

БЕРДЯНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет фізико-математичної, комп'ютерної та технологічної освіти
Кафедра фізики, математики та методики навчання

«Допущено до захисту»
Завідувач кафедру
д.п.н., проф. Олександр
ШКОЛА
«12» грудня 2025 р.

**МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ ВПРОВАДЖЕННЯ ЛЕКЦІЙНО-
ПРАКТИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ В КЛАСАХ ІЗ ПОГЛИБЛЕНИМ
ВИВЧЕННЯМ МАТЕМАТИКИ**

Кваліфікаційна робота магістра

Виконавець: здобувачка другого рівня вищої освіти, групи м2МА

Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка

Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)

Освітньо-професійна програма: Середня освіта (Математика)

ПІБ: Ганна ПАРФЕНЮК

Керівник: д.п.н., проф. Віталій АЧКАН

Рецензент: к.п.н., доц. Світлана ПАНОВА

Запоріжжя – 2025

ЗАВДАННЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

Парфенюк Ганна Олексіївна

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи: «Методичні аспекти впровадження лекційно-практичної системи навчання в класах із поглибленим вивченням математики»

Керівник роботи: Ачкан В.В., д.п.н., професор

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по університету № 693с від 24.11.25.

2. Строк подання студентом роботи: 08.12.2025 р.

3. Вихідні дані до роботи: теоретичний аналіз історичних, психологічних та педагогічних засад лекційно-практичної системи навчання; обґрунтування її потенціалу в умовах профільної математичної освіти; розробка методичних рекомендацій щодо впровадження лекційно-практичної системи навчання у класах із поглибленим вивченням математики; експериментальна перевірка ефективності запропонованих методик.

4. Зміст пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити):

- проаналізувати історичний розвиток та сучасні тенденції впровадження систем навчання в умовах профільної математичної освіти;
- розкрити психологічні та педагогічні основи лекційно-практичної системи навчання;
- охарактеризувати вимоги та зміст математичних дисциплін у класах із поглибленим вивченням математики;
- визначити принципи, методи та підходи ефективного застосування лекційно-практичної системи у процесі навчання математики;
- обґрунтувати роль практичних занять, інтерактивних технологій та зворотного зв'язку в підвищенні якості математичної освіти;
- розробити та методично обґрунтувати фрагменти занять з алгебри у

7 класі, виконаних у стилі лекційно-практичної системи навчання;

- провести педагогічний аналіз або експериментальну перевірку результативності впроваджених методичних рішень.

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень) (за необхідністю):

6. Консультанти розділів роботи (якщо передбачені):

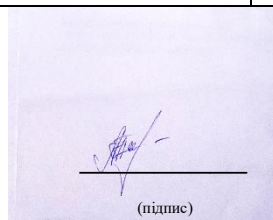
Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

7. Дата видачі завдання: 27.09.2024 р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1.	Формулювання теми кваліфікаційної роботи, підготовка вступу, складання плану роботи.	вересень 2024 р.	
2.	Аналіз літературних джерел за темою дослідження, уточнення базових понять дослідження. Підготовка підрозділів 1.1, 1.2.	лютий – квітень 2025 р.	
3.	Підготовка підрозділу 1.3 та висновків розділу 1 кваліфікаційної роботи.	травень – вересень 2025 р.	
4.	Підготовка підрозділів 2.1 – 2.4 кваліфікаційної роботи та висновків 2 розділу.	жовтень – листопад 2025 р.	
5.	Оформлення підсумкового варіанту кваліфікаційної роботи відповідно до чинних вимог.	05.12.2025 р.	

Здобувачка вищої освіти:

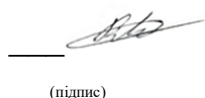


(підпис)

Ганна Парфенюк

(прізвище та ініціали)

Керівник роботи:



(підпис)

Віталій Ачкан

(прізвище та ініціали)

ЗМІСТ

ВСТУП	3
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЛЕКЦІЙНО-ПРАКТИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ	7
1.1 Історія розвитку системи навчання в контексті поглибленого вивчення математики	7
1.2 Психологічні та педагогічні основи лекційно-практичної системи навчання	11
1.3 Математичні дисципліни в програмі для класів із поглибленим вивченням математики: основи та вимоги	19
<i>Висновки першого розділу</i>	24
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА ВПРОВАДЖЕННЯ ЛЕКЦІЙНО-ПРАКТИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ	26
2.1 Основні принципи лекційно-практичної системи в навчанні математики	26
2.2 Роль лекцій у процесі поглибленого вивчення математики: методи та підходи	40
2.3 Практичні заняття: організація, методи та засоби оцінювання навчальних досягнень	44
2.4 Розробка та експериментальне впровадження уроку з алгебри 7 класу в стилі лекційно-практичної системи навчання	54
<i>Висновки другого розділу</i>	70
ВИСНОВКИ	71
Декларація використання ГШІ (GAIDeT)	74
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	75

ВСТУП

Актуальність теми є особливо важливою в сучасних умовах освітніх змін, адже в Україні активно впроваджуються новітні методики та підходи до навчання, що орієнтовані на розвиток учнів в умовах інтелектуальних та інноваційних вимог. Лекційно-практична система навчання є однією з найбільш перспективних для поглибленого вивчення математики, оскільки вона дозволяє інтегрувати теоретичні знання з практичними навичками, що є важливим аспектом у підготовці майбутніх спеціалістів з математичними здібностями. Така система забезпечує не тільки здобуття глибоких знань з предмету, а й розвиває у учнів аналітичне мислення, вміння застосовувати математичні концепції в реальних життєвих ситуаціях.

Сучасна освітня політика в Україні спрямована на створення умов для інтелектуального розвитку молоді та їх здатності ефективно впливати на соціально-економічні процеси. Враховуючи глобальні тенденції в розвитку технологій та потреби суспільства, вивчення математики стало одним із пріоритетних напрямів освітніх реформ. Застосування лекційно-практичної системи навчання є одним із способів підвищення ефективності освітнього процесу, оскільки дозволяє органічно поєднати теоретичні лекції, на яких викладаються основи математичних теорій, та практичні заняття, на яких учні застосовують набуті знання на практиці. Такий підхід сприяє більш глибокому розумінню та засвоєнню матеріалу, а також розвиває практичні навички, необхідні для подальшого навчання і професійної діяльності.

Особливо важливим є впровадження цієї системи в класах з поглибленим вивченням математики, оскільки для таких учнів характерний високий рівень мотивації до навчання та бажання досягти високих результатів у вивченні предмету, що дозволяє підвищити якість навчального процесу, сприяючи розвитку глибоких математичних знань і навичок, які є необхідними для подальшого навчання в університетах та академічних установах. Завдяки поєднанню теоретичних лекцій з практичними заняттями, учні отримують не

тільки знання, а й досвід застосування цих знань у реальних ситуаціях, що є важливим аспектом для їхньої подальшої професійної підготовки.

