В. В. Куліш
А. М. Соловйов
О. Я. Кузнєцова

ФІЗИКА

для інженерних спеціальностей

КРЕДИТНО-МОДУЛЬНА СИСТЕМА

Модуль 1

Механіка
Молекулярна фізика

У чотирьох частинах

Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів
вищих навчальних закладів

75-річчю Національного авіаційного університету присвячується

Київ
Книжкове видавництво
Національного авіаційного університету
2006

УДК 53:378.14 (078.5)
ББК В30я7
К 903

Рецензенти:

Ю. І. Горобець, д-р фіз.-мат. наук, чл.-кор. АПН України
(Національний технічний університет України «КПІ»),
Л. В. Поперенко, д-р фіз.-мат. наук, проф.
(Національний університет ім. Тараса Шевченка)
О. Д. Альохін, д-р фіз.-мат. наук, проф.
(Національний університет ім. Тараса Шевченка)

Гриф надано Міністерством освіти і науки України
(*Лист № 1.4/18-Г-366 від 04.07.2006*)

Куліш В.В., Соловйов А.М., Кузнєцова О.Я.
К 903 Фізика для інженерних спеціальностей. Кредитно-модульна система: Навч. посібник. — У 4 ч. — М. І. Механіка. Молекулярна фізика. — К.: Книжкове вид-во НАУ, 2006. — 232 с.
ISBN 966-598-269-9
ISBN 966-598-270-2 (Модуль 1)

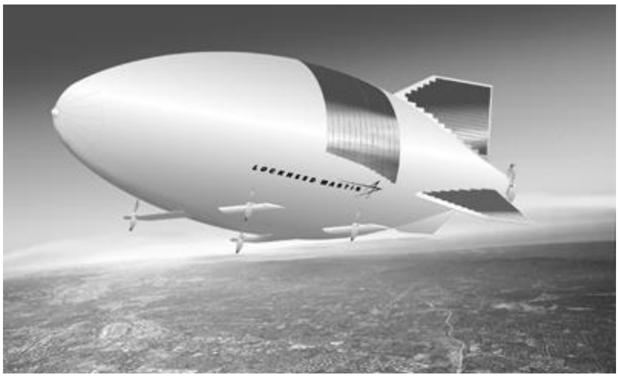
Пропонований посібник — навчально-методичний комплекс робочих матеріалів, створений для забезпечення впровадження кредитно-модульної системи безпосередньо в студентську аудиторію. Увесь матеріал даного комплексу розбито на навчальні модулі. При цьому для кожного модуля подано мінімально необхідний лекційний матеріал (теоретичне ядро), де вказано, яку його частину призначено для аудиторного вивчення, а яку — для самостійної роботи, розміщено повноцінні задачники з текстами задач за темами кожного предметного елемента та з прикладами розв'язання, списки тестових запитань для поточного (предметно-елементного) і модульного контролю, описи реальних та віртуальних лабораторних робіт тощо.

Матеріал кожного модуля у даному комплексі подано у формі окремого тому. Тобто, у випадку чотирьох-модульного, як у нашому базовому варіанті, курсу фізики, увесь вказаний матеріал складає зміст чотирьох окремих томів. Однак, у разі необхідності, даний комплекс може бути використано також і у випадку шестимодульного (трисеместрового) варіанту курсу.

Комплекс відповідає чинній навчальній програмі й рекомендований Міністерством освіти і науки України для студентів інженерних спеціальностей та викладачів.

УДК 53:378.14 (078.5)
ББК В30я7

ISBN 966-598-269-9
ISBN 966-598-270-2 (Модуль 1)



Модуль 1

МЕХАНІКА. МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА

І. Ньютон
(1643—1727)

Закони руху тіл, які перебувають у даному просторі, однакові незалежно від того, нерухомий цей простір чи рухається в одному напрямку рівномірно і прямолінійно, без будь-якого руху по колу.

Ісаак Ньютон

Під елементами я розумію ... деякі первинні прості тіла, які не можна розкласти на частини і неможливо отримати з будь-яких інших тіл, а також одне з одного. Усі складні речовини складаються з цих елементів і зрештою розпадаються на них.

Роберт Бойль

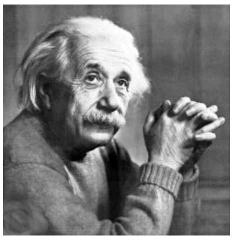
Джоуль
(1818—1889)

Теорія відносності — це фізична теорія, яка ґрунтується на внутрішньо несуперечливій фізичній інтерпретації... понять руху, простору, часу.

Альберт Ейнштейн

Нехай ніхто не думає, що велике творіння Ньютона можна спростувати теорією відносності або якою-небудь іншою теорією. Ясні й широкі ідеї Ньютона навічно збережуть своє значення фундаменту, на якому побудовано наші сучасні фізичні уявлення.

Альберт Ейнштейн



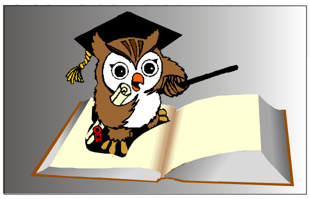
А. Ейнштейн
(1879—1955)

ПЛАН ОРГАНІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ З КУРСУ ФІЗИКИ

ПЛАН ОРГАНІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ З КУРСУ ФІЗИКИ
ДЛЯ ТИПОВОГО ДВОСЕМЕСТРОВОГО ТА ТРИСЕМЕСТРОВОГО КУРСУ

Загальна кількість годин за робочим навчальним планом 297 і 432 відповідно (приклад)

