

Міністерство освіти і науки України
Бердянський державний педагогічний університет
Факультет фізико-математичної, комп'ютерної та технологічної освіти
Кафедра фізики, математики та методики навчання

«Допущено до захисту»
Завідувач кафедрою
д.п.н., проф. Олександр ШКОЛА
«5» грудня 2025 р.

**Методичні особливості формування дослідницької компетентності
учнів 10–11 класів профільної школи засобами гейміфікації
навчання математики**

Кваліфікаційна робота

Виконавець: здобувач другого рівня вищої
освіти, групи м2МА-з

Галузь знань: Освіта

Спеціальність: 014 Середня освіта

предметної спеціальності 014.04 Середня
освіта(Математика)

ПІБ: Анастасія КОВБА

Керівник: к. п. н., Світлана ПАНОВА

Рецензент: к.п.н. Василь МАЦЮК

м . Запоріжжя - 2025 рік

ЗАВДАННЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

КОВБИ Анастасії Олексіївни

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи : “Методичні особливості формування дослідницької компетентності учнів 10–11 класів профільної школи засобами гейміфікації навчання математики”

Керівник роботи: ПАНОВА Світлана Олегівна

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по університету від «02» грудня 2025 року № 718с.

2. Строк подання студентом роботи: 01.12.2025 р.
3. Вихідні дані до роботи: теоретично обґрунтувати та визначити методичні особливості застосування гейміфікації у процесі формування дослідницької компетентності учнів 10–11 класів профільної школи.
4. Зміст пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити):
- Проаналізувати психолого-педагогічні основи формування дослідницької компетентності учнів старшої школи.
 - Дослідити сутність, принципи та педагогічний потенціал гейміфікації у навчанні математики.
 - Визначити методичні особливості використання гейміфікаційних технологій для розвитку дослідницьких умінь учнів
 - Розробити практичні рекомендації та приклади гейміфікованих завдань для формування дослідницької компетентності у старшокласників.
5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень) (за необхідністю): _____
6. Консультанти розділів роботи (якщо передбачені):

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

7. Дата видачі завдання: 27.09. 2025 р

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

<i>№ з/п</i>	<i>Назва етапів кваліфікаційної роботи</i>	<i>Строк виконання етапів роботи</i>	<i>Примітка</i>
	Формулювання теми кваліфікаційної роботи, підготовка вступу, складання плану	Вересень 2024 р.	
	Аналіз літературних джерел за темою дослідження. Підготовка підрозділів 1.1, 1.2.	Січень 2025р.	
	Підготовка підрозділу 1.3, 1.4. Написання висновків до першого розділу.	Березень 2025р.	
	Підготовка до проведення до експериментального дослідження.	Квітень 2025р.	
	Написання 2 розділу за темою дослідження та за результатами експерименту.	Вересень 2025р.	
	Оформлення підсумкового варіанту кваліфікаційної роботи відповідно до чинних вимог.	Грудень 2025р.	

Здобувач:



Анастасія КОВБА

(підпис)

(прізвище та ініціали)

Керівник роботи:



Світлана ПАНОВА

ЗМІСТ

Вступ	5
Розділ I. Теоретико-методологічні основи формування дослідницької компетентності учнів старшої профільної школи засобами гейміфікації.....	7
1.1. Сутність поняття «дослідницька компетентність» у системі математичної освіти.	
1.2. Психолого-педагогічні особливості учнів 10–11 класів, що впливають на формування дослідницьких умінь.....	11
1.3. Гейміфікація як сучасна технологія активізації навчально-пізнавальної діяльності школярів.....	15
1.4. Взаємозв’язок між гейміфікацією та розвитком дослідницької компетентності в процесі навчання математики.....	18
Висновки до розділу I.....	22
Розділ II. Методичні особливості формування дослідницької компетентності учнів старшої профільної школи засобами гейміфікації.....	25
2.1. Розроблення та впровадження дидактичних ігор і гейміфікованих дослідницьких завдань у навчанні математики старшої профільної школи.....	25
2.2 Проведення експерименту та аналіз його результатів.....	36
2.3 Приклади гейміфікованих уроків і позакласних заходів з математики дослідницького спрямування.....	42
Висновки до розділу II.....	45
Висновки	48
Декларація про використання ІІІ.....	51
Список використаних джерел	52
Додатки	55

ВСТУП

Актуальність дослідження: Сучасна система освіти України орієнтована на формування компетентнісного підходу, що передбачає розвиток у старшокласників не лише знань, а й здатності самостійно досліджувати, аналізувати та отримувати інформацію в нових ситуаціях. у контексті профільного навчання особливої ваги відбувається формування дослідницької компетентності як складової успішної підготовки учнів до подальшої освіти та професійної діяльності.

Математика, як фундаментальна наука, прогресує ключову роль у розвитку логічного, аналітичного та критичного мислення, що є основою дослідницької діяльності. Проте практика практикує, що традиційні підходи до навчання часто не забезпечують достатнього рівня мотивації та успішності учнів, особливо в 10–11 класах, коли навчальний процес ускладнюється підготовкою до зовнішнього оцінювання. У зв'язку з цим виникає потреба у впровадженні інноваційних педагогічних технологій, які б стимулювали інтерес до предмета й розвивали дослідницьку активність.

Одним із перспективних напрямків удосконалення навчання математики є гейміфікація — використання ігрових механізмів та елементів у неігровому освітньому середовищі. Гейміфікація дозволяє зробити процес пізнання більш захопленим, полегшити формування внутрішньої мотивації до навчання, активізує мислення, розвиває самостійність і навички співпраці. Застосування гейміфікованих методик у процесі навчання математики створює умови для формування дослідницької компетентності учнів через постановку проблемних завдань, пошук шляхів розв'язання, аналіз результатів і рефлексію.

Об'єкт дослідження - процес навчання математики в 10–11 класах профільної школи.

Предмет дослідження - методичні особливості формування дослідницької компетентності учнів старшої школи засобами гейміфікації навчання математики.

Мета дослідження — теоретично обґрунтувати та визначити методичні особливості застосування гейміфікації у процесі формування дослідницької

компетентності учнів 10–11 класів профільної школи.

Завдання дослідження:

1. Проаналізувати психолого-педагогічні основи формування дослідницької компетентності учнів старшої школи.
2. Дослідити сутність, принципи та педагогічний потенціал гейміфікації у навчанні математики.
3. Визначити методичні особливості використання гейміфікаційних технологій для розвитку дослідницьких умінь учнів.
4. Розробити практичні рекомендації та приклади гейміфікованих завдань для формування дослідницької компетентності у старшокласників.

Методи дослідження: Аналіз психолого-педагогічної, методичної та наукової літератури; порівняльний аналіз педагогічних технологій; Спостереження та узагальнення педагогічного досвіду; Педагогічний експеримент з упровадження гейміфікаційних методик у навчальний процес.

Теоретичне і практичне значення дослідження полягає у: теоретичному обґрунтованні та розробці дидактичних ігор, гейміфікованих дослідницьких завдань, прикладів гейміфікованих уроків і позакласних заходів з математики дослідницького спрямування, які можуть використовувати вчителі старшої профільної школи.

Структура роботи. Робота складається з вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел (42 найменувань). Робота містить 79 сторінок комп'ютерного тексту, ілюстрована 2 таблицями та 17 рисунками.

Розділ І. ТЕОРЕТИКО-МЕТОДОЛОГІЧНІ ОСНОВИ ФОРМУВАННЯ ДОСЛІДНИЦЬКОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ СТАРШОЇ ПРОФІЛЬНОЇ ШКОЛИ ЗАСОБАМИ ГЕЙМІФІКАЦІЇ

1.1 Сутність поняття «дослідницька компетентність» у системі математичної освіти.

У сучасному освітньому просторі відбувається фундаментальна зміна пріоритетів: фокус зміщується з пасивного нагромадження інформації на формування компетентностей. Компетентність визначається як інтегрована здатність особистості — поєднання знань, практичних навичок, способів мислення та ціннісних установок, що дозволяє індивіду успішно функціонувати у динамічних або нестандартних ситуаціях. У цьому руслі дослідницька компетентність набуває ключового значення, стаючи наріжним каменем освіти, що стимулює самостійне пізнання, критичний аналіз, пошук рішень та ефективне застосування здобутих знань.

Аналіз наукових джерел як українських, так і закордонних, розкриває різноманіття підходів до визначення дослідницької компетентності. Низка вчених, зокрема Щербань І. М. та Савченко В. В., трактують її як комплексну особистісну характеристику — «складне утворення, що синтезує знання, вміння, навички та досвід дослідницької роботи», яка також включає внутрішню готовність і мотивацію до такої діяльності [1;29]. Інші дослідники, порівнюючи кваліфікаційні системи, підкреслюють її винятково важливу роль, оскільки вона дає людині можливість орієнтуватися, знаходити, обробляти та систематизувати інформацію в умовах інформаційної невизначеності [28;17]. Ці концепції створюють основу для виокремлення сутнісних рис цієї якості. Наприклад, у роботі Василенко К., присвяченій підготовці майбутніх педагогів, дослідницька компетентність має чітку чотирирівневу структуру: мотиваційно-ціннісний, інформаційно-змістовий, операційно-діяльнісний та оцінно-рефлексивний компоненти [1].

Коли ми переходимо до специфіки математичної освіти, з'являються

характерні особливості, зумовлені природою самої дисципліни. Математика історично є інструментом для розвитку логічного мислення, аналітичних здібностей, а також умінь абстрагувати, узагальнювати та моделювати. Вона створює ідеальне середовище для розгортання дослідницької роботи: пошук закономірностей, конструювання математичних моделей, вивчення властивостей об'єктів, формулювання припущень (гіпотез), їхнє тестування та логічне обґрунтування. У цьому контексті дослідницька компетентність у математиці виходить за рамки простого засвоєння алгоритмів чи формул. Це здатність учня приймати роль дослідника: ставити оригінальні питання, самостійно обирати методи розв'язання, критично оцінювати результати, робити висновки та прогнозувати подальший розвиток ідеї [8;33].

Так, дослідження Коваленко А. О. акцентує увагу на формуванні цієї компетентності в шкільному курсі з використанням інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ), виділяючи когнітивний (знання про дослідження), мотиваційно-оцінний (зацікавленість, готовність) та діяльнісно-практичний (навички дослідження) компоненти, що підтверджує її інтегративний характер — поєднання знань, дій і ставлення [27]. Роботи Гриб'юк О. О. та Юнчик В. Л. демонструють, що використання динамічної математичної системи GeoGebra значно підвищує рівень дослідницької компетентності через розв'язання евристичних задач, побудову моделей та пошук оригінальних рішень [9; 20].

Таким чином, для математичної галузі характерні такі ознаки дослідницької компетентності: орієнтація на пошук, коли учень генерує власні питання та висуває гіпотези; застосування математичного апарату в нових умовах (задачі, які не мають готового алгоритму); самооцінка та рефлексія процесу; синтез знань, умінь і ціннісних орієнтацій (позитивне ставлення до пошуку); а також контекстуалізація та моделювання (побудова моделей та експериментування з ними).

Спираючись на ці наукові розробки, дослідницька компетентність має чітку структуру:

1. Мотиваційно-ціннісний компонент характеризує готовність і прагнення учня

до пошукової роботи, усвідомлення її важливості та наявності ціннісного ставлення (наприклад, цікавість, ініціативність) [1; 23].

2. Когнітивно-змістовий компонент включає знання методів дослідження, ключових математичних понять, процедур моделювання, формування гіпотез та аналізу даних, а також володіння базовим математичним інструментарієм [8; 27].

3. Діяльнісно-практичний компонент відображає уміння застосовувати математичні методи та інструменти, будувати модель, проводити дослідження, вносити правки у процес та коригувати результати [17; 18].

4. Оцінювально-рефлексивний компонент — це здатність до критичного самоаналізу виконаної роботи, об'єктивна оцінка результатів, формулювання чітких висновків, врахування можливих прорахунків і планування подальших дій [1; 14].

Така деталізація підтверджує, що розвиток дослідницької компетентності є не разовим впровадженням прийому, а комплексним, послідовним процесом, що охоплює спонукання, змістовне наповнення, практичну активність та осмислення.

У профільній математичній школі (10–11 класи) формування цієї якості стає особливо актуальним. Цей період відзначається зростанням рівня абстракції матеріалу, потребою перейти від репродуктивного засвоєння до креативного мислення та активізації самостійної діяльності учнів. Саме тут поглиблюються навички моделювання, обґрунтування та доведення, які є невід'ємними складовими дослідження [6]. Наукові праці, наприклад, дослідження Мацюк В. М., підтверджують ефективність методів, орієнтованих на пошукову діяльність у старшій школі, зазначаючи, що дослідницька компетентність повинна проявлятися як певний рівень розвитку мисленнєвих процесів і пізнавальної активності [22]. Крім того, використання інтерактивних засобів (як-от ІКТ) додатково стимулює автономну позицію учня.

Отже, у профільному навчанні математики пріоритетом є не лише передача академічного знання, а й створення умов для учнівської дослідницької ініціативи: постановка проблемних ситуацій, пошукові завдання, можливість самостійного вибору стратегії та критичний розгляд результатів.

З огляду на сутність дослідницької компетентності, викладачу математики слід керуватися такими методичними напрямками:

- Створення проблемних ситуацій, що спонукають учнів до формулювання власних питань та висування припущень.
- Застосування математичного моделювання, комп'ютерних або динамічних систем (наприклад, GeoGebra), що дозволяє учням конструювати об'єкти, експериментувати з ними та спостерігати наслідки.
- Активне залучення учнів до індивідуальної чи групової роботи у формі міні-досліджень або проєктів.
- Забезпечення етапу осмислення (рефлексії): аналіз процесу дослідження, оцінка досягнутих рішень і планування подальших кроків.
- Інтеграція інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) як інструменту для розширення можливостей дослідження (для візуалізації, моделювання).
- Послідовне зростання складності: перехід від пошукових завдань із контрольованими умовами до відкритих задач, де шлях рішення обирається самостійно, що є головним стимулом для розвитку компетентності.

Водночас, існують і певні перешкоди. Як слушно зауважує Грудинін Б. О., часто бракує систематизованого педагогічного підходу, який би органічно поєднував знання різних предметів, методичні прийоми та технології для цілеспрямованого розвитку цієї якості. Крім того, жорсткі навчальні програми та орієнтація на стандартизовані тестові формати можуть обмежувати можливості для справжньої, глибокої дослідницької роботи. Тому методика викладання математики у 10–11 класах має знайти баланс між програмними вимогами та необхідністю стимулювати дослідницьку компетентність. Великі перспективи відкриває розвиток цифрових та гейміфікованих освітніх інструментів, які забезпечують учням простір для активної дослідницької позиції в інтерактивному режимі [9; 10; 27].

Дослідницька компетентність у викладанні математики — це ключова інтегрована якість учня, яка слугує мостом від механічного відтворення матеріалу

до активної, творчої та усвідомленої пошукової діяльності. Її формування — це комплексний процес, що базується на мотивації, знаннях, практиці та рефлексії, набуваючи особливої ваги у 10–11 класах профільної школи, де створюються умови для поглибленого, дослідницького вивчення математики.

1.2 Психолого-педагогічні особливості учнів 10–11 класів, що впливають на формування дослідницьких умінь

Перехід до старшої школи — 10-11 класи — супроводжується не лише змінами в програмному навантаженні, але й суттєвими психологічними трансформаціями особистості, її пізнавальних, мотиваційних, рефлексивних структур. Ці трансформації створюють як можливості, так і виклики для формування дослідницьких умінь — умінь ставити питання, планувати і проводити дослідження, аналізувати результати й робити висновки. Розглянемо ключові аспекти цих особливостей [14; 23].

У віковому періоді 10–11 класів відбувається розвиток абстрактного, критичного та рефлексивного мислення. Учні здатні працювати із поняттями, узагальненнями, здійснювати аналіз, синтез, моделювання ситуацій. Це створює потенціал для дослідницької діяльності — коли завдання виходять за межі алгоритмічних вправ і стають проблемними або пошуковими. У статті У статті про пропедевтику дослідницької компетентності учнів старших класів у процесі навчання фізики зазначено, що структура дослідницької компетентності учнів старших класів містить мотиваційний, операційний, рефлексивний та технологічний компоненти — тобто пізнавальні процеси, що виходять за межі простого засвоєння [29].

Проте, не всякий розвиток мислення гарантує дослідницьку діяльність: важливо, щоб учні мали досвід вибору способу діяльності, нестандартності, експериментування — тобто щоб пізнавальна структура була орієнтована на пошук. У дослідженні The system of research competencies of high school students at

chemistry profile learning стверджується, що дослідницькі компетентності формуються саме в процесі діяльності дослідження, коли учні переходять від простих операцій до більш високих психічних структур. [30]

Отже, пізнавальна готовність старшокласників — критична передумова для формування дослідницьких умінь: вони мають вміти аналізувати, моделювати, гіпотезувати, а не лише виконувати готові алгоритми.

У старших класах багато учнів перебуває у стадії самовизначення: вибір профілю, планування подальшої освіти чи професії, усвідомленість навчальної діяльності. Цей процес створює мотиваційну базу, яка може бути або стимулом, або бар'єром для дослідницької діяльності. У дослідженні Formation of research competence of high school students було показано, що дослідницька компетентність розкриває рівень розвитку мисленнєвих процесів і дослідницької активності учнів. Визначено, що вона формується тільки в процесі дослідницької діяльності, і ключовими є такі чинники: самостійність, ініціатива, готовність до пошуку [22].