Враховуючи швидкий розвиток технологій та необхідність адаптації освітніх програм до нових вимог, методичні аспекти впровадження лекційно-практичної системи навчання набувають особливої актуальності. Це дозволяє не тільки поліпшити якість навчання, а й стимулювати розвиток в учнів таких компетенцій, як критичне мислення, аналітичні здібності, а також здатність до вирішення складних завдань у процесі навчання. Тому дана тема є надзвичайно важливою для подальшого вдосконалення методики викладання математики в школах України.

Метою роботи є дослідження методичних аспектів впровадження лекційно-практичної системи навчання в класах із поглибленим вивченням математики для підвищення ефективності навчального процесу та розвитку учнів.

Завданням дослідження є:

1. Вивчення теоретичних основ лекційно-практичної системи навчання в контексті поглибленого вивчення математики.
2. Визначення психологічних та педагогічних аспектів впровадження цієї системи в навчальний процес.
3. Аналіз методичних рекомендацій щодо організації практичних занять та оцінювання навчальних досягнень учнів.
4. Розробка уроків з алгебри 7 класу за лекційно-практичною системою навчання.

Об'єкт дослідження – процес навчання математики

Предмет дослідження - методичні аспекти впровадження лекційно-практичної системи навчання в класах із поглибленим вивченням математики.

Методи дослідження, застосовані в роботі, включають теоретичний аналіз літератури, експериментальне впровадження методичних розробок, а також анкетування та спостереження за навчальним процесом. *Теоретичний аналіз* полягає в вивченні існуючих наукових публікацій, навчальних програм

та методичних посібників, що стосуються лекційно-практичної системи навчання, зокрема в контексті поглибленого вивчення математики, що дозволяє визначити основні принципи, методи та підходи до організації навчального процесу. *Експериментальне впровадження методичних рекомендацій* проводиться через проведення уроків у класах із поглибленим вивченням математики, що дає змогу на практиці перевірити ефективність запропонованих методик. *Анкетування та спостереження* допомагають оцінити вплив впроваджених методів на учнів, вивчити їхню мотивацію та досягнення в навчанні.

Такий комплексний підхід дозволяє глибоко проаналізувати особливості лекційно-практичної системи навчання та її ефективність у процесі навчання математики.

Практична значимість дослідження полягає в розробці методичних рекомендацій щодо впровадження лекційно-практичної системи навчання в класах із поглибленим вивченням математики, що дозволить підвищити ефективність навчального процесу, покращити засвоєння математичних знань та розвитку навичок у учнів. Результати роботи можуть бути використані вчителями математики для оптимізації методів навчання, впровадження нових підходів до організації лекцій та практичних занять, що сприятиме глибшому розумінню матеріалу та кращому формуванню аналітичного мислення у школярів.

Наукова новизна дослідження полягає в розробці нових методичних підходів до впровадження лекційно-практичної системи навчання в класах із поглибленим вивченням математики, з акцентом на інтеграцію теоретичних знань і практичних навичок. У роботі запропоновано новий підхід до організації лекцій та практичних занять, що сприяє більш глибокому засвоєнню математичних концепцій, розвитку критичного мислення та здатності застосовувати отримані знання в реальних ситуаціях, що також передбачає використання інноваційних методів оцінювання навчальних

досягнень учнів, що дозволяє більш точно відстежувати прогрес і ефективність навчання.

Структура роботи включає вступ, два розділи, що охоплюють теоретичні основи та методику впровадження лекційно-практичної системи навчання, висновки, список використаних джерел та додатки.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЛЕКЦІЙНО-ПРАКТИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ

1.1 Історія розвитку системи навчання в контексті поглибленого вивчення математики

Історія розвитку системи навчання математики в Україні та світі має багатий контекст, що охоплює різні етапи становлення та удосконалення методів викладання. Початок розвитку системи поглибленого вивчення математики в середній школі припадає на першу половину ХХ століття, коли вже в 1917 році в Україні була ухвалена концепція щодо введення спеціалізованих класів для учнів, які мають схильність до математики та природничих наук. Ідея поглибленого вивчення математики стала важливою частиною освітніх реформ того часу, які прагнули створити спеціалізовані напрямки для підготовки учнів до подальшого навчання в університетах та технічних вузах. Це був час, коли Україна входила до складу Радянського Союзу, і багато методів навчання були централізованими та стандартизованими, що означало, що шкільна програма мала бути уніфікованою по всьому Союзу, але з певними адаптаціями під місцеві потреби [2, с. 45].

Розвиток цієї системи навчання тісно пов'язаний із реформами в галузі освіти, зокрема, з новим підходом до педагогічної практики, що включає інтеграцію класичних методів з інноваційними підходами. Важливим аспектом стало створення методичних посібників і підручників, що відповідають новим вимогам до навчання. Зокрема, в підручниках Бевза та інших авторів були представлені нові методи викладання математики, які акцентують увагу на розвитку аналітичного мислення та навичок розв'язування складних задач. Наприклад, Бевз В. Г. у своїх працях окреслює важливість інтеграції історії математики в навчання, що дозволяє учням не лише опанувати теорію, а й зрозуміти еволюцію математичних знань [2, с. 87]. Однак, впровадження таких підходів вимагало значних зусиль щодо

підготовки педагогічних кадрів та адаптації навчальних програм, що спонукало до створення спеціальних курсів підвищення кваліфікації для вчителів.

Особливу роль у розвитку системи навчання математики відіграла методика розв'язування складних задач, що потребує від учнів не тільки знань, але й умінь застосовувати ці знання на практиці. Як зазначають дослідники, методика розв'язування задач є ключовим елементом у навчанні математики, особливо в класах із поглибленим вивченням цього предмету. У 1980-1990 роках система поглибленого навчання стала основою для розширення математичної програми в старших класах, що включала додаткові дисципліни, такі як алгебра, геометрія та початки аналізу. Вчителі отримали нові методичні посібники, які дозволяли вдосконалити процес навчання, зокрема, завдяки спеціалізованим підручникам для профільних класів [4, с. 109]. Такий підхід дав можливість навчити учнів працювати з математичними інструментами для розв'язання практичних завдань, що стало важливим кроком у підготовці учнів до майбутніх кар'єр.

