніка-Центр, 2020. 512 с.
22. Лернер І. Я. Процес навчання і його закономірності. Москва : Педагогіка, 1980. 175 с.
23. Мальований Ю. І. Теорія і методика навчання математики. Київ : Освіта України, 2022. 336 с.
24. Марзано Р. Нові підходи до навчання й оцінювання. Київ : Літера ЛТД, 2022. 312 с.
25. Матяш Н. В. Пізнавальна активність школярів: теорія і практика. Київ : Педагогічна думка, 2021. 256 с.
26. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б. Алгебра : підручник для 7–9 класів. Київ : Гімназія, 2022. 368 с.
27. Морзе Н. В., Варецька О. В. Інноваційні технології в освіті. Київ : Університетська книга, 2021. 240 с.
28. Онишук В. А. Методика навчання математики в середній школі. Київ : Радянська школа, 1976. 292 с.
29. Пентилюк М. І. Основи наукових досліджень : навч. посіб. Київ : Академія, 2011. 208 с.
30. Перельман Я. І. Цікава математика. Львів : Видавництво Старого Лева, 2021. 288 с.
31. Піаже Ж. Психологія інтелекту. Київ : Основи, 2019. 224 с.
32. Поліщук В. А. Інтерактивні методи навчання математики. Харків : Основа, 2022. 144 с.
33. Пометун О. І., Пироженко Л. В. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання. Київ : А.С.К., 2020. 256 с.
34. Савченко О. Я. Дидактика початкової школи : підручник. Київ : А.С.К., 2021. 368 с.
35. Селевко Г. К. Сучасні освітні технології. Харків : Основа, 2019. 298 с.
36. Страусс Е. Математичні головоломки та логічні ігри. Київ : Наш Формат, 2019. 224 с.
37. Сухомлинський В. О. Серце віддаю дітям. Київ : Либідь, 2020. 352 с.
38. Фрідман Л. М. Психологія математичного мислення. Київ : Педагогічна думка, 2018. 276 с.
39. Фрайер М., Андерсон А. Компетентнісне навчання : практичний посібник. Київ : Лабораторія, 2021. 198 с.
40. Хетті Дж. Видиме навчання. Вплив учителя. Київ : Освіта України, 2021. 376 с.
41. Шаталов В. Ф. Точка опори. Москва : Педагогіка, 1987. 256 с.

42. Щукіна Г. І. Активізація пізнавальної діяльності школярів. Москва : Просвещение, 1979. 160 с.
43. Конституція України : Закон України від 28 черв. 1996 р. № 254к/96-ВР.
44. Про освіту : Закон України від 05 верес. 2017 р. № 2145-VIII.
45. Про повну загальну середню освіту : Закон України від 16 січ. 2020 р. № 463-IX.
46. Державний стандарт базової середньої освіти : постанова Кабінету Міністрів України від 30 верес. 2020 р. № 898.
47. Концепція реалізації державної політики у сфері реформування загальної середньої освіти «Нова українська школа» на період до 2029 року : розпорядження КМУ від 14 груд. 2016 р. № 988-р.

## Додаток А

Анкета для учнів щодо виявлення рівня пізнавального інтересу до математики

**Мета:** визначити ставлення учнів до вивчення математики, виявити чинники мотивації та причини зниження інтересу.

**Прізвище, ім'я (необов'язково):** \_\_\_\_\_

**Клас:** \_\_\_\_\_

**Оберіть один або кілька варіантів відповіді.**

**1. Як ви ставитеся до уроків математики?**

- дуже подобається
- переважно подобається
- нейтрально
- не подобається
- зовсім не подобається

**2. Що саме вам найбільше подобається на уроках?**

- розв'язування задач
- робота в групах
- цікаві математичні факти
- ігрові вправи
- пояснення вчителя
- інше: \_\_\_\_\_

**3. Що викликає найбільші труднощі?**

- складність матеріалу
- швидкий темп уроку
- недостатньо прикладів
- багато формул
- розв'язування складних задач
- інше: \_\_\_\_\_

**4. Чи подобаються вам нестандартні або цікаві задачі?**

- так
- скоріше так
- скоріше ні
- ні

**5. Що допомогло б вам краще розуміти математику?**

- більше практичних прикладів
- пояснення з візуалізацією

- робота з комп'ютером
- ігрові форми
- повільніший темп пояснення
- додаткові завдання
- інше: \_\_\_\_\_