Учень, який орієнтований на результати, оцінювання, а не на процес дослідження, може не включатись у пошукову діяльність. Потреба в особистісному сенсі діяльності, відчуття значущості власного внеску — це складові ціннісно-мотиваційного компоненту. Стаття Сутність поняття «дослідницька компетентність» у вітчизняній та зарубіжній літературі звертає увагу, що дослідницька компетентність визначається як інтегральна особистісна якість, що включає вмотивованість і ціннісне ставлення до дослідження. Важливо створювати мотивуюче середовище: коли старшокласник бачить власну позицію, результат, можливо, відповідальність за хід дослідження. Тоді мотивація не зводиться до зовнішньої (оцінка, бал) — а стає внутрішньою пошуковою. [1].

Формування дослідницьких умінь потребує не лише знань і мотивації, але й здатності до самостійної діяльності, планування, контролю й оцінки виконаної роботи. У віковому секторі 10-11 класів підвищується потреба в автономії, саморегуляції. Старшокласники можуть брати на себе відповідальність за вибір теми, методів, шляху дослідження — і це створює умови для дослідницької

діяльності. У дослідженні Міляєвої В. Р. та Калюжної І. П. (2019) «Особливості психологічно-педагогічного супроводу професійного самовизначення старшокласників» підкреслено, що супровід має будуватися за суб'єкт-суб'єктною стратегією взаємодії, коли учень виступає як активний учасник, а не пасивний об'єкт [31].

У цьому ж контексті рефлексія — аналіз власної діяльності, висновки, коригування — стає необхідною складовою дослідницької діяльності. Грудинін вказує, що одна зі складових структури дослідницької компетентності — рефлексивна[29].

Відповідно, педагогічні умови повинні надавати учням простір для вибору, помилки, обговорення результатів, самооцінки — не просто виконання завдань, а аналіз зробленого.[23; 24].

Учні 10-11 класів активно взаємодіють із ровесниками, перебувають під впливом групових норм, мають потребу у спільній діяльності. Дослідницька діяльність часто виграє, якщо вона організована групою, командою — коли учні беруть на себе ролі, обговорюють гіпотези, співпрацюють. У дослідженні Нечипуренка система дослідницьких компетентностей у профільному вивченні хімії передбачає етапи, які включають групову діяльність, кооперацію, обговорення результатів [30].

Також важливим є роль вчителя-педагога як фасилітатора — не лише передавця знань, але й організатора дослідницького простору: створення ситуацій невизначеності, пошуку, експерименту. Мацюк (2022) виділяє, що дослідницька компетентність формується в процесі, коли присутні: пошук, незалежність, ініціатива, практична дія, експеримент, командна робота, ситуація суперечності.

Таким чином, соціально-педагогічне середовище має бути відкритим до помилки, підтримуючим, доброзичливим, де учень має можливість брати на себе відповідальність, співпрацювати, проводити дослідницьку діяльність разом із друзями чи партнерами.

Для профільного навчання математики в 10–11 класах важливо врахувати

перелічені психолого-педагогічні особливості. Зокрема, у контексті формування дослідницьких умінь доцільно:

1. Використовувати проблемно-пошукові завдання, що потребують учням не лише застосування формул, а формування гіпотези, вибір способу розв'язання, аналіз результату;

2. Створювати групову або парну форму роботи, де учні співпрацюють, дискутують, обговорюють різні підходи до рішення; надавати можливість вибору теми, методу, шляху дослідження — це підвищує внутрішню мотивацію, автономію;

3. Планувати час і ресурс для аналізу, рефлексії, обговорення помилок і варіантів покращення рішення;

4. Вчителю виступати як модератор-дослідник: стимулювати запитання типу «Чому?», «Як зміниться ситуація, якщо...?», застосовувати моделювання, експериментування;

5. Враховувати, що старшокласники часто орієнтовані на результати зовнішнього оцінювання (ЗНО, профільний екзамен) — тому важливо зв'язувати дослідницьку діяльність із їхніми життєвими інтересами, майбутньою профільною спеціалізацією, щоб вона не сприймалась як другорядна.

6. Створювати ситуації невизначеності або протиріч, коли прямого стандартного алгоритму немає — це стимулює дослідницьку позицію. Як зауважено у Мацюка (2022), ось такі ситуації сприяють формуванню компетентності

Серед викликів - орієнтація старшої школи на підготовку до зовнішніх оцінювань (ЗНО, НМТ) може звужувати простір для справжньої дослідницької діяльності, оскільки більшість завдань стандартизовані та алгоритмічні. Дослідження Грудиніна показує, що одним із чинників, що гальмують формування дослідницької компетентності, є відсутність цілісної системи педагогічного впливу, та звуження спектру ефективних практик[29].

Рекомендація - створювати «вікна дослідження» в рамках профільного курсу

математики, коли під час уроку чи проекту учні можуть працювати над проблемою, експериментом, вибором методу, а не лише виконувати вправи. Також важливо забезпечити педагогічну підтримку: наставництво, консультації, обговорення помилок, мотиваційні обговорення про значущість результатів.

1.3 Гейміфікація як сучасна технологія активізації навчально-пізнавальної діяльності школярів.

Перехід учнів до старшої ланки освіти (10–11 класи) є етапом не лише академічних змін, але й значних психологічних трансформацій. Ці зміни охоплюють розвиток пізнавальних, мотиваційних та рефлексивних структур особистості, що створює сприятливе підґрунтя для розвитку дослідницьких умінь: здатності до формулювання гіпотез, планування пошукової роботи, аналізу результатів та висновків [14; 23].

У віковому періоді 10–11 класів відбувається інтенсивний розвиток абстрактного, критичного та рефлексивного мислення. Старшокласники вже цілком здатні оперувати складними поняттями, узагальненнями, ефективно застосовувати аналіз, синтез і моделювання ситуацій. Цей когнітивний потенціал є критичною передумовою для дослідницької діяльності, оскільки дозволяє учням виходити за межі типових алгоритмічних вправ і працювати з проблемними чи пошуковими завданнями. Наприклад, у дослідженні про пропедевтику дослідницької компетентності учнів старших класів у навчанні фізики зазначено, що структура дослідницької компетентності включає мотиваційний, операційний, рефлексивний та технологічний компоненти, які вимагають пізнавальних процесів вищого рівня [29].

Однак сам по собі розвиток мислення не гарантує дослідницької активності. Критично важливо, щоб учні набували досвіду самостійного вибору способів діяльності, експериментування та нестандартних рішень. У роботі *“The system of research competencies of high school students at chemistry profile learning”*

наголошується, що дослідницькі компетентності формуються саме в процесі практичної діяльності, де учні переходять від простих дій до складних психічних структур [30]. Отже, пізнавальна готовність старшокласників є необхідною умовою: вони мають вміти аналізувати, моделювати, гіпотезувати, а не лише відтворювати засвоєні алгоритми.

Старшокласники перебувають на етапі професійного самовизначення, обирають профіль навчання та планують майбутню кар'єру. Цей процес формує потужну мотиваційну базу, яка може як стимулювати, так і гальмувати дослідницьку діяльність. Дослідження *Formation of research competence of high school students* підтвердило, що дослідницька компетентність розкриває рівень розвитку мисленнєвих процесів і дослідницької активності учнів. Ключовими чинниками формування є самостійність, ініціатива та внутрішня готовність до пошуку [22].

Учень, який орієнтований лише на зовнішні оцінки (бал, рейтинги), а не на сам процес пізнання, може уникнути пошукової діяльності. Натомість, потреба в особистісному сенсі діяльності та відчуття значущості власного внеску є невід'ємними складовими ціннісно-мотиваційного компоненту. У статті «Сутність поняття «дослідницька компетентність» у вітчизняній та зарубіжній літературі» звертається увага, що компетентність включає вмотивованість і ціннісне ставлення до дослідження [1]. Тому важливо створювати мотивуюче середовище, де старшокласник усвідомлює власну позицію, вплив свого результату та відповідальність за хід дослідження. У такому разі мотивація перетворюється з зовнішньої на внутрішню, пошукову.

Формування дослідницьких умінь вимагає не лише знань і мотивації, а й здатності до самостійної діяльності, планування, контролю та оцінки виконаної роботи. У віковому діапазоні 10–11 класів значно зростає потреба в автономії та саморегуляції. Старшокласники прагнуть брати на себе відповідальність за вибір теми, методів і шляху дослідження, що створює ідеальні умови для поглибленої дослідницької діяльності. У дослідженні Міляєвої В. Р. та Калюжної І. П.

«Особливості психологічно-педагогічного супроводу професійного самовизначення старшокласників» підкреслено, що ефективний супровід базується на суб'єкт-суб'єктній стратегії, де учень є активним учасником, а не пасивним об'єктом впливу [31].

Невід'ємною складовою цього процесу є рефлексія — здатність до аналізу власної діяльності, формулювання висновків і коригування стратегії. Грудинін вказує на рефлексивний компонент як один із ключових у структурі дослідницької компетентності [29]. Відповідно, педагогічні умови мають надавати учням простір для вибору, права на помилку, можливість обговорення результатів і самооцінки, що є важливішим за просте виконання завдань [23; 24].

Учні старших класів активно взаємодіють із однолітками, орієнтуються на групові норми та мають високу потребу у спільній діяльності. Дослідницька діяльність стає особливо ефективною, якщо організована у груповій чи командній формі, де учні розподіляють ролі, спільно обговорюють гіпотези та співпрацюють. Дослідження Нечипуренка про систему дослідницьких компетентностей у профільному вивченні хімії передбачає етапи, що включають групову діяльність, кооперацію та обговорення результатів [30].

Ключовою є і роль учителя як фасилітатора — не простого транслятора знань, а організатора дослідницького простору: створення ситуацій невизначеності, пошуку, експерименту. Мацюк (2022) зазначає, що компетентність формується за наявності таких елементів: пошук, незалежність, ініціатива, практична дія, експеримент, командна робота та ситуація суперечності. Таким чином, соціально-педагогічне середовище має бути відкритим до помилки, підтримуючим та доброзичливим, де учень може брати на себе відповідальність і співпрацювати.

Для профільного навчання математики у 10–11 класах важливо врахувати перелічені психолого-педагогічні особливості. У контексті формування дослідницьких умінь доцільно:

- Використовувати проблемно-пошукові завдання, які вимагають від учнів не лише застосування готових формул, а й формування гіпотези, вибору способу

розв'язання та аналізу результату.

- Організовувати групову або парну роботу, стимулюючи співпрацю, дискусії та обговорення альтернативних підходів до рішення.
- Надавати учням можливість вибору теми, методу чи шляху дослідження, що підвищує внутрішню мотивацію та автономію.
- Планувати час для рефлексії: аналізу, обговорення помилок та варіантів покращення рішення.
- Вчителю виступати в ролі модератора-дослідника, стимулюючи запитання типу «Чому?», «Як зміниться ситуація, якщо...?», а також застосовуючи моделювання та експериментування.
- Зв'язувати дослідницьку діяльність із життєвими інтересами та майбутньою профільною спеціалізацією учнів (наприклад, інтеграція математичних моделей у фізику, економіку, програмування).
- Створювати ситуації невизначеності або протиріч, де стандартного алгоритму немає, що, як зауважує Мацюк (2022), сприяє формуванню компетентності.

Серед викликів залишається орієнтація старшої школи на зовнішні оцінювання (ЗНО/НМТ), яка може звужувати простір для справжнього дослідження через стандартизацію та алгоритмічність більшості завдань. Дослідження Грудиніна підтверджує, що відсутність цілісної системи педагогічного впливу гальмує розвиток дослідницької компетентності [29].

Рекомендація: Створювати «вікна дослідження» в рамках профільного курсу математики, коли під час уроку чи проєкту учні можуть працювати над проблемою, експериментом, вибором методу, а не лише виконувати вправи. Важливо також забезпечувати педагогічну підтримку: наставництво, консультації та обговорення значущості результатів.

1.4 Взаємозв'язок між гейміфікацією та розвитком дослідницької компетентності в процесі навчання математики.

Гейміфікація — це процес інтеграції ігрових елементів і механік (таких як бали, рівні, бейджі, лідерборди) у неігрові освітні контексти. Основна мета гейміфікації в математичній освіті полягає у підвищенні мотивації, залученості та активності учнів. Вона дозволяє трансформувати традиційне заняття на діяльнісно-пошукове середовище. Як зазначає дослідження «Gamified Mathematics Education (GME): A new pedagogical model for digital», гейміфіковане середовище стимулює школярів експериментувати, тестувати гіпотези, вчитися на помилках і вдосконалюватися [20; 24].

Дослідницька компетентність вимагає від учня здатності ставити проблемні питання, обирати метод, проводити дослідження (спостерігати, моделювати, аналізувати), робити висновки та рефлексувати щодо результату. У математиці це означає, що учень свідомо бере на себе роль дослідника, а не просто слідує алгоритмам.

Логічний зв'язок між гейміфікацією та дослідницькою компетентністю полягає в тому, що гейміфікація створює умови, які імітують дослідницьку діяльність:

- Вибір шляху або стратегії.
- Негайний зворотний зв'язок (що є важливим для корекції).
- Рівні складності (поступове зростання виклику).
- Можливість зробити помилку та виправити її без страху негативної оцінки.

Таким чином, гейміфікація слугує потужним засобом розвитку дослідницької компетентності, оскільки вона активно формує всі її ключові компоненти: мотиваційно-ціннісний, когнітивний, діяльнісний та рефлексивний [23; 24].

Наукові дослідження підтверджують цей взаємозв'язок. Наприклад, у роботі Sabilurrasyad, Kutni та Pamungkas «Student's Engagement and Perception of Gamification in Mathematics» встановлено, що гейміфікація підвищила рівень залученості учнів в класі алгебри [25]. Хоча це акцент на мотивації, підвищена

залученість є передумовою для переходу від пасивного засвоєння до активного пошуку. Дослідження Dvoryatkina С. Н. та ін. показало, що гейміфікація активізує когнітивно-мотивовані структури, зокрема формуючи «ймовірнісний стиль мислення» — елемент, тісно пов'язаний з дослідницькою компетентністю (аналіз, прогнозування, вибір між варіантами) [26]. Вербо́вський Д. В. у своєму огляді також зазначає, що гейміфікація сприяє формуванню алгоритмічного мислення та професійних компетенцій, що включають дослідницькі елементи (планування, вибір, самоконтроль) [27].

Гейміфікація є каталізатором для активної дослідницької позиції учня, впливаючи на різні компоненти його компетентності:

1. Створення мотиваційного середовища для пошуку. Системи балів, рівнів, значків і лідербордів стимулюють внутрішню мотивацію учнів «досягти рівня» або «подолати виклик», а не просто отримати правильну відповідь. Це безпосередньо відповідає мотиваційно-ціннісному компоненту дослідницької компетентності.

2. Активізація діяльності через вибір і відкритість. Гейміфіковані завдання часто передбачають вибір рівня складності або стратегії рішення. Можливість експериментувати, тестувати гіпотезу, помилитися та виправити помилку, як зазначено в дослідженні GME, відповідає операційно-діяльнісному компоненту дослідницької компетентності.

3. Негайний зворотний зв'язок та рефлексія. Миттєвий фідбек у гейміфікованому середовищі (просування, допущені помилки) дозволяє учневі швидко коригувати свій шлях. Це підсилює рефлексивний компонент — аналіз власної діяльності, корекцію та планування подальших дій.

4. Моделювання невизначених ситуацій і задач відкритого типу. Створення квестів чи викликів без прямого алгоритму змушує учнів ставати дослідниками: обирати спосіб, перевіряти, моделювати. Таким чином, математична діяльність набуває справжнього дослідницького характеру.

5. Соціальна взаємодія та співпраця. Гейміфікація часто включає командну роботу, що сприяє обміну ідеями, обговоренню рішень і порівнянню підходів, що

стимулює глибше мислення.

6. Поступове підвищення складності та автономія. Механіка «рівень за рівнем» створює умови для самостійного вибору та автономної діяльності — ключових елементів дослідницької компетентності [29].

У навчанні математики в 10–11 класах, де учні мають високий рівень когнітивного розвитку (абстрактне мислення, планування, саморегуляція), впровадження гейміфікації може бути реалізовано через такі моделі:

7. Завдання-квест: Учням пропонується «дослідити» властивості функції, побудувати гіпотезу про вплив певного параметра, перевірити її та отримати відповідний «рівень успіху» або значок. Тут акцент зміщується з відтворення алгоритму на пошук і тестування.

8. Система етапів вибору та рефлексії: Учень обирає рівень (простий/просунутий), метод (алгебраїчний/графічний), отримує миттєвий фідбек (бал/значок), а потім обов'язково проводить рефлексію за питаннями: «Що я зробив? Чому не вдалося? Як би я змінив підхід?».

9. Групова гра-дзеркало: Команди працюють над однією проблемою, проходять рівні, а потім обговорюють і порівнюють різні шляхи розв'язання, що стимулює обґрунтування та вибір найкращого дослідницького шляху.

10. Використання гейміфікованого цифрового середовища: Спеціалізоване програмне забезпечення чи веб-платформи з ігровими елементами дозволяють автоматизувати надання зворотного зв'язку, що підвищує зацікавленість і результати навчання.

Важливо підкреслити, що зв'язок гейміфікації з розвитком дослідницької компетентності не є автоматичним. Він критично залежить від правильного дизайну завдань:

- Завдання мають бути відкритими за шляхом (дослідницького характеру), а не лише «натисни-виконай».
- Необхідно забезпечити простір для вибору і рефлексії, а не лише для накопичення балів.