№ тиж-ня	Модулі	Теми лекцій (теоретичне ядро)	Теми практичних занять	Обов'язкові задачі	Індивіду-альні задачі	Лабораторні роботи по підгрупах
1	**Модуль I:** Механіка. Молеку-лярна фізика	1.Вступ до курсу фізики. Кінематика матеріальної точки 2. Кінематика абсолютно твердого тіла	Вступне занят-тя. Видача за-вдань.	Видача за-вдань	Вступне заняття. Видача завдань	Робота за графіком
2		3.Динаміка матеріальної точки.				
3		4. Динаміка твердого тіла 5. Неінерціальні системи відліку	Кінематика	1, 7, 9, 10, 11	Здача завдання №1	Робота за графіком
4		6. Релятивістська кінематика				
5		7. Релятивістська динаміка 8. Закони збереження імпульсу і моменту імпульсу	Динаміка	17, 19, 23, 30, 42	Здача завдання №2	Робота за графіком
6		9. Закон збереження механічної енергії				
7		10. Статистичні розподіли 11. Молекулярно-кінетична теорія газу	Неінерціальні системи відліку. Релятивістська механіка	65, 69, 71, 75, 76	Здача завдання №3	**МОДУЛЬ-НИЙ КОНТ-РОЛЬ I**
8		12. Перший закон термодинаміки		1, 7, 22, 29, 44, 50	Здача завдання №4	
9	**Модуль II:** Термо-динаміка. Електро-магнетизм	13. Другий закон термодинаміки 14. Реальний газ	Ідеальний газ. Термодинаміка			Робота за графіком
10		15. Елементи теорії поля		1, 3, 4, 23, 29, 31	Здача завдання №5	
11		16. Статичне електричне поле 17. Діелектрики в електричному полі	Електричне поле			Робота за графіком
12		18. Провідники в електричному полі		40, 43, 52, 55, 59	Здача завдання №6	
13		19. Робота і енергія в електричному полі 20. Постійний електричний струм.	Постійний електричний струм			Робота за графіком
14		21. Статичне магнітне поле		67, 73, 75, 83, 87	Здача завдання №7	
15		22. Речовина в магнітному полі 23. Електромагнітна індукція	Магнітне поле			**МОДУЛЬ-НИЙ КОНТ-РОЛЬ II**
16		24. Динамічне магнітне поле	Магнітне поле	Підсумкове заняття		
		25. Рівняння Максвела 26. Підсумкова лекція	Підсумкове заняття			Підсумкове заняття



ТЕОРЕТИЧНЕ ЯДРО

*Аудиторний лекційний матеріал
та матеріал для самостійного вивчення*

ВСТУП

Механіка вивчає найпростіший вид руху — механічне переміщення тіл (або їхніх частин) одне відносно одного.

Розрізняють механіку КЛАСИЧНУ та КВАНТОВУ. Класична механіка, у свою чергу, поділяється на *нерелятивістську (ньютонівську) і релятивістську.*

Класична нерелятивістська механіка розглядає макроскопічні тіла, розміри яких у багато разів перевищують розміри атомів і молекул. Крім того, ці макроскопічні тіла рухаються зі швидкостями, набагато меншими від швидкості світла у вакуумі.

Класична релятивістська механіка вивчає рух тіл зі швидкостями, порівнянними зі швидкістю світла у вакуумі, коли маса тіла починає залежати від його швидкості і стає пов'язаною з енергією, а інтервал часу змінюється зі зміною системи відліку. Релятивістську механіку для інерціальних систем відліку називають ще теорією відносності Ейнштейна.

Квантова механіка описує поводження *мікрочастинок*, яке зовсім не схоже на поводження *макрочастинок*. Мікрочастинки виявляють хвильові властивості, мають багато «*квантових*» характеристик, набуваючи лише ряду дискретних значень. Якщо за певних умов релятивістськими ефектами можна знехтувати, то поводження мікрочастинок вивчає *нерелятивістська квантова механіка*. Якщо зазначені ефекти істотні, поводження мікрочастинок підпорядковане *релятивістській квантовій механіці.*

Далі розглядається класична нерелятивістська та класична релятивістська механіка.

1. КЛАСИЧНА НЕРЕЛЯТИВІСТСЬКА МЕХАНІКА

Класичну нерелятивістську механіку ще називають *ньютонівською механікою,* бо саме І. Ньютон сформулював три закони, які покладено в її основу.
Класична нерелятивістська механіка складається з трьох розділів: статики, кінематики та динаміки.
Статика вивчає умови рівноваги тіл.
Кінематика подає математичний опис руху тіл, не розглядаючи причин, які викликали цей рух.
Динаміка вивчає вплив взаємодії тіл на характер їхнього руху. Механічний рух може бути дуже складним, і описати його буває дуже важко. Тому доводиться звертатися до спрощених моделей реального тіла, таких як матеріальна точка, абсолютно тверде тіло і т. ін.

1.1. КІНЕМАТИКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ

Простір і час. В основу всієї механіки (як і фізики загалом) покладено уявлення про властивості *простору* та *часу*. Ньютон дав доволі оригінальне фізичне визначення простору, назвавши його «вмістилищем усіх речей». Проте Ньютон вважав (і ця його позиція згодом стала підмурівком усієї класичної фізики), що властивості часу і простору ніяк не пов’язані між собою. Отже, їх можна розглядати окремо. Стосовно «порожнього» простору вважається, що він *однорідний* та *ізотропний,* тобто всі його точки рівноправні відносно як простих лінійних переміщень (однорідність), так і поворотів (ізотропність). Крім того, вважається, що наш простір задовольняє Евклідову (плоску) метрику.
Останнє твердження потребує деяких додаткових пояснень. Свого часу російський математик Лобачевський довів принципову можливість існування багатьох різновидів «кривих» метрик простору. Але відразу постає запитання: а який же наш простір — плоский чи «кривий»? Першим, хто зробив реальний крок до з’ясування правильної відповіді на поставлене запитання, був великий німецький математик К. Ф. Гаусс (1777—1855), котрий, проте, міркував як справжній фізик. Адже він поставив відповідний експеримент і довів (із можливою на той час вимірювальною точністю), що наш простір справді має Евклідову метрику. Для цього вчений використав добре відомі теореми з елементарної геометрії. У рамках геометрії Евкліда сума кутів будь-якого трикутника, як відомо, має дорівнювати 180°. А в разі «кривої» метрики ця сума має бути меншою. Тож Гаусс виміряв суму кутів трикутника зі сторонами близько 100 км (верхівки гір в Альпах) і переконався, що в межах точності вимірювань геометрія нашого простору є плоскою, тобто Евклідовою. Згодом такі експерименти проводилися багато разів, але щоразу для дедалі більших масштабів. Спочатку цей самий результат дістали в масштабі Сонячної системи, потім — Галактики ($\sim 10^{20}$ м), далі — Метагалактики ($\sim 10^{26}$ м). Слід, однак, зазначити, що на межі області нашого Всесвіту, доступної для спостереження із залученням наявних нині експериментальних засобів, повної впевненості в правильності такого висновку поки що немає.
Кількісний опис простору у фізиці подають за допомогою *систем відліку*. Система відліку — це система координат, пов’язана з деяким *тілом відліку*. Докладніше поняття системи відліку буде розглянуто далі.
Якщо тлумачення поняття «простір» більш-менш очевидне, то цього аж ніяк не можна сказати про поняття «час» — одне з найскладніших у фізиці. У найпростішому (кількісному) розумінні час — це показ якогось *годинника*. Точніше кажучи, це проміжок між двома якимись вимірюваннями годинника. Під годинником у фізиці розуміють будь-який матеріальний об’єкт, що здійснює періодичні коливання. Наприклад: механічний маятник (період), Земля, що обертається навколо власної осі (доба), Земля, що обертається навколо Сонця (рік), Сонце, що обертається навколо центра Галактики (галактичний рік) тощо.
Вважається, що час тече *рівномірно*, а отже, «годинник» іде рівномірно, тобто його період сталий і не змінюється від одного коливання до іншого. Зазначимо, що як припущення про однорідність та ізотроп-