З розвитком сучасних технологій з'явилися нові можливості для покращення якості навчання, включаючи використання електронних ресурсів та інтерактивних технологій, що дозволяють значно підвищити ефективність навчального процесу. Такі інновації особливо важливі для класів з поглибленим вивченням математики, де важливо не лише засвоїти теоретичний матеріал, а й набути практичних навичок, що є необхідними для розв'язання більш складних математичних задач. В Україні, починаючи з 2000-х років, активно впроваджуються нові електронні платформи для дистанційного навчання, що дає можливість учням доступно освоювати складні математичні теми навіть за межами класу. Завдяки використанню інтернет-ресурсів, таких як математичні онлайн-платформи, учні отримують можливість виконувати практичні завдання, спостерігати за розвитком математичних моделей, що також сприяє підвищенню інтересу до предмету [9, с. 18].

З початком нового тисячоліття система навчання з поглибленим вивченням математики отримує подальший розвиток. У 2004 році були введені нові навчальні програми для старших класів, які включали додаткові предмети з математичних дисциплін, таких як теорія ймовірностей, математична логіка та інші. Також було здійснено інтеграцію дисциплін, таких як інформатика і фізика, з математикою, що дозволяло створювати міжпредметні зв'язки і розвивати у школярів більш глибоке розуміння науки в цілому. Нові підручники, розроблені для старших класів, надавали учням більший обсяг матеріалу, що дозволяло поглибити їхні математичні знання і підготувати їх до подальшого навчання в університетах [8, с. 50].

Додатково, у цей період було здійснено значне удосконалення підручників та методичних матеріалів, зокрема завдяки новим технологіям цифрового навчання, що дозволило зробити викладання математики більш доступним та цікавим для учнів. Включення елементів гейміфікації та застосування мобільних додатків у навчальний процес зробило уроки більш інтерактивними та допомогло учням краще засвоювати матеріал. Поява нових освітніх програм, які передбачали створення міждисциплінарних курсів з математичного моделювання, дало змогу більш ефективно підготувати учнів до сучасних вимог ринку праці. Це дозволило підвищити рівень підготовки учнів і створити умови для більш глибокого освоєння математики в реальному житті [10, с. 92].

Особливу увагу було приділено розвитку педагогічних кадрів, оскільки ефективність навчання математики в класах із поглибленим вивченням цього предмету безпосередньо залежала від кваліфікації вчителів. Програми підготовки педагогів були орієнтовані на розвиток навичок викладання за сучасними методами, що включають інтеграцію технологій та використання інноваційних педагогічних стратегій. За останні десятиліття навчання вчителів математики в Україні зазнало значних змін: від підвищення кваліфікації через курси та тренінги до спеціалізованих навчальних програм для вчителів поглиблених класів. Така система підготовки педагогів дала змогу підвищити

рівень математики на всіх етапах навчання та забезпечити високий рівень підготовки учнів до складних математичних завдань [11, с. 63].

Завершенням цього етапу розвитку стало впровадження стандартів для старших класів, що передбачали більш гнучкий підхід до вибору профілю навчання, що дало можливість школам більше уваги приділяти саме поглибленому вивченню математичних дисциплін, що дозволяло учням обирати спеціалізації за інтересами та підготовлюватися до вступу в університети чи технічні заклади вищої освіти. У цих умовах математика стала не лише предметом загального розвитку, а й важливим інструментом для професійного самовизначення молоді, даючи їй можливість знайти своє місце на ринку праці [12, с. 114].

У процесі аналізу еволюції навчальних методик у класах із поглибленим вивченням математики важливо звернути увагу на основні етапи розвитку цієї системи, які можна побачити в табл. 1.1.

Таблиця 1.1 – Еволюція розвитку системи навчання математики в класах із поглибленим вивченням

Період	Ключові події та зміни	Вплив на систему навчання
1917 рік	Ухвалення концепції створення спеціалізованих класів для учнів із схильностями до математики та природничих наук.	Початок формування ідеї поглибленого вивчення математики в школах.
1960-1980-ті роки	Впровадження програми поглибленого вивчення математики в середній школі, створення профільних класів.	Поглиблення навчання математики, інтеграція з іншими науками.
1990-ті роки	Введення нових навчальних програм, реформа освіти після здобуття незалежності України.	Адаптація навчальних програм до нових вимог, створення нових підручників.
2000-ті роки	Впровадження інноваційних методик, електронних ресурсів, інтерактивних платформ для навчання.	Збільшення доступності навчання, інтерактивність у класах.
2010-ті роки	Впровадження освітньої реформи "Нова українська школа", зміна підходів до викладання математики.	Інтеграція критичного мислення та інноваційних методів навчання.
2020-ті роки	Впровадження міжпредметних курсів, гейміфікації та застосування мобільних додатків у навчальному процесі.	Підвищення інтерактивності, акцент на розвиток практичних навичок.

Отже, історія розвитку системи навчання математики в класах із поглибленим вивченням цього предмету відображає постійне вдосконалення педагогічних підходів та адаптацію до змінюваних освітніх і технологічних вимог, що сприяє покращенню якості математичної підготовки учнів на всіх етапах навчання.

1.2 Психологічні та педагогічні основи лекційно-практичної системи навчання

Впровадження лекційно-практичної системи навчання в класах із поглибленим вивченням математики потребує глибокого розуміння психологічних та педагогічних аспектів, які забезпечують ефективність цього підходу. Психологічні теорії навчання, зокрема теорія активного навчання та конструктивізму, підкреслюють важливість інтерактивності в процесі навчання, де учні не лише отримують інформацію, а й активно взаємодіють з матеріалом, практично застосовують знання і розвивають критичне мислення. Педагогічні принципи, що лежать в основі лекційно-практичної системи, базуються на інтеграції теоретичних знань з практичною діяльністю, що дозволяє створити умови для глибшого розуміння та засвоєння матеріалу.

Таким чином, врахування психологічних і педагогічних аспектів є ключовим для успішного впровадження цієї системи в навчальний процес.

Психологічні основи лекційно-практичної системи навчання базуються на кількох ключових теоріях, які підкреслюють важливість активного залучення учнів до навчального процесу (табл. 1.2).

Таблиця 1.2 – Психологічні основи лекційно-практичної системи навчання

Психологічна теорія	Опис	Приклад
---------------------	------	---------

Теорія активного навчання	Учні активно взаємодіють з матеріалом, що підвищує ефективність навчання.	Розв'язування задач під час лекцій, активна робота з прикладами.
Теорія конструктивізму	Учні самостійно формують знання через взаємодію з навчальним матеріалом.	Самостійне дослідження математичних моделей, побудова функцій.
Підтримка мотивації	Забезпечення учнів позитивним емоційним фоном через інтерактивність і практичні завдання.	Використання реальних ситуацій для вирішення задач, які мотивують учнів.