- Слід уникати надмірної конкуренції (наприклад, жорстких лідербордів), яка, як показують дослідження, може демотивувати учнів, що не досягли успіху, і призвести до втрати глибини мислення. Елементи гейміфікації не повинні перетворюватися на «гонку за балами».

- Методи повинні бути адаптовані під вікові та психологічні особливості старшокласників, які вже орієнтовані на самостійну діяльність.

У підсумку, взаємозв'язок між гейміфікацією та розвитком дослідницької компетентності є суттєвим і обґрунтованим: гейміфікація створює динамічне середовище, в якому учень може діяти як дослідник, а не просто як виконавець. Це особливо важливо для профільної школи, де компетентнісна орієнтація та підготовка до майбутньої професійної діяльності набувають найбільшого значення. Реалізація цього зв'язку вимагає ретельного методичного проектування, де гейміфікація виступає не самоціллю, а засобом досягнення дослідницької компетентності [15; 16; 20; 24].

Висновки до Розділу I

Розгляд сутності поняття «дослідницька компетентність» у математичній освіті показав, що вона є комплексною інтегрованою якістю, яка охоплює не лише володіння методами наукового пошуку, а й сформовану мотиваційну установку на дослідницьку діяльність. Дослідницька компетентність передбачає здатність учня висувати й аргументувати гіпотези, самостійно обирати методи та інструменти математичного аналізу, використовувати узагальнення, інтерпретацію й рефлексію отриманих результатів.

Для старшої профільної школи ця компетентність є особливо важливою, оскільки вона забезпечує готовність учнів до подальшої наукової, технічної та інженерної діяльності, формуючи фундаментальні навички, як-от критичність мислення, гнучкість, самостійність і здатність до прийняття рішень [15; 16; 26].

У цьому контексті значну роль відіграють психолого-педагогічні

особливості учнів 10–11 класів. Цей віковий період характеризується переходом до розвитку абстрактного, концептуального та гіпотетико-дедуктивного мислення, удосконаленням навичок планування, самоконтролю й рефлексії [17; 8; 25]. Старшокласники вже здатні працювати зі складними когнітивними структурами, моделювати ситуації, встановлювати причинно-наслідкові зв'язки та обирати оптимальні стратегії.

Водночас учні потребують високого рівня внутрішньої мотивації, змістовної активності й емоційної залученості, які часто знижуються під впливом зростання навчального навантаження. Це вимагає застосування таких педагогічних технологій, які здатні підтримувати інтерес і стимулювати самостійну пізнавальну діяльність.

Однією з таких технологій є гейміфікація, яка трактується як процес інтеграції ігрових механізмів (бали, рівні, вибір) у навчальні умови для підвищення мотивації та ефективності пізнавальної діяльності. Гейміфікація здатна принципово змінювати традиційний урок, перетворюючи його на динамічне, діяльнісно орієнтоване середовище. Тут учень отримує можливість робити вибір, відкривати нові концепції шляхом проб і помилок, працювати з високим рівнем складності та отримувати негайний зворотний зв'язок.

Ці характеристики повністю збігаються з природою навчально-дослідницької діяльності, яка вимагає постановки проблеми, випробування гіпотез, моделювання ситуацій, аналізу помилок та рефлексії.

Таким чином, взаємозв'язок між гейміфікацією та розвитком дослідницької компетентності є закономірним і педагогічно обґрунтованим: гейміфікація створює умови, які відображають логіку дослідження та стимулюють активність учня як суб'єкта пізнання. Саме завдяки мотивації, вибору, зворотному зв'язку, відкритим завданням та можливості експериментування гейміфіковане середовище сприяє формуванню всіх компонентів дослідницької компетентності.

Аналіз вітчизняного та зарубіжного досвіду підтвердив, що гейміфікація широко й результативно використовується в навчанні математики. Світові

дослідження засвідчують її позитивний вплив на залученість, розвиток критичного мислення та уміння виконувати завдання дослідницького характеру [1; 8; 25; 24]. Водночас ефективність гейміфікації залежить від педагогічно грамотного дизайну: вона має бути спеціально структурованою та методично виправданою, спрямованою на навчально-дослідницьку діяльність.

Отже, теоретичний аналіз дозволяє зробити висновок, що гейміфікація є перспективним інструментом розвитку дослідницької компетентності старшокласників у процесі вивчення математики, оскільки вона відповідає віковим особливостям учнів, мотивує їх до активного пізнання та створює природні умови для виконання дослідницьких дій. Комплексність теоретичних положень підтверджує необхідність і доцільність подальшого методичного опрацювання гейміфікованих підходів у навчанні математики для подальшого практичного дослідження.

Розділ II МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ФОРМУВАННЯ ДОСЛІДНИЦЬКОЇ КОМПЕТЕНТНОСТІ УЧНІВ СТАРШОЇ ПРОФІЛЬНОЇ ШКОЛИ ЗАСОБАМИ ГЕЙМІФІКАЦІЇ

2.1 Розроблення та впровадження дидактичних ігор і гейміфікованих дослідницьких завдань у навчанні математики старшої профільної школи

Розробка дидактичних ігор та гейміфікованих завдань дослідницького характеру є одним із ключових векторів осучаснення математичної освіти. Суть цього підходу полягає у зміщенні фокуса з пасивного сприйняття знань на активне пізнання, де учні 10–11 класів опановують складні математичні концепції через дослідження, моделювання, критичний аналіз і перевірку гіпотез. Ефективність такої методики підтверджена низкою фундаментальних концепцій у педагогіці, психології та цифровій дидактиці.

Цей підхід має глибоке коріння у психології діяльності. У працях Л. Виготського [1] та Д. Ельконіна [2] ключова ідея полягає в тому, що навчання досягає максимальної ефективності, коли воно інтегроване в діяльність, яка має для учня особистісний сенс. Гра визнається природною формою такої діяльності, що стимулює внутрішню мотивацію та активний пошук рішень. Тоді як традиційна дидактика часто зводить учня до ролі виконавця алгоритмів, ігровий формат культивує ініціативу, самостійність і спонукає до формування власної стратегії розв'язання. Цей принцип став основою концепцій, розроблених згодом Дж. Брунером [3] та Дж. Дьюї [1].

Зв'язок гри з дослідницьким типом пізнання системно описаний у сучасних моделях навчання, орієнтованого на запит (*inquiry-based learning*). Дослідники П. Капур [5], Дж. Хмело-Сілвер [6] та Р. Майєр [7] стверджують, що проходження учнем повного циклу — формулювання гіпотези, створення моделі, тестування та аналіз — забезпечує глибше й стійкіше засвоєння матеріалу, підвищуючи здатність переносити знання у нові умови. Гейміфіковані середовища органічно інтегрують цей підхід, надаючи необхідні елементи: проблемність, варіативність, зворотний

зв'язок та рефлексію.

Сучасна концепція гейміфікації, що активно розвивається з 2010-х років завдяки С. Детердінгу [8], К. Каппу [9] та Ю-Кай Чоу [10], чітко розмежовує зовнішню та внутрішню мотивацію. Детердінг акцентує на «змістовній гейміфікації» (*meaningful gamification*), де ігрові механіки (рівні, виклики, прогрес) мають підтримувати когнітивну діяльність і бути інтегровані у зміст навчання, а не виступати лише зовнішнім заохоченням. Таким чином, створення дослідницьких гейміфікованих завдань вимагає ретельного поєднання ігрових механізмів зі структурою математичного дослідження.

Наукове обґрунтування структури дослідницьких завдань було надано Дж. Поллом Гі [11], який описав, як якісні навчальні ігри створюють «цикл випробувань», де учень постійно формує та перевіряє гіпотези через експеримент. Схожа логіка підтримується Р. Пласом та Б. Хомером [12], які підкреслюють важливість адаптивності, інтерактивності та оптимального когнітивного навантаження в ігрових освітніх продуктах.

Істотний внесок у розвиток ігрової дидактики зробили українські та європейські дослідники. Наприклад, Н. В. Морзе та О. О. Глазунова [13] аналізують цифрові гейміфіковані модулі в контексті STEM-освіти. Дослідження Т. Бакки та О. Співаковського [14] підтверджують, що гейміфіковані тренажери підвищують мотивацію та результативність у розв'язанні задач відкритого типу. М. Зельман [15] показав, що ігрова проблемна задача успішно інтегрує учня в ситуацію математичного дослідження, якщо вона включає моделювання, роботу з параметрами та порівняння стратегій.

Створення ефективних гейміфікованих завдань для старшокласників підпорядковується низці ключових вимог:

1. Стимулювання інтелектуальної активності: Необхідна проблемна ситуація з елементом невизначеності (принцип Брунера), яка породжує потребу в дослідженні.
2. Розвиток критичного мислення: Завдання має допускати кілька шляхів розв'язання або різні інтерпретації, що підсилює варіативність і творче

мислення (принцип Дж. Боулера [16]).

3. Керування стратегією: Негайний і точний зворотний зв'язок (згідно з Werbach & Hunter [17]) є важливим для корекції подальшої дослідницької стратегії.

4. Осмислення дій: Обов'язкове включення етапу рефлексії для осмислення та оцінки власних рішень (за Д. Шоном [18]).

Одними з найбільш ефективних форматів є математичні квести, симуляції, *escape-rooms* та цифрові лабораторії. Ці формати, які активно досліджуються Boaler [16] та Jones & Warren [17], дозволяють учневі працювати з параметрами, тестувати припущення (наприклад, використовуючи GeoGebra чи Desmos) і підвищують довготривале запам'ятовування завдяки емоційному залученню та активному пошуку.

Синтез цих підходів дозволяє стверджувати, що гейміфіковані дослідницькі завдання створюють унікальне інтегративне середовище, де поєднуються математичне моделювання, рольова активність, конструювання знань та особистісна зацікавленість.

Такі завдання не лише підвищують якість засвоєння складних тем, але й формують ключові компетентності старшокласника: аналіз ситуації, обґрунтування вибору, вміння працювати в команді та рефлексувати. Численні міжнародні дослідження [21; 22] підтверджують, що саме дослідницький тип пізнання є основою конкурентоздатності сучасного учня.

Отже, розроблення дидактичних ігор і гейміфікованих завдань має глибоку наукову основу та доведену ефективність. Вони дозволяють трансформувати математичне навчання у активний інтелектуальний пошук, де знання не отримуються, а відкриваються учнем самостійно. У цьому полягає ключова інноваційна цінність гейміфікації для освітнього процесу.

Для успішного впровадження гейміфікації як технології розвитку дослідницької компетентності в навчанні математики необхідно дотримуватись чіткого, методично обґрунтованого алгоритму. Цей алгоритм складається з чотирьох ключових етапів: аналітичного, проєктувального, реалізаційного та

рефлексивно-аналітичного.

На цьому початковому етапі педагог проводить ретельний аналіз, щоб забезпечити цілеспрямованість гейміфікації та її відповідність навчальному контексту.

1. Визначення навчальних цілей: Чітке формулювання того, які математичні поняття (наприклад, властивості похідної, методи розв'язання диференціальних рівнянь, комбінаторні формули) мають бути засвоєні.
2. Змістові акценти та типові труднощі: Визначення складних або абстрактних моментів теми, де учні традиційно відчують труднощі. Саме ці моменти стануть основою для проблемної ситуації гри.
3. Рівень підготовки учнів: Оцінка когнітивної готовності старшокласників (10–11 класи) до роботи з абстракціями, моделюванням та гіпотетико-дедуктивним мисленням.
4. Формування мети гейміфікації: Визначення, яку проблему має розв'язати гейміфікація: чи це підвищення внутрішньої мотивації, активізація дослідницької діяльності, розвиток самостійності, чи командної взаємодії. Це забезпечує відповідність принципу цілеспрямованості.

На цьому етапі створюється безпосередньо ігрове середовище, що відображає логіку дослідження (змістовна гейміфікація).

- Формування сюжету та місії (за потреби): Розробка реального або проблемного контексту (наприклад, "Місія: Змоделювати поширення вірусу", "Квест: Розрахувати оптимальні параметри ракети"), який вимагає застосування математичного апарату.
- Підбір ігрових механік: Вибір елементів, що відповідають віковим особливостям старшокласників і підтримують внутрішню мотивацію (теорія самодетермінації):
 - a. Вибір шляху/рівня складності (автономія).
 - b. Система прогресу (рівні, бали, бейджі) для підтвердження компетентності.
 - c. Елементи соціальної взаємодії (командні місії).
- Розробка завдань (рівні складності): Завдання мають відповідати принципу

когнітивної відповідності. Необхідно розробити:

- a. Базові завдання: Для засвоєння алгоритмів.
- b. Дослідницькі завдання (ключові місії): Задачі відкритого типу або задачі з параметрами, що вимагають висування гіпотез, моделювання, порівняння стратегій і обґрунтування вибору.
- Критерії оцінювання та прогресу: Визначення, що саме приносить бали/прогрес: лише правильна відповідь чи також логіка, обґрунтування, командна робота (що заохочує дослідницьку активність).
- Візуалізація: Підбір способів представлення прогресу (динамічні рейтинги, логічні карти, інтерактивні схеми), які забезпечують прозорість результатів.

На цьому етапі гейміфікована система інтегрується в навчальний процес, де вчитель виступає як модератор і фасилітатор.

1. Впровадження системи: Учні працюють над місіями, виконують завдання, отримують бали та відкривають нові етапи, співпрацюючи або змагаючись.
2. Підтримка балансу: Важливо постійно контролювати баланс між ігровими та навчальними компонентами, не дозволяючи грі відволікати від математичного змісту.
3. Формувальне оцінювання та зворотний зв'язок: Регулярне надання якісного та системного фідбеку. Учитель має коментувати стратегії розв'язування (а не лише кінцевий результат), аналізувати типові помилки і спрямовувати учнів на корекцію власних стратегій. Це відповідає рефлексивному компоненту дослідницької компетентності.
4. Створення сприятливого клімату: Забезпечення психологічної готовності учнів до співпраці, де помилка сприймається як ресурс для навчання.

Рефлексивно-аналітичний етап: Оцінка та вдосконалення. Це завершальний, але не менш важливий етап, де відбувається оцінка ефективності та планування подальшого розвитку методики.

1. Аналіз результатів: Оцінка рівня глибини засвоєння матеріалу, рівня інтересу та активності учнів.
2. Оцінка ефективності гейміфікації: Визначення, які ігрові елементи (сюжет,

місії, бейджі) виявилися найбільш ефективними для стимулювання дослідницької діяльності.

3. Вдосконалення методики: Адаптація ігрових механік та завдань для подальшого використання.
4. Поєднання методів: Визначення можливостей інтеграції гейміфікації з іншими методами навчання, як-от проєктне або проблемне навчання.

Таким чином, гейміфікація постає як цілісна педагогічна технологія, ефективність якої визначається не зовнішнім ігровим оформленням, а глибиною інтеграції з математичним змістом та здатністю перетворити ігрову діяльність на інтелектуальну взаємодію учня з навчальним матеріалом, що відповідає сучасній компетентнісній моделі освіти.

Використання ігрових елементів в освітньому середовищі старшої школи поступово перетворюється на невід'ємний компонент сучасної методики навчання математики. Це зумовлено тим, що ігрові механізми ефективно поєднують високий рівень мотивації, емоційне залучення та системну когнітивну діяльність. У цей період учні активно формують навички логічного аналізу, абстрактного мислення й уміння працювати з моделями, що робить гру дієвим засобом розвитку дослідницьких компетентностей [11]. Для того, щоб ігрові елементи були не поверхневою розвагою, а реальним ресурсом розв'язання педагогічних завдань, учителю важливо дотримуватися низки принципів і методичних рекомендацій, що забезпечують якісне впровадження гейміфікації у навчальний процес.

Насамперед, педагог повинен розуміти, що розвиток дослідницьких навичок передбачає не лише формальне виконання завдань, а активне занурення учнів у процес відкриття знань. Елемент гри тут виступає не зовнішньою мотивацією, а конструктивною рамкою, що структурує діяльність і допомагає учням проходити повний цикл дослідження — від висунення гіпотези до аналізу результатів. Тому вчителю важливо будувати завдання таким чином, щоб саме ігрова механіка ініціювала пізнавальний пошук. Наприклад, замість пропонувати учням готове запитання, можна створити сюжетну ситуацію, де учасники мають виконати роль дослідників, які шукають закономірності у даних, розкривають математичні

«секрети» або реконструюють невідомий алгоритм. У таких умовах учні не сприймають роботу як рутинну справу, а розглядають її як інтелектуальний виклик, що природно підсилює інтерес і включеність.

Ефективним методом є поступове розгортання ігрового середовища, коли елементи гейміфікації вводяться не одночасно, а системно, відповідно до навчальних тем і готовності класу. На початкових етапах доцільно використовувати прості механіки, які не вимагають складної організації: бали, рівні, колекціонування інформаційних карток, можливість отримання «дослідницьких жетонів» за аргументоване доведення або вдало висунуту гіпотезу. Коли учні звикають до такої структури та починають більш усвідомлено працювати з математичними моделями, вчитель може вводити комплексніші формати – квести, рольові ігри, розгалужені проєкти, в яких дослідницькі завдання будуються на принципах математичного моделювання або аналізу реальних процесів [9; 12].