ність простору, так і припущення про рівномірність плину часу — це, по суті, не що інше, як *гіпотези*. Але, як показав подальший розвиток фізики, ці гіпотези згодом було підтверджено численними непрямими експериментами. Зокрема, було використано той факт, що закон збереження енергії є наслідком із припущення про однорідність часу, закон збереження імпульсу випливає з припущення про однорідність простору, а закон збереження момента імпульсу — із властивості ізотропності простору. Оскільки всі ці закони фундаментальні і, відповідно, надійно доведені експериментально, то сформульовані щойно гіпотези цілком правомірні.

Для того, щоб описати механічний рух, необхідно ввести фізичні характеристики руху — КІНЕМАТИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ — і встановити математичні зв'язки між ними. У цьому, власне, і полягає завдання кінематики.

МАТЕРІАЛЬНОЮ ТОЧКОЮ називають тіло, розмірами якого можна знехтувати порівняно з його переміщенням. Так, автомобіль на трасі Київ—Одеса, безумовно, є матеріальною точкою. А той самий автомобіль, розташований у боксі мийки, узяти за матеріальну точку ніяк не можна.

Розглянемо по порядку такі кінематичні характеристики: система відліку, радіус-вектор, рівняння руху, траєкторія, рівняння траєкторії, швидкість, прискорення.

Система відліку. Будь-який рух є відносним, тому неодмінно потрібно вказати, відносно якого тіла розглядається рух даної матеріальної точки. Якщо для цього вибраного ТІЛА ВІДЛІКУ ми додамо ВИМІРЮВАЧ ЧАСУ та ще зв'яжемо з тілом відліку яку-небудь СИСТЕМУ КООРДИНАТ, то дістанемо СИСТЕМУ ВІДЛІКУ.

Тілом відліку може бути будь-яке тіло. Яке ж вибрати? Для кожного конкретного випадку підшукується таке тіло відліку, щоб математичний опис руху був найпростішим. Однак не слід вибирати таке тіло відліку, відносно якого тіло взагалі нерухоме.

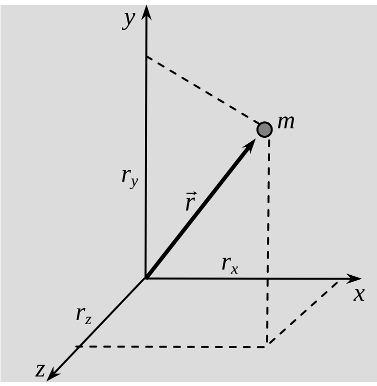


Рис. 1.1

Радіус-вектор. Положення матеріальної точки відносно вибраної системи відліку зручно задати за допомогою радіуса-вектора $\vec{r}$, проведеного із центра системи координат до матеріальної точки *m* (рис. 1.1).

Задати радіус-вектор — означає задати його модуль і напрям. Задаючи радіус-вектор, ми, по суті, вибираємо сферичну систему координат. Але частіше користуються прямокутною, або ДЕКАРТОВОЮ, СИСТЕМОЮ КООРДИНАТ. У цій системі положення матеріальної точки задається координатами x, y, z.

Кожна координата — це проекція радіуса-вектора на відповідну вісь:

$$x = r_x, \qquad y = r_y, \qquad z = r_z.$$

Радіус-вектор можна записати також у вигляді:

$$\vec{r} = \vec{i}r_x + \vec{j}r_y + \vec{k}r_z = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z \ .$$

Рівняння руху. Під час руху матеріальної точки її координати змінюються, але в кожний конкретний момент часу вони цілком визначені. Інакше кажучи, кожному моменту часу відповідає цілком визначене значення радіуса-вектора.

Формула, якою подається однозначний зв'язок радіуса-вектора з часом, називається рівнянням руху.

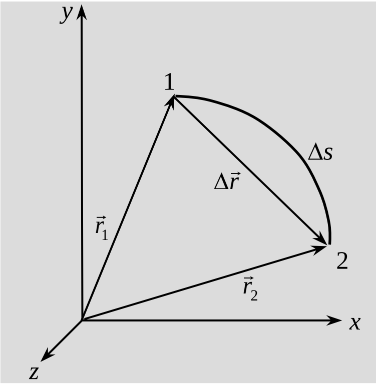


Рис. 1.2

У векторній формі рівняння руху записується так:

$$\vec{r} = \vec{r}(t).$$

Можна записати рівняння руху не тільки у векторній, а й у скалярній формі. Для цього потрібно задати залежність кожної координати від часу:

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t).$$

Траєкторія. Траєкторія — це лінія у просторі, яку описує матеріальна точка під час руху.

Відстань, яку проходить матеріальна точка вздовж траєкторії за час $\Delta t = t_2 - t_1$, називається ДОВЖИНОЮ ШЛЯХУ, або просто ШЛЯХОМ Δs (рис. 1.2).

Положення *2* відносно положення *1* можна зафіксувати й інакше: провести вектор $\Delta\vec{r}$ із точки *1* у точку *2*. Цей вектор називають ВЕКТОРОМ ПЕРЕМІЩЕННЯ, або просто ПЕРЕМІЩЕННЯМ.

Вектор переміщення дорівнює зміні радіуса-вектора, або його приросту, за час Δt:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1.$$

Рівняння траєкторії — це рівняння лінії у просторі, тобто формула, яка зв'язує координати точки під час руху. Її можна умовно записати так:

$$F(x, y, z) = 0.$$

Ми бачимо, що рівняння траєкторії можна дістати з рівнянь руху, виключивши з них час.

Приклад. Знайти рівняння руху та рівняння траєкторії тіла, яке відокремилося від літака, що летів горизонтально зі сталою швидкістю $\vec{v}_0$.