Однією з основних психологічних концепцій є теорія активного навчання, яка стверджує, що учні засвоюють матеріал набагато ефективніше, якщо вони активно взаємодіють з ним, застосовують свої знання на практиці та отримують зворотний зв'язок. Цей підхід дає можливість учням не лише отримувати знання, але й самостійно виявляти, як ці знання можна застосувати для вирішення реальних проблем. *Наприклад, учні на уроках математики можуть розв'язувати практичні задачі, що дозволяє їм активно застосовувати отримані знання для вирішення реальних задач, що є важливим для кращого засвоєння матеріалу* [5, с. 47]. Такі методи навчання активують у учнів когнітивні процеси, пов'язані з аналізом, синтезом і застосуванням отриманих знань, що є важливими для розвитку критичного мислення.

Однією з основних психологічних теорій, що підтверджує важливість інтерактивного навчання, є теорія конструктивізму. Згідно з цією теорією, учні не є пасивними споживачами знань, а активними учасниками процесу їх формування. Вони самостійно конструюють свої знання через взаємодію з навчальним матеріалом, що дозволяє значно підвищити глибину засвоєння інформації. Важливо, що під час цього процесу учні не просто запам'ятовують факти, а й інтегрують їх у свої попередні знання та досвід. *Наприклад, при вивченні алгебраїчних виразів учні мають можливість не лише отримувати теоретичні знання, а й самостійно досліджувати їх властивості через вправи на побудову графіків, що значно покращує розуміння і застосування теоретичних основ* [9, с. 132]. Цей підхід сприяє розвитку аналітичних здібностей і вміння використовувати набуті знання в нових умовах.

Мотивація учнів є важливим психологічним чинником, який впливає на ефективність навчання в лекційно-практичній системі. Теорія мотивації в навчанні вказує на те, що внутрішня мотивація учнів може бути значно підвищена, коли вони бачать реальні результати від своєї діяльності. Важливим є те, щоб учні відчували, що їхні зусилля безпосередньо призводять до досягнення цілей, що підвищує їх зацікавленість у навчанні. *Наприклад, при розв'язуванні практичних задач з геометрії учні можуть побачити, як їхні рішення впливають на побудову різних фігур або на результати, що показують реальний зміст задач* [6, с. 115]. Це дозволяє створити позитивний емоційний фон, що також є важливим для ефективності навчання. Крім того, позитивний емоційний клімат у класі сприяє розвитку самооцінки учнів, що є важливим для підтримки мотивації до подальшого навчання.

З психологічної точки зору, важливим аспектом лекційно-практичної системи є розвиток рефлексії в учнів. Учні, які мають можливість постійно оцінювати свої досягнення та помилки, більш успішно адаптуються до нових навчальних вимог. Зворотний зв'язок, який надається вчителем під час виконання практичних завдань, допомагає учням зрозуміти, в чому полягають їхні слабкі місця, і на основі цього вони можуть покращити свої знання. *Наприклад, коли учні отримують коментарі до своїх розв'язків під час виконання задач, вони мають можливість зрозуміти, де саме були допущені помилки, і таким чином виправити їх у наступних завданнях* [1, с. 12]. Постійний зворотний зв'язок дозволяє учням відстежувати прогрес і коригувати свою діяльність.

Психологічні дослідження також вказують на важливість розвитку когнітивної гнучкості в учнів. Це здатність адаптувати свої знання та навички до нових умов, що є необхідним для вирішення складних завдань. Лекційно-практична система навчання дає учням можливість застосовувати різні методи вирішення проблем і знаходити альтернативні підходи до виконання завдань. Це дозволяє їм розвивати навички гнучкості та адаптації, що є важливими для подальшого навчання. *Наприклад, при вивченні математичних функцій учні*

можуть застосовувати різні методи для побудови графіків функцій, що дозволяє розвивати здатність вибирати оптимальний підхід до вирішення задач [4, с. 35]. Це важливий психологічний аспект, який сприяє розвитку інтелектуальної гнучкості учнів.

Слід також відзначити важливість формування емоційного інтелекту в учнів через активну участь у навчальному процесі. Психологічні дослідження показують, що учні, які активно працюють у групах, розвивають не лише свої когнітивні здібності, але й соціальні навички, здатність до співпраці та конструктивної комунікації. *Наприклад, під час групових занять, на яких учні працюють над вирішенням математичних завдань, вони вчаться слухати думки інших, дискутувати і знаходити компроміси, що є важливою частиною соціального розвитку* [8, с. 102]. Це дозволяє створити в класі атмосферу підтримки і взаємодії, що позитивно впливає на розвиток емоційної компетентності учнів.

Крім того, на психологічному рівні важливо також забезпечити учням можливість самостійно планувати своє навчання та встановлювати цілі. Лекційно-практична система дає можливість для індивідуалізації навчання, що дозволяє кожному учневі працювати у своєму темпі, з урахуванням його індивідуальних потреб. *Наприклад, у разі вивчення складних математичних задач учні можуть отримувати завдання відповідно до свого рівня підготовки, що дозволяє працювати над удосконаленням навичок* [7, с. 89]. Це важливо для розвитку автономії учнів і формування у них навичок самоконтролю, що є необхідним у професійному житті.

Завдяки постійному зворотному зв'язку та активному залученню учнів до навчального процесу, психологічні основи лекційно-практичної системи навчання забезпечують високий рівень засвоєння знань, розвиток когнітивних і емоційних навичок, що є необхідними для успішної професійної діяльності в майбутньому. *Наприклад, коли учні на уроках математики вирішують завдання, що мають практичне застосування, це дозволяє їм краще розуміти теоретичний матеріал і активно працювати з ним на наступних етапах*

навчання [3, с. 120]. Така інтерактивність і постійна рефлексія дозволяють учням не тільки отримати знання, але й розвивати їх у практичному контексті, що є важливим для їхнього майбутнього професійного розвитку.

Педагогічні основи лекційно-практичної системи навчання безпосередньо визначають організацію навчального процесу та стратегії, які застосовуються для досягнення навчальних цілей (табл. 1.3).

Таблиця 1.3 – Педагогічні основи лекційно-практичної системи навчання

Педагогічний принцип	Опис	Приклад
Принцип активності	Учні активно взаємодіють з матеріалом, що підвищує ефективність навчання.	Розв’язування задач під час лекцій, активна робота з прикладами.
Принцип індивідуалізації	Матеріал адаптується до рівня учнів, враховуючи їх індивідуальні потреби та здібності.	Виконання завдань різного рівня складності відповідно до рівня підготовки учнів.
Принцип наочності	Використання наочних засобів для покращення розуміння абстрактних математичних концепцій.	Побудова графіків функцій, аналіз геометричних фігур.
Принцип систематичності	Подача матеріалу поетапно, з урахуванням попередніх знань учнів.	Уроки з математичного аналізу, що спираються на знання з алгебри.
Принцип доступності	Матеріал подається в доступній для учнів формі, поступово ускладнюючи його.	Розв’язування простих задач перед більш складними, використання простих прикладів.
Принцип зв’язку теорії з практикою	Покажіть учням, як теоретичні знання застосовуються на практиці.	Рішення практичних задач, використання реальних ситуацій для математичних розрахунків.
Принцип взаємодії учнів	Учні працюють в групах, обговорюючи завдання та взаємодіючи один з одним.	Групові завдання на розв’язування математичних проблем, обговорення результатів.
Принцип гнучкості навчання	Система навчання адаптується до потреб учнів, враховуючи індивідуальні особливості та рівень знань.	Учні вибирають завдання відповідно до своїх інтересів і рівня підготовки.
Принцип мотивації	Створення умов для розвитку внутрішньої мотивації учнів через практичну значущість матеріалу.	Використання реальних прикладів і завдань, що мотивують учнів до навчання.