Важливим методичним аспектом є забезпечення відкритості завдання у його дослідницькій частині. Якщо учні мають виконати кроки за чітким алгоритмом, гра втрачає пізнавальну цінність. Завдання повинно давати простір для різних стратегій пошуку, альтернативних шляхів та власних припущень учнів. У межах ігрового простору це можна реалізувати через систему «гілок» — ситуаційних розгалужень, що залежать від рішень учнів. Наприклад, у математичному квесті учасники можуть отримати декілька варіантів наступного кроку залежно від того, який метод вони обрали для розв'язання задачі: аналітичний, графічний чи числовий. Такий підхід не лише стимулює самостійність, а й формує гнучкість мислення, оскільки учні бачать, що в математиці існує кілька шляхів до істини, а вибір методу залежить від умов задачі.

Під час організації ігрових ситуацій педагог має підтримувати баланс між ігровістю та математичною глибиною. Частою помилкою є надмірна увага до зовнішніх атрибутів гри (сюжетів, персонажів, яскравих матеріалів), що може призвести до відволікання уваги учнів від суті завдань [7]. Тому вчителю важливо запитувати себе, чи кожен ігровий елемент служить розвитку дослідницьких умінь, чи він є декоративним. В ідеалі гра повинна виступати як форма, що робить

математичний зміст доступним, значущим та емоційно привабливим. Наприклад, у грі «Математичний детектив» справжньою цінністю є той спосіб, яким учні реконструюють закономірність або знаходять функцію за набором непрямих даних. Якщо ж гра відволікає та перевантажує другорядними деталями, ефект від неї зменшується.

Особливої уваги потребує організація зворотного зв'язку. У грі він має бути частим і зрозумілим, але не каральним. Учні повинні бачити, що кожна спроба наближає їх до правильного рішення, і навіть помилка — це ресурс, який дозволяє рухатися далі. У дослідницькій грі варто хвалити не лише результат, а й спосіб мислення, стратегію, сміливу гіпотезу. Зворотний зв'язок може бути миттєвим (вказівка на правильність обраного кроку) або відкладеним (аналіз стратегії після завершення гри). У цифрових форматах корисними є автоматизовані підказки, рейтинги прогресу, відображення шляху учня. У класичних настільних або сюжетних іграх роль зворотного зв'язку відіграють обговорення, рефлексивні картки або спільні міні-аналізи [20; 23].

Методично важливо, щоб ігрові завдання були диференційованими. Учні старшої школи суттєво різняться за рівнем підготовки та інтересами, тому одна й та сама гра може виконуватися на різних рівнях складності. Найпростіший спосіб — створення варіантів завдань із різними наборами даних, де учень сам обирає складність, за яку отримує відповідну «цінність» у грі. Це дає можливість кожному працювати у зоні найближчого розвитку, не втрачаючи мотивації. Якщо гра командна, важливо передбачити ролі для учнів із різними навчальними стилями: аналітики можуть працювати з обчисленнями, комунікативні учні — з презентацією результатів, творчі — з побудовою моделі або уявного сценарію. Це підсилює кооперацію і дає можливість кожному проявити себе.

Ще однією порадою є залучення цифрових інструментів. Онлайн-сервіси дозволяють легко відстежувати прогрес, створювати адаптивні маршрути, автоматично генерувати варіанти завдань. Однак технології повинні бути допоміжним ресурсом, а не самоціллю. Якщо цифровий інструмент не підсилює дослідницьку цінність, краще замінити його простим паперовим форматом або

усним обговоренням. Педагог має добирати технології з урахуванням мети уроку: для моделювання – симулятори; для аналізу даних – інтерактивні таблиці; для групової взаємодії – віртуальні дошки; для гейміфікації – платформи з системою балів, рівнів і медалей.

Під час гри важливо створювати умови для рефлексії. Учні повинні не тільки виконати дослідницьке завдання, а й усвідомити, яким чином вони мислили, що допомогло чи завадило, який метод виявився найефективнішим [17.]. Рефлексивні паузи можуть бути короткими: 1–2 хвилини для відповіді на запитання «Що я щойно відкрив?» або «Що мене здивувало?». Можна використовувати й письмові формати — «Щоденник дослідника», де учні нотують свої кроки, припущення та висновки. Така практика підсилює метакогнітивні навички та формує самостійність у навчанні.

Наостанок важливо зазначити, що успіх гейміфікації залежить від стилю педагогічної взаємодії. Учитель у грі виступає не суддею і не контролером, а фасилітатором, консультантом, партнером у пошуку істини. Його завдання — спрямовувати, надихати, ставити уточнювальні запитання, які підштовхують учнів до глибшого аналізу. Атмосфера довіри та підтримки є запорукою того, що учні не боятимуться висловлювати гіпотези, ризикувати й помилятися. Саме це створює підґрунтя для справжньої дослідницької діяльності, яка у межах ігрової форми стає захопливою й ефективною [17].

Отже, методичні рекомендації щодо впровадження ігрових елементів у навчання математики полягають у створенні продуманого, змістовно насиченого й педагогічно обґрунтованого ігрового середовища, яке сприяє розвитку дослідницьких навичок учнів. Гейміфікація не замінює навчальний процес, а робить його гнучкішим, більш динамічним і орієнтованим на активну діяльність. У поєднанні з дослідницькими методами вона формує в учнів уміння аналізувати, аргументувати, планувати та самостійно конструювати математичні знання, що є ключовими компетентностями сучасної математичної освіти.

У сучасній профільній школі, де акцент робиться на поглибленому вивченні предметів та формуванні компетентностей, що відповідають реаліям професійної

та наукової діяльності, впровадження елементів гейміфікації в навчальний процес з математики доводить свою ефективність. Мета гейміфікованого навчання полягає не лише в підвищенні мотивації, а й у створенні середовища, де старшокласники активно досліджують, експериментують, аналізують дані та формують власні висновки [1; 20; 24]. Системний аналіз педагогічного досвіду дозволяє виділити та адаптувати чотири основні ефективні моделі гейміфікації для навчання у старших класах профільних математичних груп.

Першою, найпоширенішою моделлю є урок-квест, який поєднує сюжетну основу та логіку дослідницької діяльності. У такому форматі навчання кожен урок будується як серія завдань, що інтегрують теоретичний матеріал із практичною діяльністю. Учні отримують роль дослідників або експертів, які вирішують проблеми в межах сюжетного контексту. Наприклад, квест «Лабораторія похідної» дозволяє учням на практиці досліджувати зміну функцій через вимірювання, побудову графіків та аналіз даних, використовуючи похідну для моделювання руху об'єктів або оцінки фізичних процесів. Такий підхід поєднує елементи інтерактивності, командної роботи та наукового пошуку, формуючи ключові дослідницькі компетентності: роботу з даними, висування та перевірку припущень, побудову логічних висновків [15; 27].

Другим ефективним напрямом є рольові та симуляційні ігри, де учні виконують професійні або наукові ролі [20; 26]. Наприклад, у моделі «Місто функцій» клас поділяється на департаменти міської інфраструктури: транспорт, енергетика, логістика, соціальні служби. Кожен департамент отримує власну задачу, пов'язану з реальними процесами, і повинен побудувати математичну модель, оцінити критичні точки та прогнозувати оптимальні рішення. Така модель дає змогу поєднати аналітичну діяльність і творчість, оскільки учні одночасно працюють із реальними даними, обговорюють стратегії, приймають колективні рішення, а рольова складова підвищує емоційну залученість та внутрішню мотивацію. Досвід показує, що подібні ігри особливо ефективні для диференціації навчання: завдання можна адаптувати за складністю або за ролями, що дозволяє кожному учню проявити свої сильні сторони.

Третя ефективна модель — позакласні математичні квести та хакатони, що спрямовані на поглиблене дослідження складних задач. Класичним прикладом є «Математичний Escape Room» або турнір «Математичні детективи», де учні розв'язують комплексні кейси, реконструюють дані, формують моделі, перевіряють гіпотези та відстежують власний прогрес у межах сюжетної лінії [21; 28]. Позакласна форма дозволяє розгорнути дослідницьку діяльність на більший час, створює умови для багатократних спроб та обговорення альтернативних рішень. Крім того, такі заходи розвивають критичне мислення, командну взаємодію та навички презентації результатів, що є важливими складовими компетентностей старшокласника, готового до профільного навчання та майбутньої професійної діяльності [22; 26].

Четвертою моделлю є мікроігри та серії коротких дослідницьких завдань, які інтегруються безпосередньо у класні уроки. До таких форм відносять завдання типу «Аналітична дуель», «Парадоксальний графік» або «Експериментальна лабораторія». У цих завданнях учні аналізують фрагменти даних, знаходять помилки, порівнюють методи розв'язання, формують висновки та презентують їх класу. Короткі ігрові блоки дозволяють підтримувати високий рівень уваги, швидко оцінювати прогрес і коригувати діяльність, а також поєднувати гейміфікаційні елементи (бали, рівні, рейтинги) із розвитком дослідницьких умінь. Мікроігри особливо корисні для повторення та узагальнення матеріалу, коли клас можна швидко «розіграти» у форматі командного змагання або індивідуальної дуелі [15; 20; 27].

Аналіз практичних реалізацій гейміфікації дозволяє виділити низку загальних ефективних принципів, які реалізуються у різних моделях навчання. По-перше, завдання мають бути відкритими, тобто дозволяти учням вибирати стратегію розв'язання, робити власні припущення та перевіряти їх, що формує дослідницьке мислення. По-друге, ігрові елементи повинні бути інтегрованими, а не декоративними: кожна сюжетна деталь, бал, рівень або роль мають посилювати освітню цінність і стимулювати пізнавальну активність. По-третє, ефективна гейміфікація забезпечує безпечний простір для експериментів, де помилка

розглядається як частина процесу, а не як невдача, що сприяє сміливості у пошуку та розвитку критичного мислення. По-четверте, різнорівневе завдання та диференційовані ролі дозволяють кожному учню працювати у зоні найближчого розвитку, а командна взаємодія сприяє формуванню соціальних компетентностей і комунікативних навичок. По-п'яте, системний зворотний зв'язок у формі миттєвих підказок, аналізу стратегій або обговорення результатів підсилює рефлексивну складову та закріплює дослідницькі навички.

Узагальнення досвіду свідчить, що найбільш ефективними є комбіновані моделі, які поєднують кілька форм: уроки-квести з мікроіграми всередині, серії рольових завдань, позакласні хакатони та командні турніри. Такі моделі створюють багатовимірний навчальний простір, де учні одночасно здобувають знання, розвивають дослідницькі уміння, навчаються комунікації та прийняттю рішень, а навчальний процес набуває динамічного, інтерактивного характеру. Важливим результатом є підвищення не лише академічної успішності, а й внутрішньої мотивації, впевненості у власних можливостях та готовності до самостійного пошуку рішень.

Таким чином, аналіз і узагальнення практичних досліджень дозволяє виділити чотири основні ефективні моделі гейміфікованого навчання у старшій профільній школі: урок-квест, рольова та симуляційна гра, позакласний квест або хакатон і мікроігрові блоки. Кожна з них формує умови для активного дослідницького навчання, стимулює розвиток логічного та критичного мислення, забезпечує багатовимірну мотивацію та дозволяє старшокласникам безпосередньо переживати процес відкриття знань. Системне застосування цих моделей створює освітнє середовище, у якому математика стає не лише предметом навчання, а інструментом творчого й аналітичного розвитку, що відповідає сучасним вимогам профільної освіти та формує компетентного, самостійного, мотивованого учня.

2.2 Проведення експерименту та аналіз його результатів

Експеримент, присвячений перевірці впливу гейміфікованих дослідницьких

завдань на розвиток дослідницької компетентності старшокласників у процесі вивчення математики, був проведений на базі Комунального Закладу Ліцей №3 Кам'янської Міської Ради. Експеримент організований як поетапне педагогічне дослідження, що включало підготовчий, формувальний та підсумковий етапи. У ході дослідження фіксувалися реакції учасників, динаміка їхньої включеності, особливості взаємодії та зміни у поведінці й результатах навчання.

У дослідженні брали участь дві порівнювані групи учнів 10 класів математичного профілю. Контрольна група працювала за традиційною методикою (10-Б клас), тоді як експериментальна група (10-А клас) — за спеціально розробленою гейміфікованою моделлю, яка поєднувала сюжетну основу, дослідницькі завдання відкритого типу, різні рівні складності, систему балів, досягнень та інтерактивні елементи. Обидві групи попередньо пройшли діагностування предметних знань і рівня сформованості дослідницьких умінь. Стартові дані засвідчили приблизно однаковий рівень підготовки, але з помітною слабкістю рефлексивного компоненту в обох групах — учні рідко пояснювали, чому обирають певний спосіб розв'язання або які альтернативи могли б використати. Анкета мотивації показала, що значна частина старшокласників сприймає математику як «обов'язковий предмет».

Під час проведення перших гейміфікованих уроків в експериментальній групі виявилися контрастні стартові реакції. Учні, які раніше демонстрували низьку чи середню активність, одразу пожвавилися, реагуючи на завдання з інтересом, швидко занурюючись у сюжет та прагнучи отримати перші бали. Водночас, ті, хто звик працювати у традиційній академічній манері (з високою успішністю), спочатку ставилися до нового формату з настороженістю, оскільки їм було непросто перейти від чіткої алгоритмічної структури до гнучкіших, відкритих завдань. Проте вже наприкінці другого заняття стало помітно, що ці ж учні з високою успішністю проявляють особливий азарт у проходженні «складних рівнів» і виконанні необов'язкових завдань, які дозволяють отримати більше «дослідницьких балів».

Гейміфікований модуль було побудовано навколо теми «Похідна та її

застосування». Кожен урок представляв собою епізод пригоди, де команді дослідників потрібно було за допомогою математичних методів розв'язати проблему сюжетного світу. Завдання містили кілька можливих шляхів проходження, пропонуючи учням вибір між базовим та поглибленим рівнем, що передбачав аналіз графічних даних, побудову власної моделі або перевірку альтернативної гіпотези. Учні активно обговорювали між собою можливі шляхи, у розмовах часто звучали фрази на зразок: «А якщо спробувати так?», «А що буде, якщо змінити умову?». Приклад такого заняття наведено в додатку Б.

Складалося чітке враження, що для учнів гейміфікація стала способом переосмислення ставлення до самого процесу розмірковування. Ті, хто зазвичай боявся неправильних відповідей, почали активніше експериментувати: у середовищі гри помилка сприймалася ними не як провал, а як частина руху до нового рівня. Учні частіше ставили уточнюючі питання й коментували свої міркування вголос. У порівнянні з першим заняттям тривалість самотійної роботи без запитань вчителя зросла майже удвічі.

У середині експерименту проводилось формувальне оцінювання, яке засвідчило, що учні експериментальної групи вже впевненіше працювали з відкритою формою задач. Їм більше не потрібно було нагадувати, що слід записати гіпотезу або описати план дослідження — ці елементи стали для них звичними. В окремих випадках школярі навіть пропонували власні підваріанти завдань або цікавилися, чи можна застосувати інший метод. Така поведінка була майже відсутня під час стартового діагностування. Результати проведення оцінювання зведені до таблиці 2.1 та наведено на діаграмі успішності та якості знань (рис.2.1).

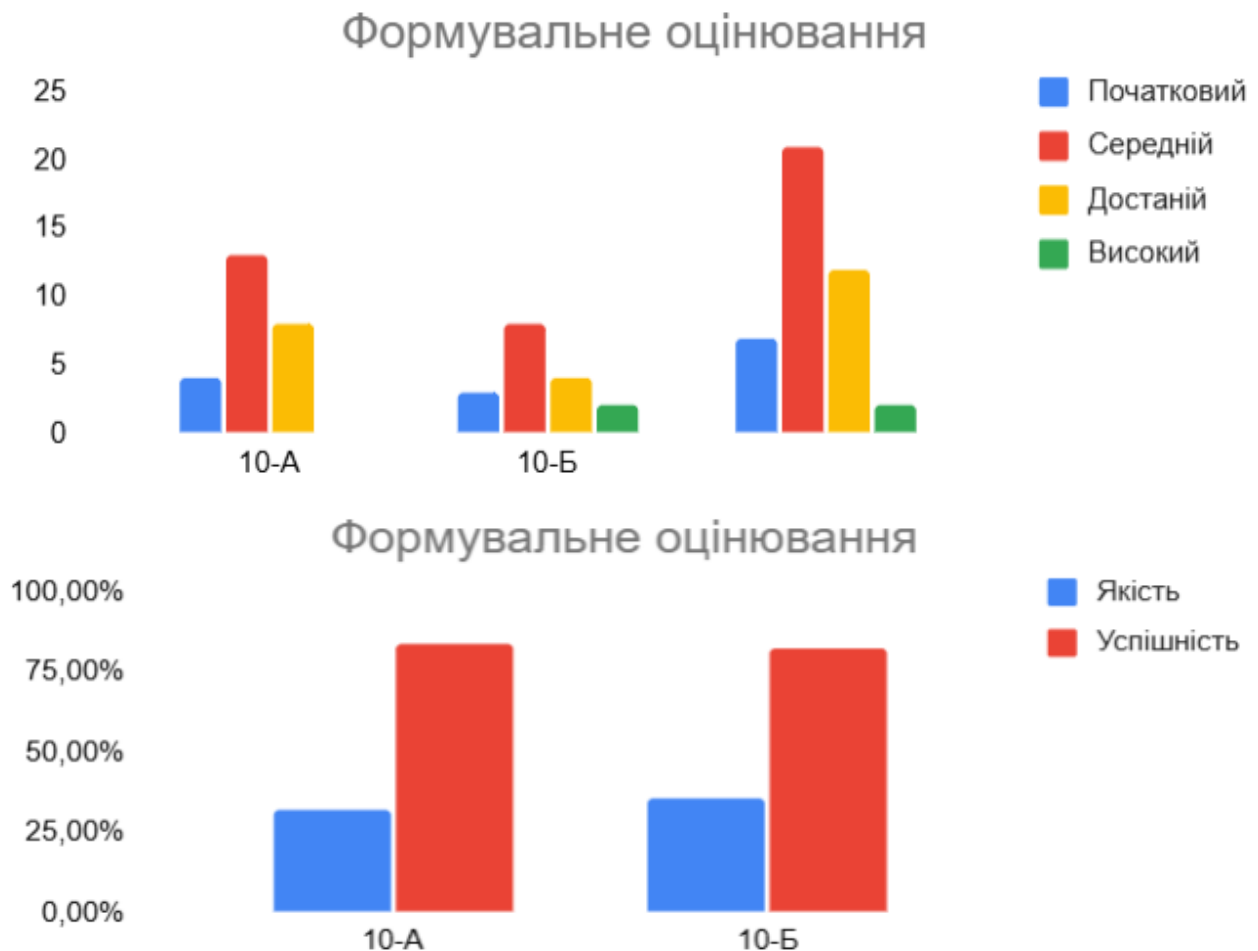


Рисунок 2.1 - Діаграма успішності та якості знань.