Уздовж горизонтальної осі x тіло й далі рухатиметься рівномірно зі швидкістю $\vec{v}_0$ (рис. 1.3), тому рівняння руху по осі x таке:

$$x = v_0 t.$$

Рух тіла вздовж вертикальної осі y є вільним падінням у полі тяжіння Землі, і тому рівняння руху таке:

$$y = \frac{gt^2}{2}.$$

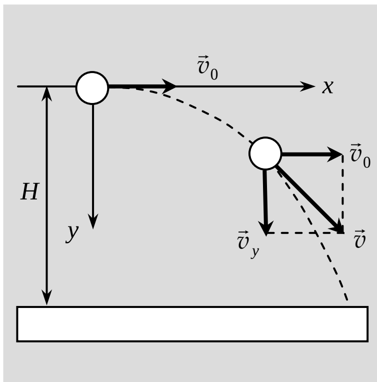


Рис. 1.3

Рівняння траєкторії дістанемо, визначивши час t із першого рівняння і підставивши його в друге.

Тоді:

$$y = \frac{g}{2v_0^2}x^2, \text{ або } y = kx^2,$$

де $k = \dfrac{g}{2v_0^2}$ = const, оскільки v_0 = const і g = const.

Отримане рівняння траєкторії є рівнянням квадратичної параболи.

Обернена задача: знаходження рівнянь руху за відомим рівнянням траєкторії. Вона не має однозначного розв'язку, оскільки по тій самій траєкторії тіло може рухатись по-різному. Навіть якщо траєкторія

— пряма лінія, по ній, як по автомобільному шосе, можна рухатись різний час із різною швидкістю і в різних напрямах.
Таку саму траєкторію $y = kx^2$ дістанемо для рівнянь руху:

$$x = at^n, \quad y = bt^{2n},$$

і це легко перевірити самостійно.

Швидкість

Швидкість — це стрімкість руху або стрімкість переміщення у просторі. Існують різні швидкості: середня шляхова швидкість, вектор середньої швидкості, істинна, або миттєва, швидкість.
Нехай матеріальна точка перемістилась за час Δt із точки *1* у точку *2* (рис. 1.4). При цьому її шлях дорівнює Δs, а радіус-вектор набуває приросту $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$.
СЕРЕДНЬОЮ ШЛЯХОВОЮ ШВИДКІСТЮ $v_{ср}$ називається відношення шляху Δs до часу Δt, за який точка пройшла цей шлях:

$$\boxed{v_{ср} = \frac{\Delta s}{\Delta t}.}$$

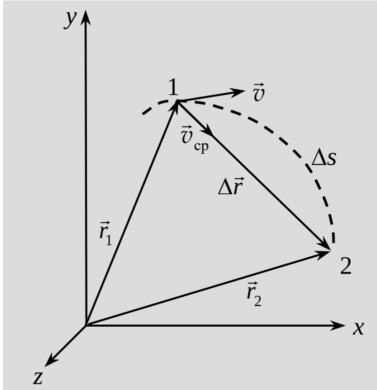


Рис. 1.4

Середня шляхова швидкість — скаляр. Одиниця швидкості — м/с.
ВЕКТОР СЕРЕДНЬОЇ ШВИДКОСТІ $\vec{v}_{ср}$ визначається відношенням приросту радіуса-вектора до інтервалу часу, за який відбувається цей приріст:

$$\boxed{\vec{v}_{ср} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}.}$$

Вектор середньої швидкості має напрям уздовж вектора переміщення. Його модуль:

$$\left|\vec{v}_{ср}\right| = \frac{|\Delta\vec{r}|}{\Delta t}.$$

Вектор середньої швидкості не залежить від форми траєкторії. Він не залежить також від швидкості руху на різних ділянках траєкторії. Важлива лише відстань між початковим і кінцевим положенням точки та час, за який відбулося переміщення. Наприклад, якщо при переміщенні по замкненій траєкторії початкове та кінцеве положення збігаються, то вектор середньої швидкості дорівнює нулю, тоді як середня шляхова швидкість дорівнюватиме довжині шляху, віднесеного до інтервалу часу.

Зауваження. ☞ *Оскільки при криволінійному русі (див. рис. 1.4) довжина вектора переміщення (модуль вектора) дорівнює довжині хорди, а шлях дорівнює довжині дуги, то модуль вектора переміщення завжди менший від шляху* $(|\Delta\vec{r}| \le \Delta s)$*, і тому модуль вектора середньої швидкості завжди менший від середньої шляхової швидкості. Середня швидкість і вектор середньої швидкості однакові лише при русі по прямолінійній траєкторії.* ☜

Зі зменшенням інтервалу часу матеріальна точка проходитиме все менший шлях і точка *2* буде все ближче до точки *1*. Відповідно модуль вектора переміщення, який дорівнює довжині хорди, наближатиметься до довжини шляху, а напрям вектора переміщення — до напряму дотичної до траєкторії в точці *1*.
ІСТИННА ШВИДКІСТЬ $\vec{v}$ — це границя, до якої прямує вектор середньої швидкості, коли $\Delta t \to 0$:

$$\boxed{\vec{v} = \lim_{\Delta t\to 0}\vec{v}_{ср} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.}$$

Можна також сказати, що *істинна швидкість — це швидкість у даній точці траєкторії, або швидкість у даний момент часу, або миттєва швидкість.* Частіше говорять просто «ШВИДКІСТЬ».

Істинна швидкість $\vec{v}$ — це швидкість у даній точці траєкторії, вона дорівнює першій похідній від радіуса-вектора за часом і спрямована по дотичній до траєкторії в напрямі руху точки.

Модуль вектора істинної швидкості дорівнює першій похідній від шляху за часом:

$$|\vec{v}| = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = v_s ,$$

оскільки при $\Delta t \to 0$, $|\Delta \vec{r}| \to \Delta s$.

Модуль вектора істинної швидкості дорівнює істинній шляховій швидкості.

Для того щоб обчислити швидкість, потрібно знати залежність радіуса-вектора від часу, тобто рівняння руху $\vec{r} = \vec{r}(t)$.

Якщо рівняння руху задано у скалярній формі, то потрібно спочатку обчислити проекції вектора швидкості на осі координат:

$$v_x = \frac{dx}{dt} ,\ v_y = \frac{dy}{dt} ,\ v_z = \frac{dz}{dt} ,$$

а потім уже — вектор швидкості:

$$\vec{v} = \vec{i}\, v_x + \vec{j} v_y + \vec{k} v_z = \vec{i}\,\frac{dx}{dt} + \vec{j}\,\frac{dy}{dt} + \vec{k}\,\frac{dz}{dt} .$$

Модуль швидкості обчислюється за допомогою теореми Піфагора, оскільки вектори $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ взаємно перпендикулярні:

$$|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} .$$

Напрям вектора швидкості задається напрямними косинусами за відомим правилом:

$$\cos\alpha = \frac{v_x}{v} ,\ \cos\beta = \frac{v_y}{v} ,\ \cos\gamma = \frac{v_z}{v} .$$

Якщо модуль вектора швидкості не змінюється з часом, то рух називається РІВНОМІРНИМ. При цьому напрям вектора швидкості може змінюватися, як, наприклад, під час рівномірного руху по колу.