Одним з ключових педагогічних принципів є принцип активності, що передбачає активну участь учнів у навчальному процесі. Лекційно-практична система навчання реалізує цей принцип шляхом інтеграції теоретичних знань з практичними завданнями, що дозволяє учням не тільки слухати лекції, а й активно застосовувати здобуті знання. *Наприклад, під час вивчення алгебри учні можуть розв'язувати прикладні задачі, використовуючи теоретичні концепції, що дозволяє їм активно працювати з матеріалом і досягати кращих результатів* [6, с. 102]. Така організація навчання сприяє глибшому розумінню предмету та розвитку важливих навичок.

Завдяки лекційно-практичній системі навчання реалізується також принцип індивідуалізації, що дозволяє враховувати індивідуальні потреби і рівень знань учнів. Кожен учень має можливість працювати над завданнями в своєму темпі та отримувати підтримку відповідно до своїх потреб. Педагоги можуть адаптувати матеріал, щоб задовольнити вимоги учнів різного рівня підготовки. *Наприклад, при вивченні геометрії учні можуть виконувати завдання, які відповідають їхньому рівню підготовки, що дає можливість кожному учневі розвивати свої математичні здібності* [10, с. 120]. Це дозволяє створити сприятливе середовище для навчання, де кожен учень відчуває свою значущість і має можливість розвиватися.

Принцип наочності є ще одним важливим педагогічним аспектом, який активно використовується в лекційно-практичній системі навчання. Використання наочних засобів допомагає учням краще розуміти абстрактні математичні поняття, оскільки вони отримують можливість бачити їх у реальному контексті. Візуалізація математичних процесів, таких як побудова графіків функцій, аналіз геометричних фігур або розв'язування складних рівнянь, допомагає учням сформулювати більш чітке уявлення про об'єкти навчання. *Наприклад, на уроках алгебри учні можуть використовувати графічні засоби для побудови функцій, що дозволяє їм зрозуміти, як зміни в рівняннях впливають на графіки функцій* [12, с. 28]. Це робить навчання більш доступним і наочним для учнів.

Не менш важливим є принцип систематичності, який передбачає поетапне і логічне засвоєння матеріалу. Лекційно-практична система навчання орієнтується на те, щоб кожен новий етап навчання будувався на основі попереднього, що дозволяє учням засвоювати матеріал поступово, спираючись на вже здобуті знання. У математичному навчанні це особливо важливо, оскільки багато математичних концепцій є взаємопов'язаними, і для розуміння складних тем необхідно мати міцну основу в базових знаннях. *Наприклад, для успішного вивчення інтегралів учням необхідно мати добрі знання з похідних, тому в навчанні має бути чітка послідовність викладу матеріалу* [4, с. 92].

Застосування принципу доступності також є важливим елементом педагогічних основ лекційно-практичної системи навчання. Це означає, що матеріал має бути поданий таким чином, щоб він був зрозумілим для учнів різного рівня підготовки. Викладачі повинні враховувати, що складність задач і пояснень має поступово збільшуватись, відповідно до рівня розуміння учнів. Використання простих прикладів, пояснень і пояснення складних теоретичних концепцій через практичні приклади допомагає учням поступово засвоювати навіть найскладніші теми. *Наприклад, на уроках з математичного аналізу вчитель може почати з простих завдань на похідні, поступово ускладнюючи їх до рівня більш складних задач* [2, с. 23]. Це дозволяє створити комфортне середовище для навчання.

Принцип зв'язку теорії з практикою є основою лекційно-практичної системи, що дозволяє учням побачити реальне застосування теоретичних знань. Педагоги активно використовують приклади з реального життя, щоб продемонструвати, як математичні концепції застосовуються в різних сферах діяльності. Це допомагає учням зрозуміти значення того, що вони вивчають, і сприяє розвитку практичних навичок. *Наприклад, при вивченні статистики учні можуть працювати з реальними даними, що дозволяє їм краще розуміти, як використовувати статистичні методи в реальному світі* [6, с. 115]. Такий підхід підвищує зацікавленість учнів і мотивує їх до навчання.

Суттєвим педагогічним принципом є також принцип взаємодії і співпраці учнів. Лекційно-практична система навчання передбачає активне співробітництво учнів під час виконання практичних завдань. Це сприяє розвитку комунікативних навичок і вмінню працювати в команді, що є важливим аспектом не лише для навчання, а й для майбутньої професійної діяльності. *Наприклад, під час розв'язування групових задач учні можуть обговорювати стратегії вирішення, взаємодіяти і допомагати один одному, що розвиває їх соціальні навички* [13, с. 3]. Це дозволяє формувати в учнів уміння працювати разом для досягнення спільної мети, що є важливим навиком у будь-якій професійній сфері.

Принцип гнучкості навчання передбачає здатність системи навчання адаптуватися до потреб учнів. Лекційно-практична система дає можливість викладачам змінювати підхід до навчання в залежності від рівня підготовки учнів і їхніх індивідуальних особливостей. Це дозволяє забезпечити максимально ефективне навчання, яке враховує потреби кожного учня. *Наприклад, під час вирішення математичних задач учні можуть вибирати методи розв'язку в залежності від своїх знань і навичок, що дозволяє їм працювати на своєму рівні та поступово підвищувати складність завдань* [9, с. 132]. Це створює комфортне середовище для навчання і сприяє розвитку у учнів самостійності.

Загалом, педагогічні основи лекційно-практичної системи навчання є важливими для досягнення успіху в математичній освіті. Вони сприяють активному залученню учнів у процес навчання, розвитку практичних навичок та критичного мислення, що є необхідним для подальшого навчання і професійної діяльності. Використання сучасних педагогічних методів та принципів забезпечує ефективне освоєння складних математичних тем і формує у учнів необхідні компетенції для успіху в навчанні та житті.