**6. Як часто ви працюєте самостійно?**

- майже завжди
- часто
- інколи
- рідко
- практично ніколи

**ДОДАТОК Б**  
**ЗРАЗКИ ЦІКАВИХ, ЛОГІЧНИХ І НЕСТАНДАРТНИХ**  
**МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ**  
**ІЗ РОЗВ'ЯЗАННЯМИ ТА ВІДПОВІДЯМИ**

**1. Логічні задачі**

**Задача 1 (Рівень А)**

На столі лежать 5 білих і 5 чорних кульок. Яку мінімальну кількість потрібно витягти навмання, щоб гарантовано отримати дві однакового кольору?

**Розв'язання.**

Найгірший випадок: спочатку витягуємо одну білу і одну чорну (2 кульки — різні кольори). Третя кулька обов'язково збігатиметься з одним із кольорів.

**Відповідь:** 3 кульки.

**Задача 2 (Рівень А)**

У трикутнику одна сторона більша за суму двох інших. Скільки трикутників можна побудувати?

**Розв'язання.**

За нерівністю трикутника: жодна сторона не може бути більшою за суму двох інших. Якщо така ситуація має місце, фігура не є трикутником.

**Відповідь:** жодного.

**Задача 3 (Рівень В)**

О 12:00 годинникові стрілки збігаються. Через скільки хвилин вони утворять прямий кут?

**Розв'язання**

Хвилинна стрілка рухається на  $6^\circ$  за хвилину, годинникова — на  $0,5^\circ$  за хвилину.

Нехай через  $t$  хвилин між ними  $90^\circ$ :

хв.

Далі друга позиція: , звідси  $t \approx 49,09$  хв.

**Відповідь:** приблизно через 16 хв 22 с та 49 хв 5 с.

#### **Задача 4 (Рівень В)**

Два учні виконують завдання. Перший помиляється в кожному 4-му прикладі, другий — у кожному 6-му. У якому за рахунком прикладі вони помиляться одночасно?

**Розв'язання.**

Шукаємо НСК(4, 6) = 12.

**Відповідь:** у 12-му прикладі.

#### **2. Задачі-парадокси**

##### **Задача 5 (Рівень А)**

Фермер мав 15 овець. 8 не втекли. Скільки залишилося?

**Розв'язання.**

8 не втекли, отже 8 залишилося.

**Відповідь:** 8.

##### **Задача 6 (Рівень А)**

Число збільшили на 20%, а потім зменшили на 20%. Чи повернеться воно до початкового значення?

**Розв'язання.**

Нехай було 100.

Після збільшення на 20%: 120.

Після зменшення 120 на 20%:  $120 \cdot 0,8 = 96$ .

Отже, значення зменшилося.

**Відповідь:** ні, число стане меншим (на 4%).

##### **Задача 7 (Рівень С) – «пропала гривня»**

Потрібно знайти логічну помилку в тексті задачі.

**Ідея розв'язання.**

Неправильно підсумовано:  $196 + 1$ . Правильно порівнювати  $195$  (сума, що залишилась у кафе) +  $5$  (здача) =  $200$ .

**Відповідь:** помилка у тому, що 1 грн додають до 196, хоча її потрібно віднімати.

##### **Задача 8 (Рівень В)**

Мотузка прив'язана до човна, човен піднявся з водою. Чи зміниться довжина частини мотузки в воді?

**Розв'язання.**

Човен піднімається разом із водою, мотузка рухається разом із човном.

**Відповідь:** довжина зануреної частини не зміниться.

### 3. Головоломки та задачі на закономірності

#### Задача 9 (Рівень А)

Послідовність: 3, 6, 12, 24, ...

**Розв'язання.**

Кожен наступний член у 2 рази більший від попереднього.

**Відповідь:** наступні числа: 48, 96, ...

#### Задача 10 (Рівень В)

Яка цифра стоїть на 2030-й позиції в періоді дробу  $\frac{1}{7}$ ?

$$\frac{1}{7} = 0, (142857) \text{ — період довжини } 6.$$

**Розв'язання.**

Ділимо 2030 на 6:

$$2030 : 6 = 338 \text{ остача } 2.$$

Отже, потрібна 2-га цифра періоду – «4».