Якщо напрям вектора швидкості залишається незмінним, то такий рух називається ПРЯМОЛІНІЙНИМ. При цьому модуль швидкості може змінюватися з часом, як, наприклад, під час гармонічних коливань, за законом:

$$v = v_m \sin\omega t .$$

Рівняння $v_s = \dfrac{ds}{dt}$ зв'язує істинну шляхову швидкість v_s із довжиною шляху s, і ним можна скористатися не тільки для обчислення швидкості, коли відома залежність шляху від часу, а й для розв'язування оберненої задачі — обчислення пройденого шляху, якщо відома залежність швидкості від часу. Для цього перепишемо рівняння в такому вигляді:

$$ds = v_s\, dt.$$

Очевидно, що ds — це шлях, який пройде матеріальна точка за час dt (ЕЛЕМЕНТАРНИЙ ШЛЯХ).

На рис. 1.5 наведено довільну залежність швидкості від часу. Елементарний шлях тут зображено у вигляді площі нескінченно тонкого прямокутника з основою dt і висотою v_s. За наступний нескінченно малий інтервал часу dt матеріальна точка пройде наступний елементарний шлях ds, який дорівнює площі наступного прямокутника, і так далі. Неважко зрозуміти, що шлях, який буде пройдено за час від t_1 до t_2, дорівнюватиме сумі всіх елементарних шляхів, тобто заштрихованій площі. Обчислення цієї площі здійснюється інтегруванням швидкості за часом:

$$\boxed{\Delta s = \int_{t_1}^{t_2} v_s dt.}$$

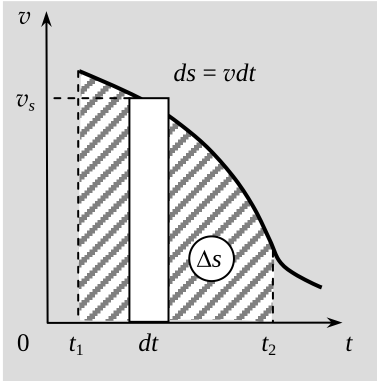


Рис. 1.5

Наприклад, якщо матеріальна точка рухається зі сталим прискоренням a, то її швидкість залежить від часу лінійно: $v = at$. І тоді шлях, пройдений цією точкою,

$$\Delta s = \int_0^t atdt = \frac{at^2}{2}.$$

Ще приклад. Рівномірний рух, швидкість стала: $v = \text{const}$. Тоді:

$$\Delta s = \int_0^t vdt = v\int_0^t dt = vt.$$

Прискорення

Прискорення характеризує стрімкість зміни швидкості. Як показано на рис. 1.6, при переміщенні матеріальної точки з положення *1* у положення *2* за час Δt швидкість зміниться від $\vec{v}$ до $\vec{v}+\Delta\vec{v}$, тобто відбудеться приріст швидкості на $\Delta\vec{v}$.

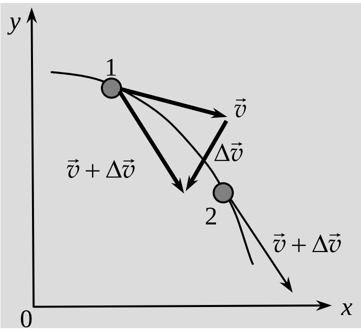


Рис. 1.6

Прискорення, як і швидкості, бувають різні: середнє прискорення, істинне, нормальне і тангенціальне.

СЕРЕДНЄ ПРИСКОРЕННЯ $\vec{a}_{\text{ср}}$ — це вектор, який дорівнює відношенню приросту швидкості до інтервалу часу, за який відбувся цей приріст:

$$\boxed{\vec{a}_{\text{ср}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}.}$$

Вектор середнього прискорення спрямований у напрямі зміни швидкості, тобто вздовж вектора $\Delta\vec{v}$.

ІСТИННЕ ПРИСКОРЕННЯ $\vec{a}$ — це границя, до якої прямує середнє прискорення, коли $\Delta t \to 0$:

$$\boxed{\vec{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\vec{a}_{\text{ср}} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.}$$

Істинне прискорення дорівнює першій похідній від швидкості за часом, або другій похідній від радіуса-вектора за часом.

І знов-таки ми бачимо, що для обчислення прискорення, як і для обчислення швидкості, потрібно знати рівняння руху, тобто залежність радіуса-вектора від часу.

Рівняння руху вважають основною кінематичною характеристикою. Якщо рівняння руху відоме, можна обчислити всі інші кінематичні характеристики.

Швидкість у загальному випадку змінюється як за модулем, так і за напрямом. Тому зручно виокремити дві складові прискорення, одна характеризує зміну швидкості за модулем, а друга — за напрямом.
Легко знайти види руху, в яких проявляється лише одна зі складових прискорення.
При прямолінійному русі швидкість змінюється тільки за *модулем.* Тому:

$$\boxed{a_\tau = \frac{dv}{dt}.}$$

Ця складова прискорення напрямлена по дотичній до траєкторії і тому називається ТАНГЕНЦІАЛЬНИМ ПРИСКОРЕННЯМ (рис. 1.7).
При рівномірному русі по колу швидкість змінюється тільки за *напрямом.* Відповідне прискорення нам добре відоме — це ДОЦЕНТРОВЕ ПРИСКОРЕННЯ. Воно спрямоване до центра кола по нормалі до вектора швидкості і тому називається НОРМАЛЬНИМ ПРИСКОРЕННЯМ (рис. 1.7):

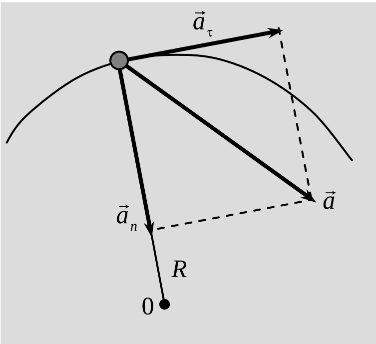


Рис. 1.7

$$\boxed{a_n = \frac{v^2}{R},}$$

де v — модуль швидкості; R — радіус кола.
Нормальне прискорення існує тоді, коли траєкторія руху точки криволінійна.
У загальному випадку, при русі тіла по довільній кривій, R — це РАДІУС КРИВИНИ ТРАЄКТОРІЇ, тобто радіус кола, вписаного у відрізок траєкторії, на якому розглядається рух точки. Його можна обчислити, якщо відоме рівняння траєкторії, за формулою:

$$R = \frac{1}{\frac{d^2y}{dx^2}}\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}.$$