Таблиця 2.1

Результати формувального оцінювання.

	П	%	С	%	В	%	В	%	Всього учнів	Якість	Успішність
10-A	4	16,00%	13	52,00%	8	32,00%	0	0,00%	25	32,00%	84,00%
10-B	3	17,65%	8	47,06%	4	23,53%	2	11,76%	17	35,29%	82,35%

На завершальному етапі, коли проводилось повторне тестування й анкетування, контраст між групами став очевидним. Учні експериментальної групи не просто краще виконували складніші дослідницькі завдання, а й давали набагато розгорнутіші пояснення щодо вибору методу, описували альтернативи та аналізували можливі помилки. Прогрес у контрольній групі переважно стосувався репродуктивних знань; їм, як і раніше, було складно пояснити причини власних рішень або запропонувати нестандартний підхід. Результати проведення

повторного тестування зведено до таблиці 2.2 та наведено на діаграмах (рис.2)

Таблиця 2.1

Результати проведення повторного тестування

	П	%	С	%	Д	%	В	%	Всього учнів	Якість	Успішність
10-Б	1	4,00%	13	52,00%	6	24,00%	3	12,00%	25	36,00%	88,00%
10-А	0	0,00%	5	29,41%	8	47,06%	4	23,53%	17	70,59%	100,00%

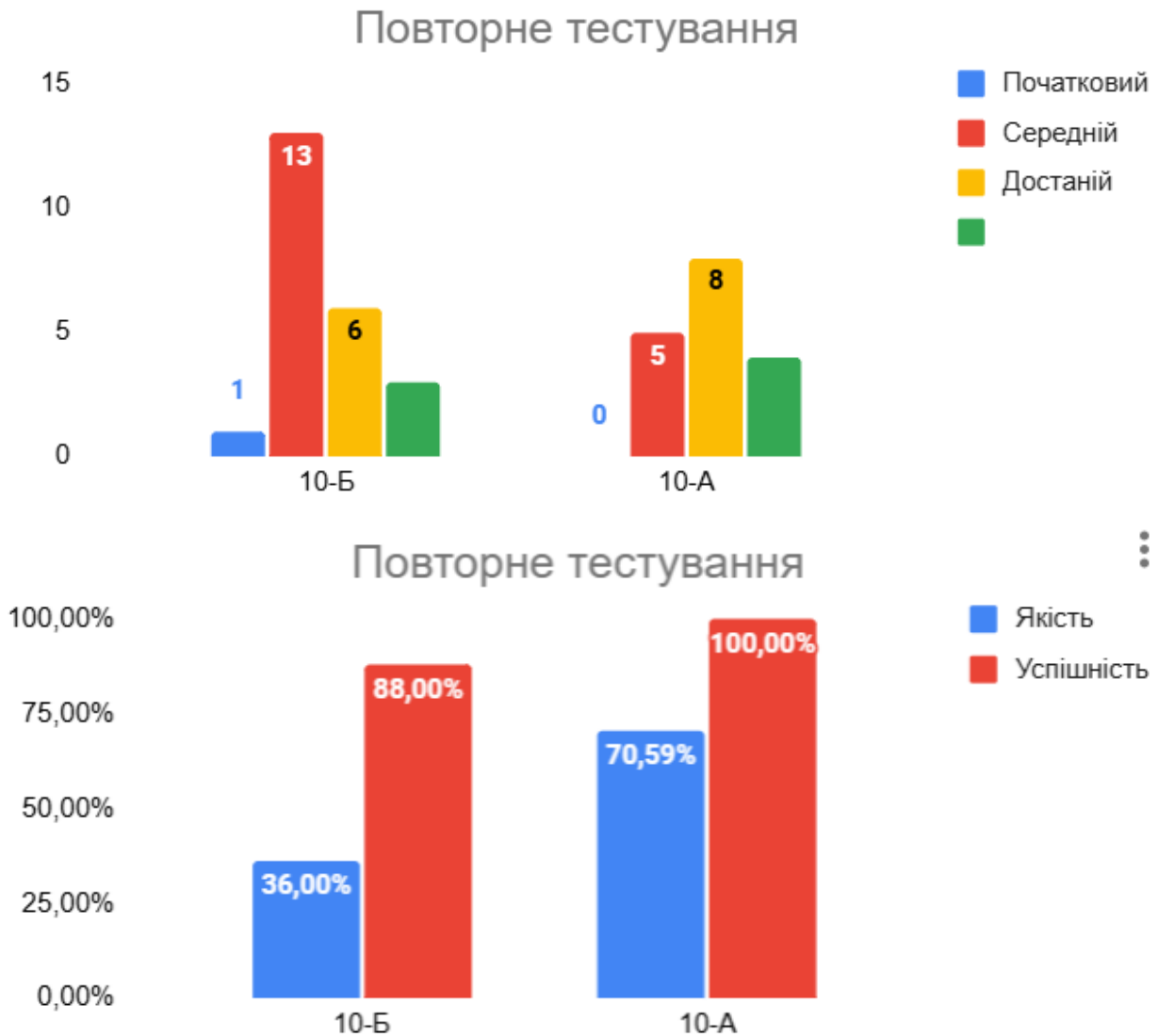


Рисунок 2.2 - Діаграма успішності та якості знань.

Аналіз поведінкових траєкторій учнів у процесі гейміфікованого навчання показав, що найбільший приріст результатів продемонстрували саме ті, хто активно використовував можливість повертатися до попередніх рівнів, перевіряти свої гіпотези кілька разів і проходити необов'язкові мінізавдання. Це дозволяє говорити про чітку закономірність: ефективність гейміфікованої моделі значною мірою

зумовлена тим, що вона створює безпечний простір для багаторазових спроб і поступового покращення власної стратегії.

Анкетування після завершення експерименту (додаток А) також було дуже показовим. Учні експериментальної групи повідомляли, що уроки стали «цікавішими», «зрозумілішими», «живішими». Результати проведення аналізу анкет наведено на рисунку 2.3. Вони відзначали, що відчують більше контролю над власним навчанням, і що їм приємно не просто розв'язати задачу, а зрозуміти її внутрішню логіку. У контрольній групі позитивні зміни теж були, але набагато менш виражені, а деякі учні навіть зазначали, що традиційний формат втомлює.



Рисунок 2.3 - Результати опитування учнів

Експеримент продемонстрував переконливий позитивний ефект від застосування гейміфікованих дослідницьких завдань у математичній освіті старшокласників. Учні стали сміливішими у дослідженні, самостійнішими, активнішими в обговореннях, значно краще справлялися з аналітичними завданнями та демонстрували зростання внутрішньої мотивації. Уроки перестали бути одноманітною послідовністю вправ: вони перетворилися на простір пошуку, у якому старшокласники добровільно ризикували, перевіряли ідеї та з цікавістю рухалися вперед.

2.3 Приклади гейміфікованих уроків і позакласних заходів з математики дослідницького спрямування

Гейміфіковані уроки та позакласні заходи з математики дослідницького спрямування є важливим інструментом підвищення навчальної мотивації та розвитку інтелектуальних умінь старшокласників. У контексті сучасної освіти, де учні дедалі частіше стикаються з інформаційним перевантаженням та втратою інтересу до традиційних форм навчальної діяльності, гейміфікація виступає ефективним педагогічним ресурсом, здатним перетворити урок на інтерактивне середовище, у якому провідними стають дослідження, експериментування, пошук нових способів розв'язання задач і взаємодія в команді. Одним із ключових завдань учителя стає створення освітнього простору, у якому математичні знання інтегруються з ігровими елементами таким чином, щоб ці елементи не відволікали від змісту, а навпаки — сприяли його глибшому осмисленню.

Одним із найпоширеніших прикладів гейміфікованого уроку є сюжетно-рольовий квест, побудований у формі наукової експедиції або лабораторного дослідження. Наприклад, урок «Таємниця похідної: лабораторія Ньютона» [8; 27], організований для учнів 10 класу, дає змогу кожному учневі відчувати себе дослідником, який працює над розв'язанням реальної наукової проблеми. У ході заняття клас перетворюється на умовну «лабораторію Ньютона», де учні виконують низку експериментальних завдань. Використання відеофрагментів руху тіла, застосування вимірювальних інструментів, побудова таблиць та графіків надають математичному змісту практичної значущості. Учні працюють у групах, переходячи між окремими станціями, кожна з яких виконує роль етапу наукового дослідження: фіксація даних, аналіз приростів, моделювання, наближення до поняття миттєвої швидкості. У такому форматі вони самостійно реконструюють логіку, яка в реальній історії привела до появи поняття похідної. Гейміфікаційні елементи — система балів, рівнів, «наукових відкриттів» — не лише створюють ігрову атмосферу, а й підсилюють мотиваційний аспект навчання.

Іншим ефективним прикладом є урок-гра «Математичний Among Us», який

інтегрує популярні цифрові формати в навчальний процес [19; 25]. У цій моделі учні виконують ролі космічної команди, де кожна група має виконати певні математичні «місії», щоб утримати корабель від полумок. Присутність «саботажників» створює додатковий мотиваційний стимул, оскільки кожне математичне завдання стає частиною розслідування. Учні аналізують графіки функцій, знаходять екстремуми, відтворюють поведінку реальних технічних систем на основі похідної та її властивостей. Рольова структура уроку формує активну позицію учнів: вони не просто виконують завдання, а взаємодіють, аргументують власні розв'язання, ставлять запитання, перевіряють один одного. У такій моделі особливого значення набувають дослідницькі вміння: аналіз даних, побудова гіпотез і їх обґрунтування, перевірка альтернативних шляхів. Діалог між учнями та рухова динаміка гри створюють природне, живе середовище, у якому кожен учень включений у процес навчання.

Цікаві можливості створює також симуляційна гра «Місто функцій», призначена для вивчення прикладного аналізу функціональних залежностей [20; 26]. У цій моделі клас поділяється на департаменти вигаданого міста: транспортний, енергетичний, логістичний, соціальний. Кожен департамент отримує реалістичні дані й задачі, які потрібно розв'язати за допомогою математичного моделювання. Учні аналізують графіки попиту, прогнозують навантаження на транспортну систему, визначають оптимальні режими роботи підприємств. Таке занурення у професійний контекст дозволяє побачити, що математика є не набором абстракцій, а потужним інструментом для прийняття рішень. Ігрові механіки — змагання департаментів за «розвиток міста», система бонусів і рейтингів — формують внутрішню конкуренцію й водночас мотивують учнів до поглибленого аналізу. У ході обговорення результатів учні презентують власні моделі, доводять їх доцільність, аналізують переваги та недоліки різних підходів, що розвиває критичне мислення.

Гейміфіковані форми навчання ефективно використовуються не лише на уроках, а й у позакласній діяльності, де вони здатні охопити більшу кількість учнів і створити простір для довших, складніших досліджень.

Однією з найефектніших позакласних форм є математична квест-кімната за зразком «Код Архімеда». Цей формат дозволяє поєднати елементи логічного мислення, інженерних завдань та математичних досліджень. Учні, потрапляючи у спеціально оформлену кімнату, мають розв'язати низку завдань, щоб «відкрити код». Ці завдання можуть включати роботу з просторовими об'єктами, аналіз реальних вимірювань, комбінаторні головоломки, задачі на оптимізацію. Обмеження часу, приховані елементи й незвичність середовища активізують увагу й мислення, а також створюють потужний емоційний компонент, який є важливою складовою стійкої мотивації до навчання.

Дослідницьке спрямування позакласної діяльності також можна реалізувати у вигляді турніру «Математичні детективи», де учні розв'язують складні аналітичні кейси, стилізовані під детективні розслідування. Учасникам пропонують «математичні справи», у яких потрібно відновити відсутні дані, проаналізувати суперечливу інформацію або перевірити гіпотезу. Наприклад, у справі «Зламаний датчик» учні отримують фрагменти графіка, на основі яких потрібно відновити можливу аналітичну модель: зрозуміти, які дані могли бути втрачені, які параметри залишилися незмінними, а які підлягають корекції. Такі завдання формують у старшокласників важливі компетентності — уміння працювати з неповною інформацією, презентувати власні міркування та здійснювати перевірку отриманих результатів.

Ще одним ефективним видом позакласної діяльності є математичний хакатон схожий на «Modelling Challenge», що зазвичай триває від кількох годин до півдня. У ході такого заходу учні працюють над реальними проблемами, які потребують створення математичної моделі. Це можуть бути задачі з економіки, екології, транспортної логістики. Учасники хакатону виконують повний цикл дослідницької роботи: від аналізу даних до побудови моделі й презентації результатів. Ці форми сприяють розвитку командної взаємодії, формуванню стратегічного мислення й практичної аналітичної грамотності.

Усі наведені приклади мають спільні риси: вони відкривають для учнів можливість діяти не як пасивні виконавці алгоритмів, а як активні дослідники, які

обговорюють різні підходи, аналізують результати й приймають рішення. Саме у гейміфікованому середовищі учні частіше беруть на себе ініціативу, не бояться помилятися, виявляють більшу наполегливість у розв'язанні складних задач.

Такі моделі роботи також забезпечують розвиток ключових дослідницьких компетентностей: уміння працювати з даними, аналізувати зміни, будувати графіки й моделі, робити висновки на основі аргументації. Учні вчаться співпрацювати, розподіляти ролі, критично оцінювати рішення, пропонувати альтернативи — тобто виконують дії, характерні для дорослого наукового чи інженерного мислення.

Таким чином, гейміфіковані уроки та позакласні заходи дослідницького спрямування з математики є ефективним інструментом формування інтелектуальної активності, розвитку дослідницьких і творчих здібностей, підвищення мотивації та емоційної залученості учнів. Вони дозволяють перетворити навчальний процес на змістовний, захопливий і науково спрямований простір, у якому знання набувають реальної цінності, а учень стає суб'єктом пізнання, здатним ініціювати, планувати й реалізовувати власні математичні дослідження.

Висновки до Розділу II

Аналіз методичних матеріалів та практичного досвіду переконливо доводить, що інтеграція елементів гри у навчальний процес значно підвищує мотивацію учнів, активізує їхню пізнавальну діяльність і сприяє формуванню ключових дослідницьких навичок. Розроблені дидактичні ігри та гейміфіковані завдання дослідницького характеру показали, що старшокласники набагато активніше включаються у роботу, коли навчальні завдання подані у формі інтерактивного пошуку. У такому форматі важливо не просто знайти правильну відповідь, а дослідити, проаналізувати дані, перевірити власні гіпотези та зробити аргументовані висновки.

Проведений експеримент у класах математичного профілю підтвердив, що

гейміфіковані методики є значно ефективнішими для розвитку дослідницької компетентності, ніж традиційний підхід. Учні експериментальної групи продемонстрували здатність більш глибоко аналізувати проблемні ситуації, порівнювати альтернативні методи розв'язання, формулювати власні гіпотези та пояснювати вибір алгоритму, тоді як у контрольній групі прогрес стосувався переважно репродуктивного рівня знань.

Успішне використання ігрових елементів вимагає особливої уваги до принципів і умов впровадження гейміфікації: необхідна органічна інтеграція з навчальним змістом, диференційований підхід до завдань, створення безпечного середовища для експериментів (де помилка є ресурсом), системний зворотний зв'язок та рефлексивні паузи. У класі, де вчитель виступає фасилітатором, а не контролером, учні набагато активніше пропонують власні шляхи розв'язання, не бояться помилок і вчать критично оцінювати результати своєї роботи. Приклади гейміфікованих уроків і позакласних заходів демонструють різноманітність форм, від сюжетно-рольових квестів і мікроігор на уроці до масштабних математичних хакатонів, які створюють умови для глибокого пізнавального занурення і формують навички аналізу, моделювання та командної взаємодії.

Методичні поради для вчителів підкреслюють необхідність продуманого використання ігрових механік, відкритості завдань, підтримки рефлексії та врахування індивідуальних особливостей учнів. Найефективнішими виявилися комбіновані моделі, що поєднують урок-квест, рольові та симуляційні ігри, позакласні квести і хакатони, а також серії коротких дослідницьких завдань у межах уроку. Такі моделі забезпечують комплексний розвиток дослідницьких умінь, стимулюють внутрішню мотивацію та допомагають учням формувати самостійність, творчість і критичне мислення.