1.3 Математичні дисципліни в програмі для класів із поглибленим вивченням математики: основи та вимоги

Навчання в класах з поглибленим вивченням математики повинно ґрунтуватися на чітко сформульованих цілях і завданнях, що відображають особливості змісту і структури курсу. Програма, яка визначає навчальні досягнення учнів для кожної теми, допомагає вчителям ефективно планувати уроки, встановлювати відповідні технології навчання та організовувати систему поточного і тематичного оцінювання. Методичні підходи до викладання повинні враховувати рівень підготовленості учнів, їхні розумові особливості, а також умови навчального процесу.

Основні принципи формування змісту програми з математичних дисциплін для класів із поглибленим вивченням математики включають:

- наступність у навчанні, яка передбачає логічний зв'язок між різними етапами навчання математики, починаючи з початкових класів і до поглибленого вивчення математики в старших класах;
- збереження традицій вітчизняної методичної школи, що базується на багаторічному досвіді підготовки учнів у спеціалізованих школах;
- забезпечення високого рівня теоретичної підготовки, що є основою для розвитку професійних навичок у галузях, пов'язаних з математикою, комп'ютерними науками та природничими науками;
- формування загальнонаукових та загальнонавчальних компетентностей, що базуються на цілеспрямованій реалізації міжпредметних зв'язків, зокрема з природничими науками.

Математика займає важливе місце в освітньому процесі, оскільки є універсальним методом сучасної науки. Тому в програмах для класів із поглибленим вивченням математики важливо не тільки забезпечити більш широке засвоєння теоретичних знань порівняно з загальноосвітнім рівнем, а й звернути увагу на прикладну та інструментальну роль математики у різних сферах діяльності, що дозволяє розв'язувати дві основні задачі: по-перше,

розширити обсяг теоретичних знань і поглибити рівень їх вивчення, а по-друге, сформувати навички застосування отриманих знань для вирішення широкого спектру прикладних задач.

Математичні дисципліни, що входять до програми для класів із поглибленим вивченням математики, є важливою складовою частиною освітнього процесу. Вони не тільки надають учням теоретичні знання, але й формують необхідні навички для вирішення складних задач, розвитку аналітичного мислення та здатності до абстрактного розуміння. Поглиблене вивчення математики є основою для подальшого освоєння професійних дисциплін у галузях інженерії, програмування, економіки, фізики, а також у різних сферах, де важливі математичні навички для прийняття рішень на основі даних та аналізу.

Алгебра і початки аналізу є базовими дисциплінами, які охоплюють широкий спектр математичних понять, починаючи з вивчення простих алгебраїчних виразів, рівнянь і функцій і закінчуючи поняттями границь, похідних і інтегралів. Ця дисципліна є основою для розвитку математичного мислення і вміння вирішувати складніші задачі. Важливою частиною цієї дисципліни є вивчення функцій: їх властивостей, побудови графіків та аналізу змінюваних величин. *Наприклад, теми, як "Рішення рівнянь і нерівностей", "Похідні та їх застосування", "Границі та безперервність функцій" сприяють розвитку аналітичного мислення у старшокласників та їх здатності розв'язувати практичні задачі в економіці та природничих науках* [5, с. 288]. Поглиблене розуміння алгебраїчних операцій і початків аналізу також дає учням можливість вирішувати прикладні задачі в професійних сферах, таких як фінанси або інженерія.

Геометрія — це ще одна важлива дисципліна, що вивчається в класах із поглибленим вивченням математики. У межах програми учні не лише вивчають евклідову геометрію, але й ознайомлюються з основами стереометрії, проєктивної геометрії та топології. Вивчення геометрії сприяє розвитку просторового мислення, здатності працювати з тривимірними

об'єктами, а також розв'язувати задачі на побудову і доказ теорем. Важливою темою програми є стереометрія, що охоплює вивчення тривимірних фігур, таких як куби, піраміди, конуси та кулі, а також методи їх обчислення. *Наприклад, на уроках геометрії учні можуть працювати з задачами на обчислення об'єму та площ поверхні різних об'ємних фігур, що є основою для інженерії та архітектури* [6, с. 115]. Ці знання є важливими для розвитку вміння працювати з просторовими об'єктами та для подальшого освоєння більш складних наукових дисциплін.

Математичне моделювання — це ключова дисципліна, що дозволяє учням застосовувати теоретичні знання для вирішення реальних проблем. Математичне моделювання включає створення моделей різних реальних ситуацій (фізичних, економічних, біологічних тощо) у вигляді математичних задач, що дозволяє знайти оптимальні рішення для різних видів діяльності. У програмі для поглибленого вивчення математики учні вивчають різні методи моделювання, починаючи від простих лінійних моделей і закінчуючи складними економічними чи екологічними моделями. *Наприклад, учні можуть створювати моделі для прогнозування поведінки популяцій в біології, або ж для оптимізації виробничих процесів у промисловості* [7, с. 3]. Математичне моделювання допомагає учням розвивати здатність до абстрактного мислення та застосування математичних методів у реальному житті.

Теорія ймовірностей і математична статистика є важливими дисциплінами, які дозволяють учням аналізувати випадкові явища та робити висновки на основі даних. Вивчення цих дисциплін дає учням розуміння основ ймовірнісних розподілів, статистичних показників та методів прогнозування. Поглиблене вивчення теорії ймовірностей дає можливість учням опрацьовувати статистичні дані, що є необхідним для роботи в таких сферах, як економіка, фінанси, маркетинг. *Наприклад, при вивченні ймовірнісних розподілів учні можуть працювати з реальними статистичними даними, прогножуючи результати економічних або наукових досліджень* [8, с. 428]. Ці

знання є корисними для розуміння методів прийняття рішень в умовах невизначеності.

Важливою частиною програми є математична логіка, яка є основою для розвитку вміння чітко формулювати доведення та аргументацію. Логіка є ключовою для вирішення задач на доказ у математиці і дає учням навички, які вони можуть застосовувати не лише в математичних дослідженнях, але й у вирішенні складних задач у реальному житті. Логіка також сприяє розвитку здатності до критичного мислення та точного формулювання висновків. *Наприклад, учні можуть працювати з задачами на доказ рівностей чи нерівностей, що дозволяє їм розвивати аналітичні здібності* [9, с. 70]. Ці навички є корисними в будь-яких професійних сферах, що вимагають аналітичного підходу.

Інформатика та програмування становлять важливу частину математичних дисциплін для поглибленого вивчення математики, оскільки вони дозволяють учням застосовувати математичні знання в програмуванні. Математичні методи використовуються для вирішення задач за допомогою комп'ютерних технологій. Програма вчить учнів основам алгоритмів, програмування, а також методам математичних обчислень за допомогою комп'ютерних програм. *Наприклад, учні можуть використовувати програмування для автоматичного вирішення математичних задач або побудови графіків функцій* [11, с. 384]. Ці навички важливі для сучасних професій, пов'язаних з технологіями та інформаційними системами.