Можна довести, що вектор істинного прискорення дорівнює геометричній сумі нормального і тангенціального прискорення (рис. 1.7), і тому його модуль

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = \sqrt{\left(\frac{v^2}{R}\right)^2 + \left(\frac{dv}{dt}\right)^2}.$$

1.1.1. Кінематика абсолютно твердого тіла

АБСОЛЮТНО ТВЕРДИМ ТІЛОМ називають тіло, деформаціями якого можна знехтувати порівняно з його переміщенням. Це означає, що відстань між двома довільно вибраними точками тіла залишається сталою при будь-яких рухах тіла.
Розрізняють два основні види руху твердого тіла: ПОСТУПАЛЬНИЙ та ОБЕРТАЛЬНИЙ. Будь-який рух твердого тіла в даний момент часу можна розкласти на ці два найпростіші види руху. Відповідна теорема доводиться в курсі теоретичної механіки.

Поступальний рух

ПОСТУПАЛЬНИМ називають такий рух твердого тіла, при якому будь-яка пряма лінія, що зв'язана з цим тілом, переміщується в просторі паралельно самій собі.
На рис. 1.8 зображено положення твердого тіла, яке поступально рухається. Дві довільні точки A і B сполучено вектором $\vec{r}_{AB}$. Модуль цього вектора сталий, бо розглядається абсолютно тверде тіло. Напрям вектора також не змінюється, бо тіло рухається поступально.
Отже, при поступальному русі абсолютно твердого тіла

$$\vec{r}_{AB} = \text{const}.$$

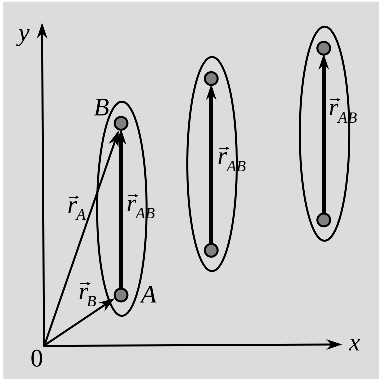


Рис. 1.8

Положення точок A і B задаються за допомогою радіусів-векторів $\vec{r}_A$ і $\vec{r}_B$. Зв'язок між цими векторами, а також вектором $\vec{r}_{AB}$ ілюструє рис. 1.8:

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{AB}\,.$$

Нехай відоме рівняння руху точки A:

$$\vec{r}_A = \vec{r}_A(t)\,.$$

Тоді рівняння руху точки B:

$$\vec{r}_B(t) = \vec{r}_A(t) + \vec{r}_{AB}.$$

Отже,

Точка В рухається так само, як точка А, тільки з віддаленням на $\vec{r}_{AB}$.

Траєкторії точок ЕКВІДИСТАНТНІ і можуть бути суміщені простим паралельним перенесенням.
Швидкість точки B визначається з рівняння руху цієї точки:

$$\vec{v}_B = \frac{d\vec{r}_B}{dt} = \frac{d\vec{r}_A}{dt} + \frac{d\vec{r}_{AB}}{dt}.$$

Але оскільки $\vec{r}_{AB}$ = const,

$$\frac{d\vec{r}_A}{dt} = \vec{v}_A\,,\ \text{а}\ \frac{d\vec{r}_{AB}}{dt} = 0,$$

то

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A\,.$$

Швидкості всіх точок твердого тіла, що рухається поступально, однакові.

Прискорення точки B визначається з рівняння швидкості:

$$\vec{a}_B = \frac{d\vec{v}_B}{dt} = \frac{d\vec{v}_A}{dt} = \vec{a}_A$$

Прискорення всіх точок тіла однакові.

Отже, доходимо висновку.

Кінематика поступального руху твердого тіла зводиться до кінематики однієї з його точок.

Обертальний рух

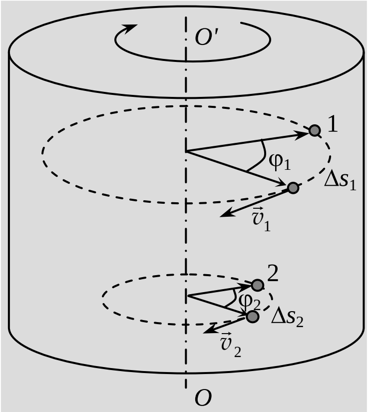


Рис. 1.9

ОБЕРТАЛЬНИМ називається такий рух, при якому всі точки тіла рухаються по колах, центри яких містяться на одній прямій, яка називається ВІССЮ ОБЕРТАННЯ, а площини кіл перпендикулярні до осі обертання (рис. 1.9).
Точки тіла, які містяться на різних відстанях від осі обертання, рухаються по різних колах, і тому всі кінематичні характеристики різних точок тіла будуть різними:

$$\vec{v}_1 \neq \vec{v}_2,\ \Delta s_1 \neq \Delta s_2,\ \vec{a}_1 \neq \vec{a}_2 .$$

Проте є характеристика, однакова для всіх точок тіла, що обертається, — це КУТ ПОВОРОТУ φ:

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi.$$

Звичайно, його й потрібно взяти за основу, описуючи обертальний рух.
Розглянемо рух точки, що обертається навколо осі, докладніше (рис. 1.10).