Узагальнення практичного та методичного досвіду демонструє, що гейміфікація у старшій профільній школі не є лише інструментом підвищення інтересу до предмета. Вона створює освітнє середовище, в якому математика перетворюється на поле для дослідницької діяльності, де учні добровільно шукають, аналізують і перевіряють знання, отримують практичний досвід роботи з

даними та навчаються аргументовано обґрунтовувати власні рішення. Такий підхід дозволяє не лише ефективно формувати предметні компетентності, а й виховувати самостійного, відповідального, мотивованого учня, здатного до аналітичного та творчого мислення, що відповідає сучасним вимогам профільної освіти та готує старшокласників до подальшого професійного та наукового розвитку.

ВИСНОВКИ

Ігрові методи навчання відіграють ключову роль у сучасній педагогіці, оскільки вони активізують процес навчання, підвищують мотивацію та сприяють розвитку інтелектуальних і соціальних навичок учнів. Ці методи виконують багатofункціональну дидактичну роль, допомагаючи не лише у засвоєнні знань, але й у розвитку таких якостей, як комунікабельність, креативність, уміння працювати в команді та самостійно мислити. Класифікація ігор — навчальні, тренувальні, рольові та симуляційні — дає змогу застосовувати різні підходи для досягнення поставлених цілей уроку, особливо на заняттях математики у старшій школі, де вони створюють активне навчальне середовище, що допомагає учням краще розуміти складні математичні концепти і застосовувати їх у практичних ситуаціях.

Дидактична функція ігор на уроках математики полягає в розвитку логічного мислення, покращенні навичок вирішення задач та формуванні критичного підходу до вибору методів розв'язування. Ігри сприяють кращому запам'ятовуванню теоретичних аспектів математики завдяки залученню учнів через елементи конкуренції та співпраці. Вони підвищують мотивацію, роблять предмет доступнішим та цікавішим, знижуючи рівень стресу під час навчання.

Психолого-педагогічні особливості учнів 10–11 класів, такі як потреба у самостійності, критичному мисленні та здатність до творчого вирішення проблем, суттєво впливають на їхнє сприйняття ігрових методів. У цей період підлітки активно прагнуть до участі в соціальних взаємодіях і схильні до діяльнісних форм навчання. Ігри дають можливість учням не лише перевірити свої знання, а й застосувати їх на практиці, отримуючи зворотний зв'язок, що сприяє розвитку самосвідомості та самовдосконалення.

Виконане дослідження, присвячене формуванню дослідницької компетентності учнів старшої профільної школи засобами гейміфікації, підтвердило актуальність цього напрямку. Дослідницька компетентність у системі математичної освіти включає здатність учнів висувати гіпотези, планувати їх

перевірку, оперувати математичними моделями, робити висновки на основі даних та рефлексивно оцінювати власні дії. Саме психолого-педагогічні особливості старшокласників роблять гейміфікацію ефективним інструментом, оскільки вона дозволяє поєднувати активну пізнавальну діяльність із внутрішньою мотивацією та створює безпечне середовище для експериментів і помилок, які сприймаються як природний етап навчання.

Дослідження показало, що використання ігрових елементів, сюжетних ситуацій, рівнів складності та системи балів дозволяє учням відчувати себе дослідниками, спрямовує їх на активне пізнання та формування навичок моделювання та аналізу. Вивчення досвіду засвідчило ефективність інтеграції таких форм, як рольові ігри, квести, мікроігри та онлайн-платформи з адаптивними маршрутами. Цей підхід стимулює розвиток критичного мислення, вміння висувати та перевіряти гіпотези, аналізувати альтернативні рішення та презентувати результати власної роботи.

Методична частина роботи підтвердила ефективність гейміфікації у практичній діяльності. Розроблення дидактичних ігор і дослідницьких завдань дозволяє учням працювати з відкритими ситуаціями, вибирати власні стратегії та перевіряти гіпотези, що підвищує їхню пізнавальну активність. Проведений експеримент засвідчив, що учні, які працювали у гейміфікованому середовищі, демонстрували більш глибоке розуміння матеріалу, здатність до самостійного аналізу та ефективну командну взаємодію.

Успіх впровадження гейміфікації забезпечується низкою педагогічних умов та принципів: інтеграція ігрових елементів із навчальним змістом, диференційовані завдання за рівнем складності, підтримка рефлексії, створення безпечного простору для експериментів і надання системного зворотного зв'язку. Уроки-квести, рольові та симуляційні ігри, позакласні квести та хакатони, а також короткі дослідницькі блоки у межах уроку виявилися найбільш ефективними.

Методичні поради для вчителів підкреслюють необхідність цілісного підходу, де педагог виступає фасилітатором, спрямовуючи пошук і стимулюючи обговорення, а не лише контролюючи результат. Узагальнення отриманих

результатів дозволяє констатувати, що гейміфікація створює ефективне навчальне середовище, в якому математика перетворюється на інструмент активного пізнання. Учні не лише опановують знання, а й набувають навичок дослідницької діяльності, вчать аргументувати власні рішення та оцінювати результат. Такий підхід сприяє формуванню компетентного, самостійного, критично мислячого та мотивованого старшокласника, що відповідає сучасним вимогам профільної освіти.

Розкриття факту делегування завдань генеративному ШІ

Автори заявляють про використання генеративного ШІ у процесі дослідження та підготовки рукопису. Відповідно до таксономії GAIDeT (2025), наведені нижче завдання були делеговані інструментам генеративного ШІ за повного людського нагляду:

- Генерування ідей
- Пошук і систематизація літератури
- Оцінювання новизни дослідження та виявлення прогалин
- Очищення даних
- Курація та організація даних
- Вичитування та редагування
- Адаптація та коригування емоційного тону
- Рекомендації

Використаний інструмент генеративного ШІ: ChatGPT-5, Gemini 1.5.

Повну відповідальність за фінальний рукопис несуть автори.

Інструменти генеративного ШІ не зазначаються як автори та не несуть відповідальності за кінцеві результати.

Декларацію подав(ла): Ковба Анастасія Олексіївна

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Bruner, J. *The Process of Education*. Harvard University Press, 1960.
2. Dewey, J. *Experience and Education*. Kappa Delta Pi, 1938.
3. Deterding, S., Dixon, D., Khaled, R., Nacke, L. *From Game Design Elements to Gamefulness: Defining “Gamification”*. ACM Press, 2011.
4. Gee, J. P. *What Video Games Have to Teach Us About Learning and Literacy*. Palgrave Macmillan, 2003.
5. Kapp, K. *The Gamification of Learning and Instruction*. Pfeiffer, 2012.
6. Chou, Y.-K. *Actionable Gamification: Beyond Points, Badges, and Leaderboards*. Octalysis Media, 2015.
7. Schön, D. *The Reflective Practitioner*. Routledge, 1983.
8. Boaler, J. *Mathematical Mindsets*. Jossey-Bass, 2016.
9. Mayer, R. *The Cambridge Handbook of Multimedia Learning*. Cambridge University Press, 2014.
10. NRC (National Research Council). *Education for Life and Work*. National Academies Press, 2012.
11. Kapur, M. Productive Failure in Learning Mathematics. *Instructional Science*, 2008.
12. Kapur, M. & Bielaczyc, K. Designing for Productive Failure. *Educational Psychologist*, 2012.
13. Hmelo-Silver, C. Problem-Based Learning: What and How Do Students Learn? *Educational Psychology Review*, 2004.
14. Plass, J., Homer, B., Kinzer, C. Foundations of Game-Based Learning. *Educational Psychologist*, 2015.
15. Jones, S., Warren, J. Gamified Escape Rooms in Mathematics Education. *Journal of STEM Education*, 2021.
16. OECD. *PISA 2018 Results*. OECD Publishing, 2019.
17. Ryan, R., Deci, E. Self-Determination Theory and Intrinsic Motivation. *Contemporary Educational Psychology*, 2000.
18. Werbach, K., Hunter, D. *For the Win: How Game Thinking Can Revolutionize Your Business*. Wharton Press, 2012.
19. Erickson, U.-E. Gamification in Digital Learning Environments. *E-learning & Software for Education*, 2020.
20. Hambrick, D., Engle, R. The Role of Working Memory in Problem Solving.

- Psychological Review*, 2002.
21. Plass, J., Kapur, M. Make Learning Meaningful Through Games. *Educational Technology Research*, 2017.
 22. Zimmerman, E., Salen, K. *Rules of Play: Game Design Fundamentals*. MIT Press, 2004.
 23. Bragazzi, N., et al. Gamification in Education: Updated Review. *Computers in Human Behavior*, 2022.
 24. Wouters, P. & van Oostendorp, H. Measuring the Effectiveness of Digital Games. *Journal of Learning Analytics*, 2017.
 25. Landers, R. Developing a Theory of Gamified Learning. *Simulation & Gaming*, 2014.
 26. Muntean, C. Raising Engagement in e-Learning Through Gamification. *Proc. International Conference on Virtual Learning*, 2011.
 27. Морзе, Н. В., Глазунова, О. О. Гейміфікація в цифровому освітньому середовищі. *Інформаційні технології і засоби навчання*, 2021.
 28. Співаковський, О., Бакка, Т. Використання цифрових тренажерів у навчанні математики. *Математика в школі*, 2020.
 29. Зельман, М. Гейміфікація в математичній освіті старшокласників. *Педагогічні науки*, 2021.
 30. Кизик, Н. STEM-підходи в профільній школі. *Освіта і розвиток обдарованої особистості*, 2019.
 31. Яценко, Т. Гейміфіковане навчання як інноваційна технологія. *Педагогіка формування творчої особистості*, 2020.
 32. МОН України. *Концепція Нової української школи*. 2017.
 33. Сканаві М. І. *Збірник задач з математики*. Київ: Освіта, 2012.
 33. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б. *Алгебра і початки аналізу (10–11 клас)*. Київ: Гімназія, 2020.
 34. ГеоГебра — офіційна довідка та навчальні матеріали. [geogebra.org](https://www.geogebra.org).
 35. Desmos — Teaching Activities. [desmos.com](https://www.desmos.com).
Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти: Постанова Кабінету Міністрів України від 23 листопада 2011 р. № 1392. — К.: Освіта України, 2012. — 46 с.
 36. Концепція розвитку математичної освіти в Україні: схвалено Колегією МОН України, 21.02.2013 р. — К.: МОН України, 2013. — 12 с.
 37. МАТЕМАТИКА (рівень стандарту). Програма для 10–11-х класів ЗНЗ. URL: <https://osvita.ua/school/program/program-10-11/58878>

- 38.Бевз Г.П. Методика навчання математики у старшій школі. – К.: Генеза, 2016. – 208 с.
- 39.Гільберг Т.І. Використання ігрових технологій у процесі навчання математики // Математика в школах України. – 2019. – №4. – С. 12–16.
- 40.Захарійчук М.Д. Педагогіка: навч. посіб. – К.: Академвидав, 2018. – 352 с.
- 41.Іванюк І.В. Психологія розвитку особистості. – Київ: Університетське видання ПУЛЬСАРИ, 2017. – 312 с.
- 42.Куниця Т.Ю. Мала група як основа формування навичок конструктивних взаємовідносин підлітків. – Київ: Либідь, 2009. – 168 с.

ДОДАТКИ

Додаток А

Анкета учнів

1. Наскільки вам сподобався формат гейміфікованого уроку?
 - ☐ Дуже сподобався
 - ☐ Сподобався
 - ☐ Нейтрально
 - ☐ Не дуже сподобався
 - ☐ Не сподобався
2. Урок був для мене:
 - ☐ Цікавим
 - ☐ Звичайним
 - ☐ Малоцікавим
 - ☐ Складним і незрозумілим
3. Чи хочете б ви проводити таке заняття частіше?
 - ☐ Так
 - ☐ Частково
 - ☐ Не знаю
 - ☐ Ні
4. Які ігрові елементи вам найбільше сподобалися?
(можна вибрати кілька варіантів)
 - ☐ Балі
 - ☐ Рівні
 - ☐ Ролі / Командна робота
 - ☐ Завдання-квести
 - ☐ Часові обмеження
 - ☐ Візуальні підказки / карти
 - ☐ Інше: _____
5. Наскільки ігрові елементи допомогли вам зрозуміти тему «Похідна»?
 - ☐ Дуже допомогли
 - ☐ Допомогли
 - ☐ Частково
 - ☐ Майже не допомогли
 - ☐ Не допомогли
6. Після уроку мені стало легше:
 - ☐ Формулювати гіпотезу

- ☐ Аналізувати графік функцій
- ☐ Будувати власне припущення
- ☐ Пояснювати вибір способу розв'язання
- ☐ Робити висновки
- ☐ Нічого з переліченого не стало легше

7. Чи могли ви вибрати власну стратегію виконання завдань?

- ☐ Так, повністю
- ☐ Частково
- ☐ Не зовсім
- ☐ Ні

8. Наскільки ви були включені в процес дослідження під час уроку?

- ☐ Повністю включений
- ☐ Переважно включений
- ☐ Частково
- ☐ Майже ні
- ☐ Не включався

9. Що під час уроку викликало найбільші труднощі?

- ☐ Незвичний формат
- ☐ Ігрові механіки
- ☐ Зміст математичних завдань
- ☐ Командна робота
- ☐ Обмеження часу
- ☐ Нічого складного не було
- ☐ Інше: _____

10. Наскільки корисним був зворотний зв'язок (підказки, обговорення, аналіз стратегії)?

- ☐ Дуже корисним
- ☐ Корисним
- ☐ Частково
- ☐ Не дуже корисним
- ☐ Некорисним

11. Що найбільше запам'яталося під час уроку і чому?

12. Що б ви хотіли змінити або додати в такий формат занять?

13. Чи допомогла вам гра краще зрозуміти, як використання похідна в реальних ситуаціях?

План конспекту уроку

Тема уроку: Похідна. Миттєва швидкість. Дотична до кривої.

Тип уроку: комбінований, з елементами гейміфікації.

Тривалість: 45хвилин

Мета уроку: Познайомити учнів із задачами, які приводять до поняттям похідної: задача про миттєву швидкість; задача про дотичну до кривої.

Розвивальна:

- розвивати логічне та критичне мислення, навички математичного моделювання;
- формувати дослідницьку компетентність через виконання інтерактивних завдань.

Виховна:

- сприяти розвитку командної взаємодії, відповідальності, інтересу до математики.

Гейміфікаційні цілі :

- залучити учнів через сюжетну гру;
- мотивувати учнів за рахунок системи балів, рангів та «математичних монет»;
- підвищити емоційне включення та рівень активності на уроці.

Обладнання: картки-квести: таблиці з формулами похідних; набори жетонів («кванти знань»); роздруковані графіки функцій; паперові рольові картки; ватман/дошка й маркери; конверти із завданнями різної складності.

3. Гейміфікаційна модель уроку

Сюжет гри

Учні — команда дослідників *«Космічна лабораторії динамічних процесів»*. Вони проходять 4 «місії», отримуючи **жетони** — **«кванти знань»**.

Хід уроку:

I. Організаційний момент (3 хв)

Учитель коротко пояснює сюжет гри й роздає командам стартові конверти з жетонами. Учні потрапляють у **секретну космічну лабораторію**, де зберігається *Енергія Динаміки* — загадкова субстанція, що тримає рівновагу фізичних та математичних процесів.

Але система вийшла з ладу. Щоб відновити роботу Космічної лабораторії, учні мають пройти **4 рівні місій**, зібрати «Кванти Енергії» (жетони) та активувати *Серцевину Похідної*.

Рольовий розподіл: Учні об'єднуються в команди по 3–4 особи. Кожна роль має власну картку з маленьким бонусом-підказкою. У кожній команді є такі ролі:

- ☐ **Аналітик** (розрахунки)
- ☐ **Кресляр** (графіки і дотичні)
- ☐ **Дослідник** (спостереження та ідеї)
- ☐ **Комунікатор** (відповідь команди)

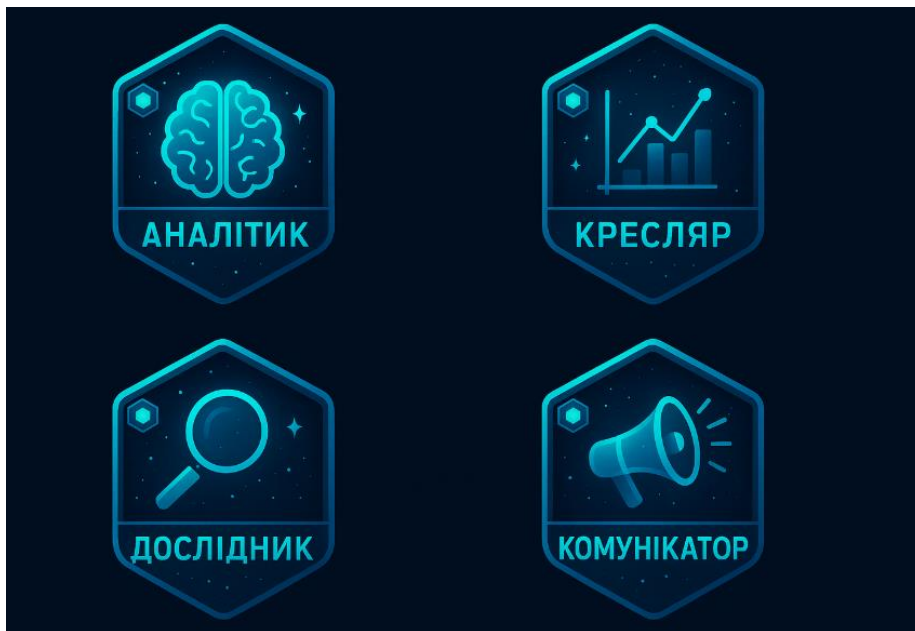


Рисунок 1 - Бейджі ролей

Місія	Назва	Навчальна ціль	Ігровий результат
1	Відновити рух частинки	Миттєва швидкість	+3 кванти
2	Створити генератор похідної	Визначення похідної	+4 кванти
3	Активувати модуль дотичної	Дотична, кутовий коефіцієнт	+4 кванти
4	Пройти Лабіринт Похідної	Узагальнення	+3 кванти

I. Вступ. Сигнал тривоги в Лабораторії (3 хв)

Учитель:

«Система виявляє нестабільність! Модуль динаміки вимкнувся. Для його запуску потрібні команди дослідників. Чи готові взяти участь?»