Теорія графів є важливою складовою математичних дисциплін, що вивчаються в класах із поглибленим вивченням математики. Вона дозволяє учням розуміти та аналізувати зв'язки між об'єктами в різних системах, що можна моделювати у вигляді графів. Графи використовуються для представлення відносин між елементами системи, що дозволяє ефективно вирішувати задачі, пов'язані з оптимізацією. Одним з основних застосувань теорії графів є пошук оптимальних шляхів. Наприклад, при вивченні цього розділу учні можуть моделювати транспортні маршрути, де потрібно знайти

найшвидший або найбільш економічно ефективний шлях доставки товарів, що є важливим для таких сфер, як логістика, транспортні системи та навіть економіка. Вивчення алгоритмів для пошуку шляхів, таких як алгоритм Дейкстри або алгоритм пошуку в глибину, дозволяє учням здобути навички, які можна використовувати для вирішення реальних задач у бізнесі та інженерії [6, с. 75].

Також теорія графів є незамінним інструментом при проектуванні мереж, таких як комп'ютерні мережі, телекомунікації чи енергетичні системи. Вивчення графів дає учням змогу розуміти, як елементи системи взаємодіють між собою і як можна оптимізувати ці взаємодії для покращення функціонування мереж. Наприклад, при створенні комп'ютерних мереж або плануванні дорожнього руху графи використовуються для моделювання зв'язків між вузлами або перехрестями, що дає можливість оптимізувати потоки даних або транспорту. Знання теорії графів дозволяє розробляти більш ефективні системи зв'язку та транспортні схеми, що мінімізують затрати часу або ресурсів. *Наприклад, оптимізація маршрутів для транспорту або для обміну інформацією між серверними вузлами є важливими завданнями, які учні можуть вирішувати, використовуючи методи теорії графів* [10, с. 28].

Топологія - галузь математики, яка вивчає властивості просторів, що не змінюються під час їх деяких перетворень. Дана дисципліна є основою для розвитку абстрактного мислення і дає учням можливість аналізувати математичні об'єкти з різних точок зору. Вона широко застосовується у фізиці, інформатиці, економіці. *Наприклад, вивчення топології дає змогу учням розуміти, як властивості об'єктів можуть залишатися незмінними навіть після їх деформацій, що є важливим при аналізі структури даних в комп'ютерних науках* [12, с. 403].

Загалом, математичні дисципліни в програмі для класів із поглибленим вивченням математики мають на меті не лише поглиблене засвоєння теоретичних знань, а й розвиток практичних навичок для вирішення реальних проблем. Поглиблене вивчення математики дозволяє учням не тільки

зрозуміти теоретичні принципи, але й активно застосовувати їх у різних сферах життя, що є основою для їхнього професійного розвитку в майбутньому.

Висновки першого розділу

У першому розділі магістерської роботи висвітлено теоретичні основи лекційно-практичної системи навчання математики, розкрито історичні передумови її становлення, психолого-педагогічні засади та особливості змістового наповнення математичних дисциплін у класах із поглибленим вивченням математики. Проаналізовані літературні джерела підтверджують, що ефективність цієї системи ґрунтується на інтеграції теоретичної та практичної підготовки, активному залученні учнів до навчального процесу, розвитку аналітичного, критичного та логічного мислення. Встановлено, що сучасні тенденції математичної освіти вимагають оновлення методології, використання інтерактивних технологій, диференціації та індивідуалізації навчання.

Узагальнений теоретичний аналіз засвідчив, що лекційно-практична система навчання є ефективним інструментом формування ключових математичних компетентностей та підвищення якості профільної математичної освіти. Саме ці положення створюють методичне підґрунтя для подальшої розробки практичних аспектів упровадження даної системи у навчальний процес.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА ВПРОВАДЖЕННЯ ЛЕКЦІЙНО-ПРАКТИЧНОЇ СИСТЕМИ НАВЧАННЯ

2.1 Основні принципи лекційно-практичної системи в навчанні математики

Лекційно-практична система навчання математики є важливим компонентом освітнього процесу в класах з поглибленим вивченням математики. Вона поєднує теоретичні знання з практичними завданнями, що дозволяє не тільки засвоїти математичні концепції, але й ефективно застосовувати їх на практиці. Така система сприяє розвитку аналітичного мислення учнів, їх здатності до самостійного вирішення задач і вміння застосовувати отримані знання в різних сферах діяльності. Основні принципи лекційно-практичної системи навчання математики базуються на врахуванні психолого-педагогічних аспектів навчання, а також на адаптації методичних підходів до конкретних умов та рівня підготовки учнів (табл. 2.1).

Таблиця 2.1 – Основні принципи лекційно-практичної системи навчання математики

Принцип	Опис принципу	Методичний підхід	Приклад
Принцип активності	Забезпечення активної участі учнів у навчальному процесі, де вони не лише слухають, а й самостійно працюють з матеріалом, задають питання, розв'язують задачі.	Застосування методів активного навчання, таких як робота в групах, обговорення задач та експериментів, що стимулюють учнів до самостійної роботи.	На уроці з алгебри учні самостійно вирішують рівняння, потім обговорюють рішення в групах і отримують зворотний зв'язок від учителя.
Принцип інтерактивності	Передбачає взаємодію учнів між собою та з учителем, що сприяє розвитку комунікативних навичок і глибшому засвоєнню матеріалу через спільну роботу.	Використання інтерактивних методів, таких як парне або групове навчання, обговорення проблемних питань, використання мультимедійних засобів для покращення розуміння.	Уроки з геометрії, де учні в групах виконують завдання на побудову фігур, обговорюючи різні підходи до вирішення задач.