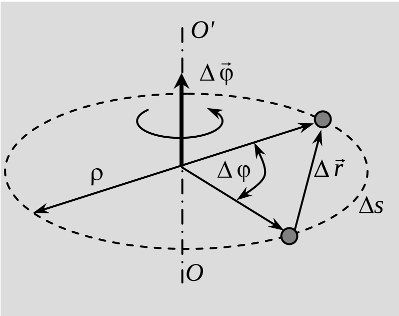


Рис. 1.10

Рухаючись по траєкторії, точка проходить шлях Δs, а також повертається на деякий кут. Тому за аналогією зі шляхом Δs вводять КУТОВИЙ ШЛЯХ $\Delta\varphi$. Він дорівнює куту, на який повернулося тіло за час Δt. Кутовий шлях $\Delta\varphi$, як і лінійний шлях Δs, — скалярна величина.
Раніше, при розгляданні руху матеріальної точки, ми користувались вектором переміщення $\Delta\vec{r}$, і саме він був основою математичного опису руху. Згадаємо:

$$\vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t};\ \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt};\ \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.$$

Тому, за аналогією, для описання обертального руху вводять поняття КУТОВЕ ПЕРЕМІЩЕННЯ, або ВЕКТОР КУТОВОГО ПЕРЕМІЩЕННЯ $\Delta\vec{\varphi}$.
Вектор переміщення $\Delta\vec{r}$ і вектор кутового переміщення $\Delta\vec{\varphi}$ — це різні вектори. Вектор $\Delta\vec{r}$, як і $\Delta\vec{v}$ та $\Delta\vec{a}$, — ПОЛЯРНИЙ ВЕКТОР. Кутове переміщення $\Delta\vec{\varphi}$ — АКСІАЛЬНИЙ ВЕКТОР.

Аксіальні вектори використовуються при розгляданні обертального руху. Вони завжди напрямлені вздовж осі обертання тіла.

Тепер, якщо за основу взяти вектор кутового переміщення, за аналогією з кінематикою поступального руху, достатньо просто побудувати кінематику обертального руху.
Будемо послідовно вводити кутові кінематичні характеристики.
Рівняння руху — це залежність вектора кутового переміщення від часу:

$$\Delta\vec{\varphi} = \Delta\vec{\varphi}(t).$$

Кутова швидкість характеризує стрімкість зміни вектора кутового переміщення. За аналогією з лінійною швидкістю існують середня кутова швидкість та істинна кутова швидкість
СЕРЕДНЯ КУТОВА ШВИДКІСТЬ $\vec{\omega}_{\text{ср}}$ дорівнює відношенню вектора кутового переміщення $\Delta\vec{\varphi}$ до відповідного інтервалу часу Δt:

$$\boxed{\vec{\omega}_{\text{ср}} = \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t}.}$$

Модуль середньої кутової швидкості дорівнює відношенню кута повороту до інтервалу часу:

$$|\vec{\omega}_{\text{ср}}| = \frac{\varphi}{\Delta t}.$$

Вектор кутової швидкості спрямований так само, як і вектор кутового переміщення, тобто вздовж осі обертання за правилом правого гвинта.
Одиниця кутової швидкості — рад/с.
ІСТИННА КУТОВА ШВИДКІСТЬ ω дорівнює границі, до якої прямує середня кутова швидкість, якщо $\Delta t \to 0$:

$$\boxed{\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \omega_{\text{ср}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}.}$$

Істинна кутова швидкість дорівнює першій похідній від кута повороту за часом.

Кутову швидкість можна обчислити, якщо відоме рівняння обертального руху, тобто залежність вектора кутового переміщення від часу.
Можна розв'язати й обернену задачу: за відомою залежністю кутової швидкості від часу обчислити кутовий шлях за час Δt:

$$\boxed{\Delta\varphi = \int_{t_1}^{t_2} \omega dt.}$$

При рівномірному русі кутова швидкість стала.

У цьому разі обертальний рух можна характеризувати також ПЕРІОДОМ ОБЕРТАННЯ та ЧАСТОТОЮ ОБЕРТАННЯ.
Період обертання T — час, за який тіло здійснює повний оберт навколо осі обертання. За час, що дорівнює періоду, тіло здійснить один повний оберт, тобто повернеться на кут $\varphi = 2\pi$. Тоді $2\pi = \omega T$, або

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}.}$$

Частота обертання n — кількість обертів тіла навколо осі обертання за одиницю часу.

$$\boxed{n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}, \text{ або } \omega = 2\pi n.}$$

Кутове прискорення характеризує стрімкість зміни кутової швидкості, як лінійне прискорення характеризує стрімкість зміни лінійної швидкості.
СЕРЕДНЄ КУТОВЕ ПРИСКОРЕННЯ

$$\boxed{\vec{\varepsilon}_{\text{ср}} = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}.}$$

ІСТИННЕ КУТОВЕ ПРИСКОРЕННЯ

$$\boxed{\vec{\varepsilon} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{\varepsilon}_{\text{ср}} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\Delta\vec{\varphi}}{dt^2}.}$$

Істинне кутове прискорення дорівнює першій похідній від кутової швидкості за часом або другій похідній від вектора кутового переміщення за часом.

Це також аксіальний вектор. Якщо кутова швидкість зростає з часом, то вектор кутового прискорення слід спрямовувати туди ж, куди й вектор кутової швидкості. З уповільненням обертання вектор кутового прискорення спрямовується в бік, протилежний вектору кутової швидкості.

Зауваження. ☞ *Як і для поступального руху, для обчислення кутової швидкості та кутового прискорення достатньо знати рівняння обертального руху.* ☜

Для всіх точок твердого тіла, яке обертається, усі кінематичні характеристики $\vec{\varphi}$, $\vec{\omega}$ та $\vec{\varepsilon}$ однакові, тому:

Кінематика обертального руху твердого тіла зводиться до кінематики матеріальної точки, яка обертається.

1.1.2. Зв'язок лінійних і кутових характеристик

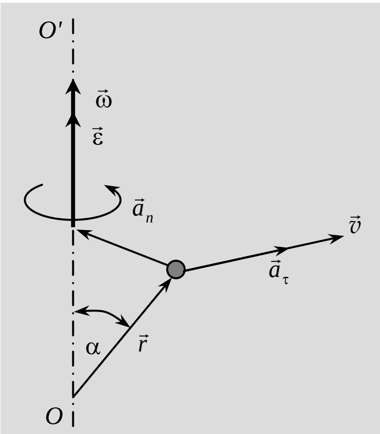


Рис. 1.11

Рух точки, яка обертається по колу, можна описати не тільки кутовими характеристиками, а, як і раніше, за допомогою лінійних кінематичних характеристик, таких як шлях, швидкість, прискорення (рис. 1.11). Між лінійними і кутовими характеристиками існують математичні зв'язки.

Наприклад, елементарний лінійний шлях ds та кутовий шлях $d\varphi$ (рис. 1.10) пов'язані між собою, як дуга радіуса ρ з кутом, якому вона відповідає. Тобто:

$$ds = \rho d\varphi.$$

Або: якщо положення матеріальної точки задається радіусом-вектором $\vec{r}$, то

$$d\vec{r} = [d\vec{\varphi} \cdot \vec{r}].$$

Останні зв'язки легко вивести самостійно. Їх подано в таблиці.