Команди отримують стартові картки доступу та перші 2 «Кванти Енергії».

Місія 1. «Активация руху частинки» (8 хв)

Навчальна мета: сформувати поняття середньої та миттєвої швидкості.

Команди отримують карти руху — паперові сценарії, кожен із яких містить функцію шляху.

□ Ігрове завдання

Команди повинні :Знайти приріст шляху для функції $s(t) = 5t^2 + t + 3$.

- Знайти середню швидкість $[t_0; t_0 + \Delta t]$.

- Вивести формулу миттєвої швидкості

- Обчислити її при $t=2$

Ігровий механізм:За кожен правильний етап — 1 квант. Якщо всі етапи виконано вірно — бонус «Турбо-ускорення» (+1 квант)

Атмосфера:

Учитель озвучує:«Система фіксує активацію рухового модуля. Частинка оживає!Рух активовано! Частинка вийшла на стабільну орбіту. Ви відкрили Першу Камеру Динаміки»

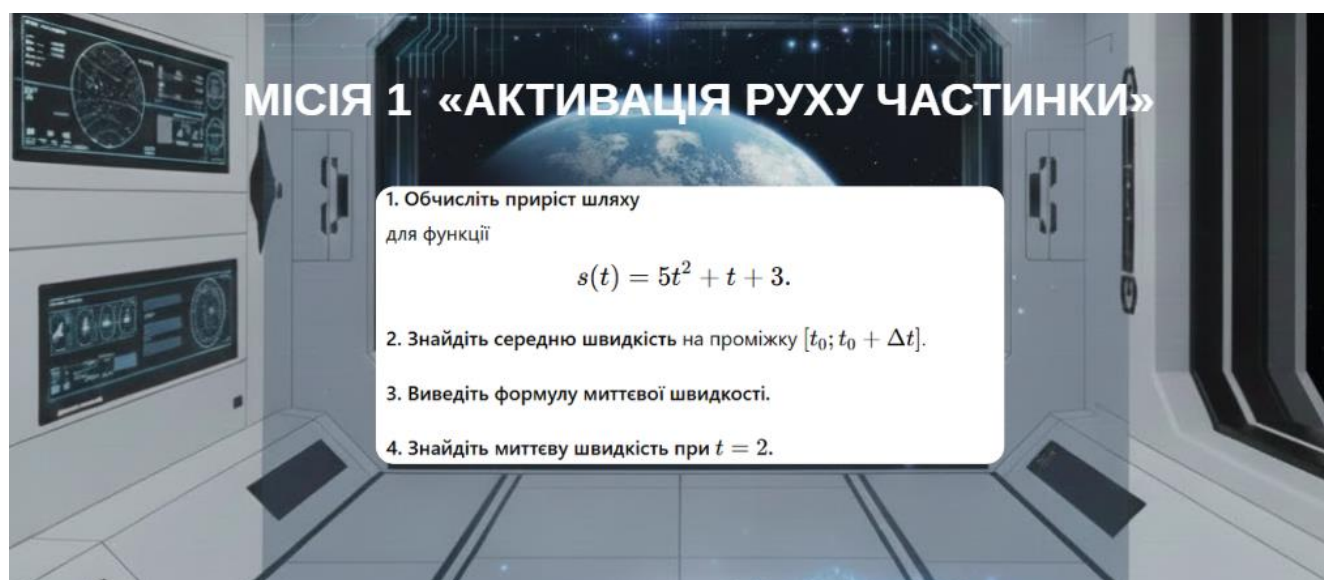


Рисунок 2 - Катка Місії 1 «Запуск руху частинки».



Рисунок 3 - Жетон Кванта.

Виконання вправ

1. Точка рухається прямолінійно по закону $s(t) = 3t^2 - 4t + 2$.

Знайдіть: а) швидкість точки в довільний момент часу t ;

б) швидкість точки в момент часу $t = 1$ с.

Відповідь: а) $6t_0 - 4$; б) $2 \frac{M}{c}$.

2. Точка рухається по закону $s(t) = \frac{gt^2}{2}$ (вільне падіння).

Знайдіть: а) швидкість точки в довільний момент часу t_0 ;

б) швидкість точки в момент часу $t = 1$ с.

Відповідь: а) gt_0 ; б) $g \frac{M}{c}$.

3. Точка рухається по закону $s(t) = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ (м) (рівноприскорений рух з початковою швидкістю v_0 та прискоренням a).

Знайдіть швидкість точки: а) в довільний момент часу t_0 ;

б) в момент часу $t = 1$ с.

Відповідь: а) $v_0 + at_0$; б) $(v_0 + a) \frac{M}{c}$.

4. Величина кута φ повороту точки навколо осі в залежності від часу задано формулою $\varphi(t) = 3t^2 - 2t + 7$ (рад). Виведіть формулу для обчислення миттєвої кутової швидкості x та обчисліть її значення при $t = 1$ с.

Відповідь: $x = 6t - 2$; $4 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$.

5. При нагріванні тіла його температура змінюється в залежності від часу нагрівання t по закону $T(t) = 0,5t^2 + 4t$. Виведіть формулу для обчислення миттєвої швидкості X зміни температури тіла.

Відповідь: $x = t + 4$.

Місія 2 — «Розкодувати серцевину похідної»(8 хв)

Мета: сформувати поняття похідної через складання означення та практику.

Команди отримують конверт «Код Похідної», у якому:

- фрагменти означення (речення-пазли)
- картка «Границя»
- картка «Секрет математичного інженера»
- 3 завдання на знаходження похідної

Етап 1 — Складання означення

Фрагменти потрібно зібрати в логічний текст.



Рисунок 4 - Зображення для пазлу

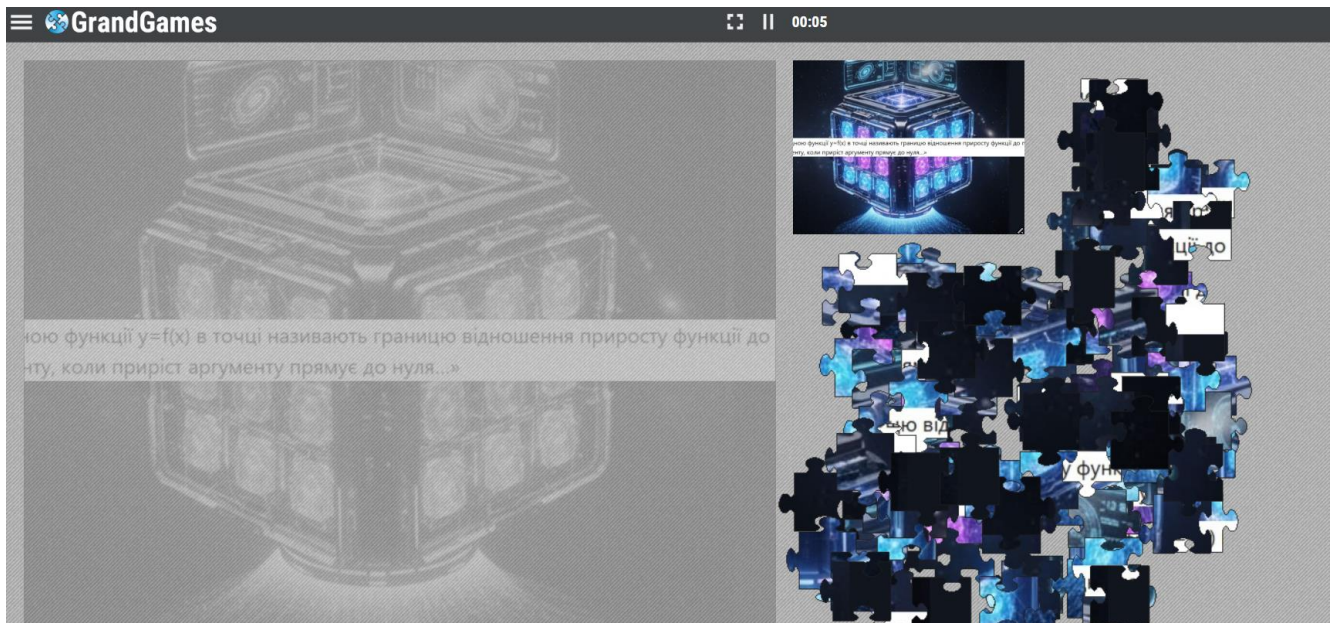


Рисунок 5 - Пазл з визначенням

Етап 2 — «Тест швидкого доступу»

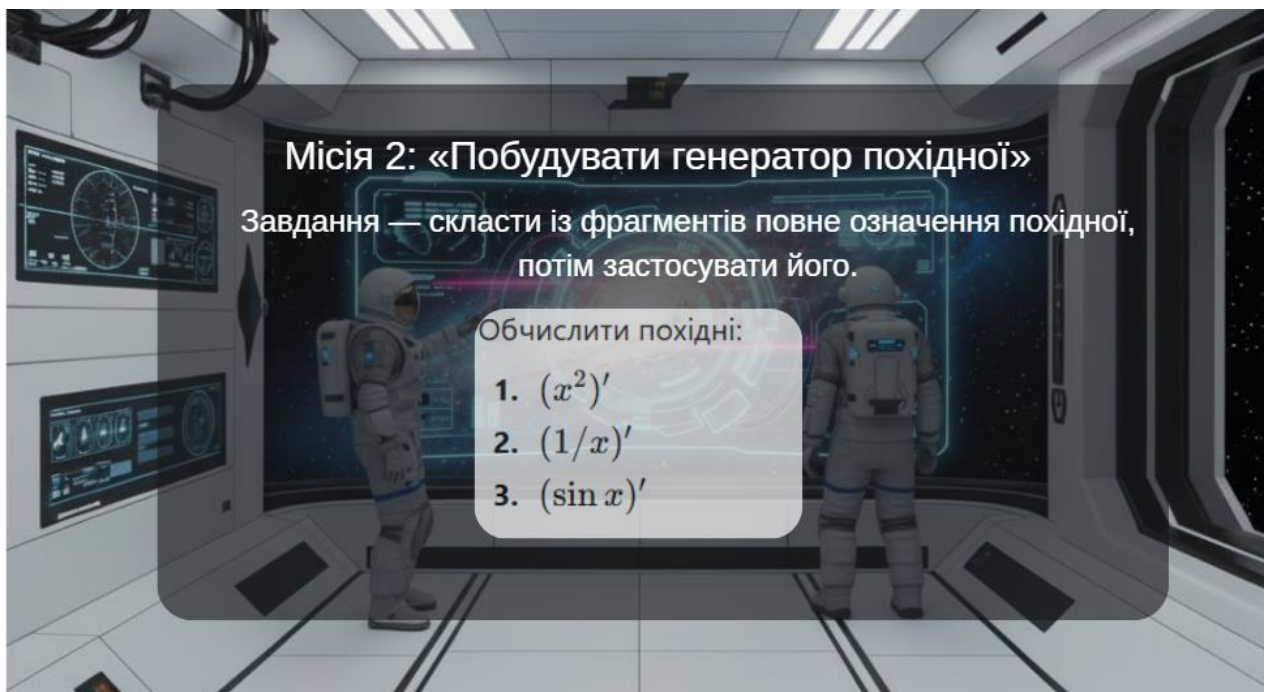


Рисунок 6 - Картка Місія 2- «Побудувати генератор похідної»

Ігровий елемент ґрунтується на чіткій взаємодії ролей: **аналітик** формує зміст і створює основний текст, **кресляр** перетворює його на впорядковане візуальне оформлення, **дослідник** перевіряє достовірність та якість поданої інформації, а **комунікатор** відповідає за виразне й зрозуміле озвучення або представлення

результату. Такий розподіл ролей забезпечує злагоджену командну роботу та високий рівень кінцевого продукту.

Нарахування балів:

+2 кванти за означення

+1 квант за кожну правильну похідну

Коментар вчителя:

«Серцевина набирає обертів. Ви відновили Похідний Контур! Скористайтеся підказками головного інженера — вони допоможуть вам розв'язати завдання швидше та точніше. Інженер знає систему зсередини, тож не прогайте його поради!».

Інформаційний блок подається у вигляді роздаточного матеріалу (інформаційні картки - Підказки Головного Інженера). Лекційний матеріал оформлюється у космічному стилі для створення ефекту повного занурення.

Підказки Головного Інженера:

Сприймання і усвідомлення поняття миттєвої швидкості прямолінійного руху матеріальної точки.

Нехай матеріальна точка M рухається прямолінійно по закону $s = f(t)$ (рис. 20).

В момент часу t_0 вона зайняла положення M_0 і пройшла шлях $S_0 = f(t_0)$.

Знайдемо швидкість точки в момент часу t_0 .

Припустимо, що за довільно вибраний проміжок часу Δt , починаючи з моменту t_0 , точка перемістилася на відстань Δs і зайняла положення M_1 . Тоді $t_1 = t_0 + \Delta t$, $s_1 = f(t_1) = s_0 + \Delta s$.

За проміжок часу Δt матеріальна точка проходить шлях $\Delta x = f(t_1) - f(t_0) = f(t_0 + \Delta t) - f(t_0)$. Середня швидкість v руху на проміжку M_0M_1

$$\text{дорівнює: } v_{\text{сер.}} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{f(t_0 + \Delta t) - f(t_0)}{\Delta t}.$$

Ця величина дає лише приблизне уявлення про швидкість руху матеріальної точки на розглянутому проміжку. Вона буде більш точніша, якщо проміжок Δt буде зменшуватися.

Таким чином, можна вважати, якщо Δt наближається до нуля, то середня швидкість $v_{\text{сер.}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ буде наближатися до швидкості в момент часу t_0 .

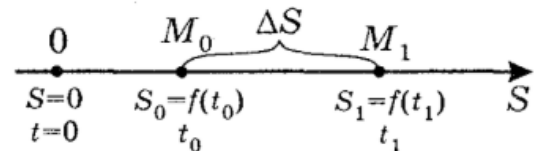


Рис. 20

називається границя середньої швидкості при умові, що Δt наближається до нуля.

$$v_{\text{мит.}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_{\text{сер.}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(t_0 + \Delta t) - f(t_0)}{\Delta t}.$$

Числа Δt , Δs називаються відповідно приростом часу, приростом шляху.

відношення приросту шляху Δs до відповідного приросту часу Δt , коли приріст часу наближається до нуля.

В курсі геометрії ви познайомились з означенням дотичної до кола: дотичною до кола називається пряма, яка лежить в площині кола і має з колом лише одну спільну точку. Таке означення дотичної не може бути перенесено на всі криві (парабола, синусоїда, гіпербола тощо).

Наприклад, вісь OY має тільки одну спільну точку з графіком функції $y = x^3$, проте її не можна вважати дотичною до кубічної параболи в точці 0 (рис. 21).

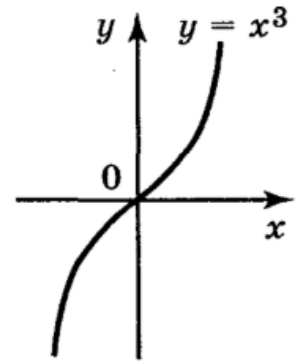


Рис. 21

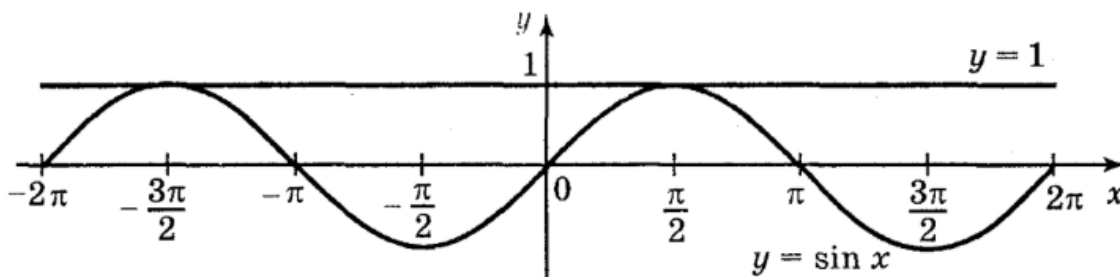


Рис. 22

Пряма $y = 1$ і синусоїда $y = \sin x$ мають безліч спільних точок (рис. 22), проте пряму $y = -1$ вважають дотичною до синусоїди.