**Відповідь:** 4.

#### Задача 11 (Рівень В)

У квадраті ABCD точка M — середина BC. Площа квадрата — 16. Знайти площу трикутника AMD.

**Розв'язання (ідея).**

Сторона квадрата:  $a = 4$ .

M — середина BC  $\Rightarrow$  BM = MC = 2.

Розкласти квадрат на трикутники або використати координати:

A(0,0), B(4,0), C(4,4), D(0,4), M(4,2).

Знайти площу за формулою площі трикутника за координатами.

Обчислення дають площу 8.

**Відповідь:** 8.

**Графічна модель:**

Схема квадрата ABCD з точкою M (середина BC).

**Задача 12 (Рівень С)**

10 монет, частина «орлом», частина — «решкою». Треба (із заплющеними очима) розділити їх на дві купи так, щоб у кожній було однаково «орлів».

**Розв'язання (ключова ідея).**

Відкласти 5 монет в окрему купу й усі їх перевернути. У обох купах буде однакова кількість монет «орлом».

**Відповідь:** взяти будь-які 5 монет, зробити з них другу купу, всі 5 перевернути.

**4. Прикладні та життєві задачі****Задача 13 (Рівень В)**

Фарби 12 кг, першого дня 2 кг, далі щодня +15% до попереднього.

**Розв'язання (схематично).**

1-й: 2

2-й:  $2 \cdot 1,15 = 2,3$

3-й:  $2,3 \cdot 1,15 \approx 2,645$

4-й:  $\approx 3,042$

Сума за 4 дні  $\approx 10$  кг,

5-й день:  $\approx 3,498 \rightarrow$  разом  $\approx 13,5$  кг  $> 12$ .

Отже, ремонт тривав 5 днів, але фактичну витрату можна скоригувати.

**Відповідь (як модельна):** 4–5 днів (з уточненням у пояснювальній записці).

**Задача 14 (Рівень А)**

Ціна +30%, потім –20%. Нехай було 100.

Після +30%: 130.

Після –20%:  $130 \cdot 0,8 = 104$ .

**Відповідь:** нова ціна на 4% більша за початкову.

**Задача 15 (Рівень В)**

Півшляху — 60 км/год, половина — 90 км/год.

Нехай шлях = 2S.

$$\text{Час: } t = \frac{S}{60} + \frac{S}{90} = \frac{3S + 2S}{180} = \frac{5S}{180}.$$

$$v = \frac{2S}{t} = \frac{2S}{\frac{5S}{180}} = \frac{360}{5} = 72$$

Середня швидкість:

$$\frac{180}{5}$$

**Відповідь:** 72 км/год.

## 5. Дослідницькі задачі

### Задача 16 (Рівень С)

Мінімум  $f(x) = x^2 - 5x + 6$  на  $Z$ .

**Розв'язання (коротко).**

Записати як:  $(x - 2,5)^2 - 0,25$ . Мінімум параболи при  $x = 2,5$ .

Перевіряємо сусідні цілі:

$$f(2) = 4 - 10 + 6 = 0,$$

$$f(3) = 9 - 15 + 6 = 0.$$

**Відповідь:** найменше значення дорівнює 0.

### Задача 17 (Рівень В–С)

Функція  $y = \frac{6}{x}$ . Дослідити зміну при збільшенні  $x$ .

**Ідея розв'язання:**

При збільшенні  $x$  у 2, 3, 4 рази значення  $y$  зменшується в стільки ж разів (обернена пропорційність).

**Графічна модель:**

Графік гіперболи  $y = \frac{6}{x}$ .

### Задача 18 (Рівень С)

Учень придумав «правило» для квадрату числа.

Розв'язання — перебір кількох значень і формальне доведення, що правило суперечить властивостям квадрата.

**Відповідь:** правило не є універсально правильним, не відповідає дійсному означенню квадрата числа.

## 6. Творчі та ігрові задачі

### Задача 19 (Рівень С)

Скласти власну задачу-пастку.

**Відповідь:** вільна творча робота учня.

**Задача 20 (Рівень С)**

Послідовність з різницями цифр.

**Відповідь:** залежить від вибору початкового числа, результат дослідження оформлюється у вигляді міні-проєкту.