ЛІНІЙНІ ТА КУТОВІ КІНЕМАТИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ

1. Шлях ds	1. Кутовий шлях $d\varphi$	$ds = \rho d\varphi.$
2. Вектор переміщення $d\vec{r}$	2. Вектор кутового переміщення $d\vec{\varphi}$	$d\vec{r} = [d\vec{\varphi} \cdot \vec{r}]$
3. Швидкість $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$	3. Кутова швидкість $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$	$\vec{v} = [\vec{\omega} \cdot \vec{r}]$
4. Прискорення $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$	4. Кутове прискорення $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$	$\vec{a} = \frac{d}{dt}[\vec{\omega} \cdot \vec{r}]$

5. Нормальне прискорення $a_n = \dfrac{v^2}{R}$	—	$\vec{a}_n = [[\vec{\omega} \cdot \vec{r}]\vec{\omega}]$
6. Тангенціальне прискорення $a_\tau = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$	—	$\vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon}, \vec{r}]$

Насамкінець зробимо деякі зауваження.

1. Аналогія поступального і обертального руху достатньо глибока. Вона полягає не тільки в тому, що кожній кінематичній характеристиці поступального руху відповідає аналогічна характеристика обертального руху, а й в однаковості запису рівнянь руху.
Так, шлях при рівноприскореному лінійному русі

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2},$$

а кутовий шлях для рівноприскореного обертання

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

Як ми побачимо далі, аналогічні й динамічні характеристики. Збігаються також формули роботи, енергії, закони динаміки і закони збереження.
2. У загальному випадку тіло може обертатися не навколо нерухомої осі, а навколо рухомої точки. У кожний даний момент часу цей рух можна розглядати як обертання навколо МИТТЄВОЇ ОСІ ОБЕРТАННЯ, яка проходить через ЦЕНТР ОБЕРТАННЯ. Іноді також обертання розглядають як обертання навколо трьох взаємно перпендикулярних осей. Тоді слід говорити про проекції векторів кутової швидкості і кутового прискорення на ці осі: $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$, $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$. Маємо:

$$\omega_x = \frac{d\varphi_x}{dx},\ \omega_y = \frac{d\varphi_y}{dy},\ \omega_z = \frac{d\varphi_z}{dz};$$

$$\varepsilon_x = \frac{d\omega_x}{dt},\ \varepsilon_y = \frac{d\omega_y}{dt},\ \varepsilon_z = \frac{d\omega_z}{dt}.$$

Звичайно, у цьому разі розрахунок лінійних кінематичних характеристик через кутові буде трохи складнішим.

ПІДСУМКИ

Необхідно зрозуміти:

1. Опис механічного руху тіла полягає у визначенні його положення у просторі в будь-який момент часу.
2. Характер руху тіла визначається рівнянням руху.
3. Для опису руху матеріальної точки застосовують кінематичні характеристики: шлях, вектор переміщення, вектор швидкості, вектор прискорення.
4. Вигляд рівняння руху і кінематичних характеристик визначається вибором

Слід запам'ятати:

1. Визначення понять: система відліку, радіус-вектор і координата матеріальної точки, рівняння руху, траєкторія руху і її рівняння, шлях, вектор переміщення, вектор швидкості, вектор прискорення поступального і обертального рухів.
2. Формули:

$\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_x + \vec{v}_y + \vec{v}_z$ — швидкість;

системи відліку.

5. Якщо відоме рівняння руху, можна визначити всі кінематичні характеристики руху.

6. Будь-який складний рух твердого тіла можна розкласти на найпростіші складові: три поступальні вздовж координатних осей і три обертальні навколо них.

7. Для опису поступального руху абсолютно твердого тіла достатньо задати рівняння руху будь-якої його точки. Тому всі кінематичні характеристики, застосовувані для опису руху матеріальної точки, підходять для опису поступального руху твердого тіла.

8. Розглядаючи обертальний рух матеріальної точки, зручно використовувати кінематичні характеристики, які називають кутовими: кутовий шлях, кутове переміщення, кутову швидкість і кутове прискорення.

9. Для опису обертального руху абсолютно твердого тіла достатньо задати рівняння руху будь-якої його точки для кутових характеристик. Тому всі кутові кінематичні характеристики, застосовувані для опису руху матеріальної точки, підходять для опису обертального руху твердого тіла.

$\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a}_x + \vec{a}_y + \vec{a}_z$ — прискорення;

$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$ — повне прискорення;

$\vec{a}_\tau = \dfrac{dv}{dt}\vec{\tau}$ — тангенціальне прискорення;

$\vec{a}_n = \dfrac{v^2}{R}\vec{n}$ — нормальне прискорення;

$\vec{\omega} = \dfrac{d\vec{\varphi}}{dt}$ — кутова швидкість;

$\vec{\varepsilon} = \dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$ — кутове прискорення;

$d\vec{r} = [d\vec{\varphi}, \vec{r}]$ — зв'язок лінійного і кутового переміщень;

$\vec{v} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$ — зв'язок лінійної і кутової швидкостей;

$\vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon}, \vec{r}]$ — зв'язок тангенціального і кутового прискорень;

$\vec{a}_n = \omega^2 r \sin(\vec{\omega}, \vec{r})\,\vec{n}$ — зв'язок нормального прискорення і кутової швидкості.

Навчальне видання

КУЛІШ Віктор Васильович
СОЛОВЙОВ Андрій Миколайович
КУЗНЄЦОВА Олена Яківна

Фізика

для інженерних спеціальностей

КРЕДИТНО-МОДУЛЬНА СИСТЕМА

Навчальний посібник

У чотирьох частинах

Модуль І. Механіка. Молекулярна фізика

Художник обкладинки *Т. Зябліцева*
Верстка *Т. Мальчевської*

Підп. до друку 15.08.06. Формат 84×108/16. Папір офсет. № 1.
Гарнітура Тип Таймс. Друк офсет. Ум. друк. арк. 24,36.
Обл.-вид. арк. 28,77. Наклад 1500 пр. Зам. № 05-076.

Книжкове видавництво Національного авіаційного університету
03058, м. Київ, просп. Космонавта Комарова, 1
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
суб'єктів видавничої справи (серія ДК, № 977 від 05.07.2002)
Тел./факс (044) 406-71-33; Тел. 406-78-33
E-mail: publish@nau.edu.ua

Друк ПП «Гарант Сервіс»
03067, м. Київ, вул. Машинобудівна, 46
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру
суб'єктів видавничої справи (серія ДК, № 1256 від 10.02.2003)

ЗМІСТ