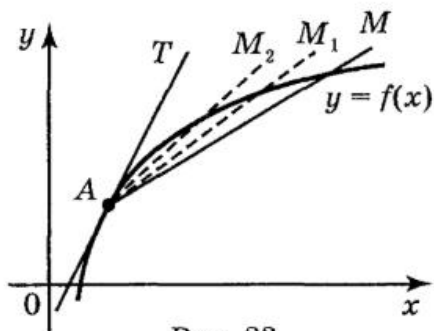


Рис. 23

Для введення означення дотичної до кривої розглянемо функцію $y = f(x)$ і її графік — криву лінію (рис. 23). Нехай точки A і M належать графіку функції $y = f(x)$, проведемо січну AM .

Зафіксуємо точку A . Нехай точка M , рухаючись по кривій, наближається до точки A . При цьому січна AM буде повертатися навколо точки A і в граничному положенні при наближенні точки M до точки A січна займе положення прямої AT . Пряму AT називають дотичною до даної кривої в точці A .

Дотичною AT до графіка функції $y = f(x)$ в точці A називається граничне положення січної AM , коли точка M , рухаючись по кривій, наближається до точки A .

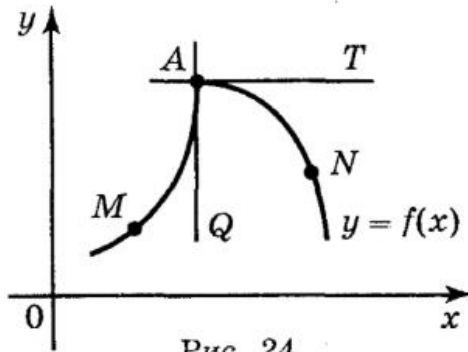


Рис. 24

Слід мати на увазі, що не в усякій точці кривої можна провести до неї дотичну. На рис. 24 зображено криву $y = f(x)$, яка в точці A не має дотичної, бо якщо точка M буде наближатися до точки A по лівій частині кривої, то січна MA займе граничне положення AQ .

Якщо точка N буде наближатися по правій частині кривої, то січна NA займе граничне положення AT . Одержуємо дві різні прямі AQ і AT , це означає, що в точці A до даної кривої дотичної не існує.

Поставимо задачу: провести дотичну до графіка функції $y = f(x)$ в точці $A(x_0; y_0)$.

Дотична — це пряма, а положення прямої $y = kx + b$, яка проходить через точку $A(x_0; y_0)$ визначається кутовим коефіцієнтом прямої $k = \tan \alpha$, де α — кут між прямою і додатнім напрямом осі Ox (рис. 25).

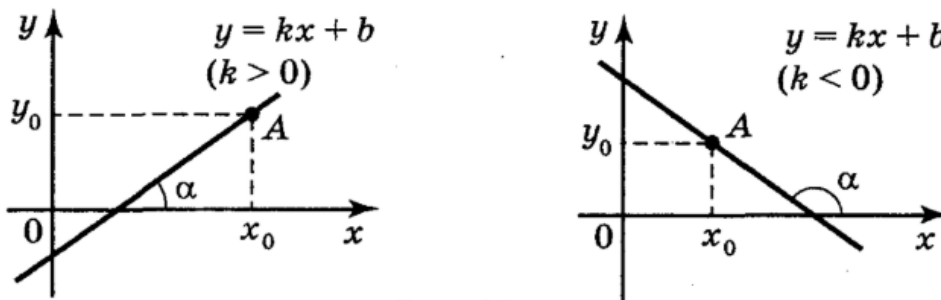


Рис. 25

Отже, провести дотичну до графіка означає знайти число k .

Нехай в точці $A(x_0; y_0)$ (рис. 26) кривої $y = f(x)$ існує дотична, визначимо кутовий коефіцієнт дотичної. Для цього:

1) Надамо аргументу x_0 приросту Δx , одержимо нове значення аргументу $x_0 + \Delta x$.

2) Знайдемо відповідний приріст функції:
 $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$

3) Знайдемо відношення $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$.

Із трикутника AMK маємо: $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \angle MAK$. Так як $\angle MAK = \varphi$ — куту нахилу

січної AM з додатним напрямом осі OX , то $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \varphi$.

4) Якщо $\Delta x \rightarrow 0$, то $\Delta y \rightarrow 0$ і точка M буде переміщуватися по кривій, наближаючись до точки A .

При цьому січна AM буде повертатися навколо точки A , а величина кута φ буде змінюватися зі зміною Δx . Граничним положенням січної AM при $\Delta x \rightarrow 0$ буде дотична AT , яка утворює з додатним напрямом осі OX деякий кут, величину якого позначимо через α .

Отже, $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg} \varphi = k$ — кутовий коефіцієнт дотичної.

□ Місія 3 — «Оживити модуль дотичної»(9 хв)

Матеріали: роздрукований графік функції; точка A ; лінійка; картка «Секрет дотичної»; бланк

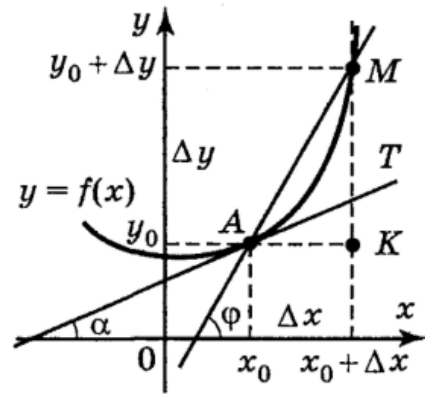


Рис. 26

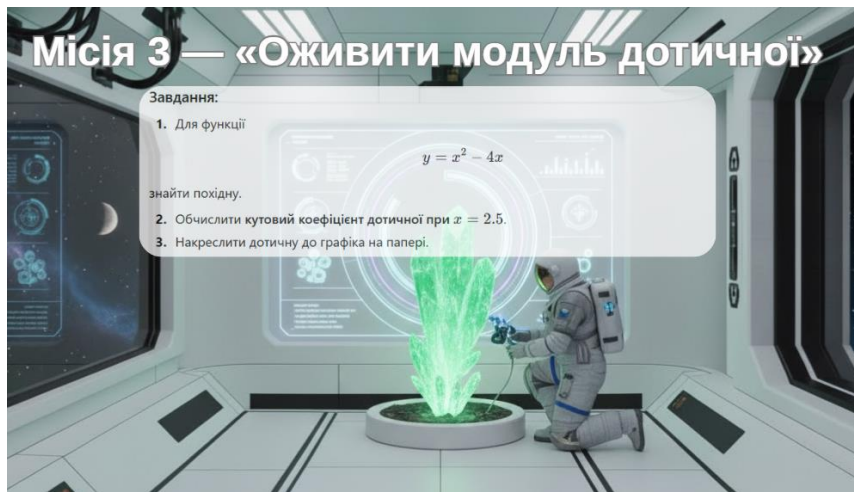


Рисунок 7 - Катка місії 3 — «Оживити модуль дотичної»

Після обчислення коефіцієнта команда має знайти в конверті картку із кутом (цифра на звороті — код). Код потрібно вкласти в «Панель Дотичної» на столі.

Нарахування балів:

+1	—	похідна
+2	—	точна побудова
+1 — правильний код		

Коментар вчителя: «Модуль дотичної активовано! Енергетичні контури стабільні.»

Місія 4 — «Лабіринт похідної»(10 хв)

Ігровий механізм: Рух по лабіринту відбувається за принципом настільної гри — правильна відповідь відкриває двері.



Рисунок 8 - Катка місії 4 «Лабіринт похідної»

Нарахування балів:

+3 за повний прохід
+1 за частковий

Виконання вправ

1. Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної до параболи $y = x^2 - 4x$ в точці з абсцисою $x = 2,5$.

Відповідь: $k = 1$.

2. Знайдіть кутовий коефіцієнт дотичної до параболи $y = x^2 + x$ в довільній точці з абсцисою $x = x_0$.

Відповідь: $2x + 1$.

3. Знайдіть кут між дотичною до параболи $y = x^2 - 2x + 3$ і додатним напрямом осі абсцис у точці:

а) $x_0 = 1,5$; б) $x_0 = 0,5$; в) $x_0 = 1$; г) $x_0 = 2$.

Відповіді: а) 45° ; б) 135° ; в) 0° ; г) $\arctg 2$.

Фінал — АКТИВАЦІЯ СЕРЦЕВИНИ ПОХІДНОЇ (4 хв)

Учитель оголошує команди та ранги:

Хранителі Дотичної (13+ балів)

Майстри Похідної (10–12 балів)

Аналітики Руху (7–9)

Юні Дослідники (до 6 балів)

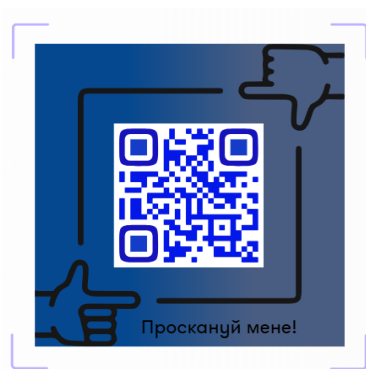
Команди наклеюють свої жетони на «Енергетичний Екран Лабораторії».

Рефлексія — «Кристал істини» (2 хв)

Кожен учень витягує картку:

- «Сьогодні я навчився...»
- «Найбільш несподіваним було...»
- «Похідна — це...»
- «Я зрозумів, що помилки допомагають...»

Домашнє завдання: Переглянути та законспектувати приклади за посиланням нижче. Пройти тестування за посиланням.



Додаток В

План позакласного заходу**Тема:** Проведення гри “Математична мафія”

Форма	проведення:	інтелектуально-рольова				гра
Тривалість:			45–60			хв
Учасники:	учні	10–11	класів	(12–25		осіб)
Місце:	актова	зала	або	просторий		клас

Мета заходу:

- розвиток логічного та критичного мислення;
- формування вміння аргументувати свою думку;
- застосування математичних знань у нестандартних ситуаціях;
- розвиток комунікабельності та навичок командної взаємодії;
- створення емоційно позитивної атмосфери.

Обладнання та підготовка

- картки з ролями;
- набір математичних задач різного рівня (логічні, алгебраїчні, геометричні);
- проектор або дошка для запису розв’язків;
- “банк задач” — набір конвертів або карток із завданнями;
- бейджі або наклейки для позначення ролей;
- столики для команд або коло стільців.

Структура заходу**1. Вступна частина (5–7 хв)**

- Привітання учасників.
- Коротке нагадування правил гри “Мафія”.
- Пояснення математичної модифікації:
 - щоб отримати право голосу або застосувати свою роль, учень повинен правильно виконати математичне завдання;
 - мафія намагається заплутати, давати хибні розв’язки, робити помилкові логічні висновки.

2. Розподіл ролей та інструктаж (3 хв)

- Учні випадково отримують ролі.
- Ведучий пояснює спеціальні можливості та дії для кожної ролі.

3. Раунд 1: “Ніч” (2 хв)

- Всі “засинають”.
- Мафія “прокидається” та вибирає, кого хоче вибути з гри.
- Аналітик та Доктор по черзі роблять свої дії.

4. Раунд 2: “День” (10–12 хв)

- Оголошення результатів ночі.
- Учасники отримують **математичні задачі**, 3–4 рівні складності

Хто правильно виконав завдання — отримує **право висловитися** або **застосувати** свою роль.

- Дискусія щодо пошуку мафії.
- Голосування за вибуття підозрюваного.

5. Наступні раунди (за потребою, 2–3 цикли по 8–10 хв)

Кожен цикл повторює структуру:

- Нічні дії
- Новий блок математичних задач
- Обговорення, аналітика, голосування

Раунди тривають, поки:

- мафія повністю не усунена, або
- мафія не переважає над мирними математиками.

Завершальна частина (5 хв)

- Підбиття підсумків:
 - Хто переміг — мафія чи мирні математики.
 - Аналіз помилок та цікавих моментів.
 - Обговорення складних задач.
- Визначення найактивніших учасників:
 - “Кращий детектив-математик”

- “Логік дня”
- “Найскладніша задача — найкраще рішення”

Очікувані результати

- підвищення інтересу до математики;
- розвиток навичок аргументації й логічного мислення;
- здатність працювати під тиском часу та у команді;
- формування позитивних емоцій і внутрішньої мотивації.

Сюжет гри

Жителі міста вирішують посадити у в'язницю всіх мафіозі; у відповідь мафія оголошує війну всім мирним жителям і вирішує їх вигнати з міста.

Значення карт

Мирний житель - найпростіша і водночас найскладніша роль. Вночігравець закриває очі, вдень - бере участь в обговоренні, намагаючись логічно і психологічно вирахувати, хто є Мафією.

Мафія - грає проти мирних. Вдень видає себе за Мирного жителя, вночі виганяє найрозумнішого (чи будь кого на свій розсуд). В першу ніч Мафія прокидається і знайомиться. У наступні - виганяє по одній людині за ніч. Мафія перемагає, якщо їх залишилося більше, ніж Мирних жителів. Всі Мафіозі знають один одного.

Підготовка для гри (для вчителя)

Вчитель повинен роздрукувати ігрові картки (можна використати двосторонній друк, або роздрукувати все на окремих аркушах і склеїти) так, щоб з одного боку картки був напис “MAFIA”, а з іншого напис “Мафія” або “Мирний житель”. Вам запропоновано 2 види карток (на вибір). Також потрібно роздрукувати завдання, які містяться на окремих картках для кожної ночі, та додатки до них.

Правила гри

Ігрову колоду ретельно перемішати, роздати всім гравцям карти, залишивши одного гравця в ролі Ведучого (в цій ролі може бути і вчитель).

Гравці по черзі дивляться свої карти, потім Ведучий оголошує: “Настала ніч”. Вночі всі гравці закривають очі.

В першу ніч Ведучий оголошує: “Прокидається Мафія”. Відкривають очі всі гравці з картами “Мафія”. Мафія знайомиться один з одним і з Ведучим беззвучно, щоб не викликати підозри. Ведучий оголошує: “Мафія засинає”.

Увага! У першу ніч Мафія нікого не виганяє!

Перший день

Ведучий оголошує: “Настав день. Всі жителі міста прокидаються”. Гравці знайомляться один з одним. Можна придумати собі вигадані імена і професії. Першого дня, спостерігаючи за поведінкою гравців, уже можна робити деякі висновки. Радість, розчарування чи надмірна байдужість можуть стати ключиком до розгадки, хто ж насправді Мафія. Тому тут дуже важливо не видати себе. Кожна наступна ніч присвячена одній з тем, курсу математики 10-11 класу:

Друга ніч (і всі наступні)

Ведучий оголошує: “Настала ніч”. Всі гравці заплющують очі. Ведучий оголошує: “Прокидається мафія”. Відкривають очі всі гравці з картами “Мафія” роблять вибір кого з Мирних жителів вигнати та вибирають завдання (від 1 до 5) з теми, яка відповідає номеру ночі і засинають знову.

Ведучий оголошує: “Настав день. Всі жителі міста прокидаються”. Гравці прокидаються і вони можуть врятувати гравця, якого вночі вигнала

Мафія (не називаючи самого гравця). Для цього всі разом (в тому числі і Мафія, щоб не видати себе) виконують завдання, яке вночі вибрала Мафія. Якщо завдання виконано правильно, вигнаний гравець з гри не вибуває. Якщо ж завдання виконано не правильно або з помилками (вчитель перевіряє його і робить висновок), то вигнаний гравець покидає гру.

Незалежно від результату виконання завдання, гравці починають обговорення, хто з них Мафія (гравці можуть колективно обговорювати, або кожному по черзі надавати по 30 с для пояснення свого припущення). Мафіозі теж беруть участь в обговоренні, видаючи себе за Мирних жителів, і намагаються

зсунути підозри з себе. Вибирається декілька підозрюваних, над якими проводиться Суд. Суд проходить наступним чином: Ведучий називає всіх виставлених на голосування гравців. У кожного з них є 30 с на виправдальну промову. Говорять гравці в тому порядку, в якому вони були виставлені на голосування. Далі відбувається голосування: кожен живий гравець має один голос, який він повинен віддати проти одного з виставлених на голосування гравців. Якщо за підсумками голосування є кандидат, за якого віддано більше голосів, ніж за будь-якого іншого, він покидає гру. При цьому карта гравця не розкривається і його справжня роль не оголошується. Якщо за підсумками голосування два кандидати набрали однакову кількість голосів, ведучий дає кожному висловитися ще раз, потім проводить повторне голосування. Якщо і на цей раз голоси поділилися порівну, то решта гравців вирішують (знову голосуванням) або вигнати/ув'язнити обох, або не виганяти/ув'язнювати нікого.

Увага! Гравець, якого вигнали більше не може брати участь в обговоренні та голосуванні, але разом з усіма засинає, прокидається та допомагає розв'язує задачі, але не може пояснювати кінцевий варіант розв'язку задачі Ведучому.

Перед настанням ночі Ведучий повинен визначити, чи не перемогла яка-небудь зі сторін.

Наступні дні і ніч ігра проходить аналогічно.

Ведучий оголошує гру закінченою, якщо: а) вся Мафія посаджена у В'язницю; б) вбиті всі Мирні жителі; в) всі завдання виконано (це практично неможливо. Якщо всі теми пройдені, а гра ще не закінчена, починаємо знову теми з початку і Мафія вибирає серед завдань, які залишилися.

Увага! Завдання учасники гри можуть бачити тільки вдень.

Правила роздачі карт

Кількість карт повинна відповідати кількості гравців. За таблицею нижче визначаємо скільки в грі має бути Мафії, таку кількість карт ставимо в колоду. Решта карт в колоді мають бути з Мирними жителями. Кількість гравців Мафія

6- 11 2

12 - 19 3

20 - 24 4

25 і більше 5