Принцип послідовності	Матеріал подається поетапно, починаючи з основних понять і поступово переходячи до більш складних тем, що дає учням можливість засвоїти знання на кожному етапі навчання.	Подання матеріалу в логічній послідовності, застосування диференційованих завдань для кращого засвоєння кожного етапу теми.	На уроці з математичного аналізу учні спочатку вивчають похідні функцій, а потім переходять до складніших тем, таких як інтеграція та застосування похідних у реальних задачах.
Принцип застосування знань на практиці	Забезпечує можливість учням застосовувати теоретичні знання для вирішення реальних задач, що дозволяє закріпити матеріал і побачити його практичну значущість.	Застосування практичних завдань, аналіз ситуацій із реального життя, математичне моделювання для розв'язання актуальних проблем.	При вивченні теорії ймовірностей учні застосовують знання для моделювання ринкових процесів, аналізуючи ймовірність певних подій у фінансових операціях.
Принцип диференціації	Враховує різний рівень підготовки учнів і пропонує завдання, що відповідають їхньому рівню розвитку, що дозволяє кожному учневі працювати над власними завданнями.	Диференціація завдань на різних рівнях складності, застосування індивідуальних підходів до кожного учня, використання додаткових матеріалів для учнів із високим рівнем знань.	Уроки з алгебри, де учні виконують завдання різної складності, наприклад, від простих рівнянь до складних задач на застосування похідних у прикладних ситуаціях.
Принцип зворотного зв'язку	Постійний обмін інформацією між учителем і учнями, що дозволяє коригувати помилки в реальному часі і покращувати розуміння матеріалу.	Регулярний зворотний зв'язок під час уроку, письмові та усні коментарі, взаємодія між учнями через обговорення їхніх рішень та підходів.	На уроці з геометрії учні отримують зворотний зв'язок від учителя щодо правильності побудови фігур та аргументації своїх рішень.
Принцип гнучкості навчання	Система навчання повинна бути адаптована до потреб і можливостей учнів, з урахуванням їхніх інтересів та особливостей навчання.	Адаптація методів навчання до потреб учнів, використання різних технологій навчання, таких як дистанційне навчання або інтерактивні платформи для зручності навчального процесу.	Використання цифрових ресурсів і онлайн-платформ для вирішення завдань з алгебри, що дозволяє учням працювати в зручному для них темпі.
Принцип систематичності	Матеріал вивчається системно, з регулярними повтореннями і	Регулярне повторення вивченого матеріалу, поетапне освоєння нових	На уроці з математичного аналізу учні

	застосуванням на практиці, що допомагає учням не забувати вивчене та краще його закріплювати.	тем, застосування засвоєних знань для розв'язання більш складних задач.	постійно повертаються до вивчених тем, таких як похідні та границі, для розв'язання нових задач із застосуванням цих понять.
Принцип індивідуалізації	Врахування індивідуальних потреб учнів, їхніх інтересів і здатностей, що дозволяє забезпечити кожному учневі оптимальні умови для розвитку.	Індивідуальні завдання, персоналізований підхід до кожного учня, використання методів, що відповідають їхнім здібностям і рівню розвитку.	При вивченні геометрії учні можуть отримувати завдання на різних рівнях складності, наприклад, прості побудови для початківців і складніші задачі для більш підготовлених учнів.

Принцип активності є одним з основних принципів лекційно-практичної системи навчання математики, оскільки він передбачає активну участь учнів у процесі навчання, що дозволяє краще засвоїти навчальний матеріал. Враховуючи, що математика є абстрактною наукою, активність учнів на уроках допомагає їм не лише слухати, а й безпосередньо працювати з математичними задачами та прикладами, що дозволяє глибше зрозуміти математичні концепції. Наприклад, при вивченні алгебри учні не тільки запам'ятовують формули для розв'язання рівнянь, а й самостійно застосовують ці формули для вирішення задач різного рівня складності. Задача на виведення формули для кореня квадратного рівняння або пошук параметрів для рівнянь прямої, таких як $y = mx + b$, де потрібно знайти нахил та точку перетину з осями координат, є типовими прикладами для таких уроків. Такий підхід дозволяє учням побачити практичну цінність математичних операцій, зробивши їх більш доступними і зрозумілими [5, с. 288].

Для більш глибокого засвоєння матеріалу важливо, щоб учні працювали з реальними завданнями, які потребують активного використання теоретичних

знань. Наприклад, тема «Похідні функцій» передбачає вирішення завдань на знаходження похідної від складених функцій. Задачі можуть включати використання правил похідних для таких функцій, як $y=x^3+2x^2-5x+7$, де учні мають знайти похідну функції та визначити її графічне представлення, або ж задача на знаходження похідної від складених функцій, наприклад $y=\sin(2x+1)$, де учні використовують правило похідної складеної функції.

Окреслені задачі не тільки покращують розуміння похідних, але й дозволяють учням використовувати їх для розв'язання прикладних задач, таких як оптимізація витрат чи максимізація прибутку у бізнесі. Наприклад, учні можуть застосовувати похідні для розрахунку максимального доходу фірми, визначаючи, коли похідна функції прибутку дорівнює нулю і знаходячи точки максимуму функції [6, с. 75].

Також важливим є використання рівнянь та нерівностей для практичного застосування математичних знань. Наприклад, при вивченні рівнянь з кількома змінними учні можуть вирішувати задачі типу:

– задача на систему рівнянь: $2x+y=7$ та $x-3y=-4$, де учні мають знайти значення змінних x і y ;

- задачі на квадратичні рівняння, такі як $x^2-5x+6=0$, де учні використовують формулу для розв'язання квадратних рівнянь або методи факторизації;

- розв'язування нерівностей, наприклад $3x+4>10$, де учні знаходять множину рішень для змінної.

Уроки з таких тем не тільки поглиблюють знання учнів з основ алгебри, але й дозволяють їм застосовувати ці знання для розв'язання практичних завдань у різних галузях. Наприклад, при розв'язуванні задач на оптимізацію учні можуть використовувати рівняння для визначення найефективнішого плану чи стратегії у бізнесі [7, с. 132].

Принцип інтерактивності дозволяє кожному учневі активно включатися в процес навчання, висловлювати свої думки, обговорювати проблеми та рішення задач, а також отримувати нові ідеї та підходи від однокласників. Це не тільки покращує розуміння матеріалу, але й допомагає розвивати комунікативні навички, які є важливими для майбутньої професійної діяльності учнів. Наприклад, при вивченні стереометрії учні можуть працювати в групах над побудовою тривимірних фігур, таких як піраміди, конуси та циліндри. Вони можуть разом обговорювати, як змінюється об'єм та площа поверхні цих фігур при зміні їхніх параметрів, що дозволяє не лише краще засвоїти теоретичний матеріал, а й навчитися аргументувати свої рішення. Такі заняття сприяють розвитку колективного мислення, здатності до обміну ідеями та взаємної допомоги, що є важливими як для навчального процесу, так і для майбутньої професійної діяльності.

Інтерактивний підхід дозволяє учням більш глибоко зануритися в навчальний процес і розвивати критичне мислення. Замість того, щоб просто слухати пояснення вчителя, учні активно беруть участь у вирішенні математичних задач. Наприклад, при вивченні теми «Рішення рівнянь з кількома змінними» учні можуть працювати в групах, розв'язуючи систему рівнянь типу:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 5x - y = 9 \end{cases}$$

Під час роботи в групах учні обговорюють стратегії розв'язання задач, вирішують, чи краще використовувати методи підстановки чи додавання для знаходження значень x та y . Цей процес дозволяє учням практично застосовувати теоретичні знання і вдосконалювати навички колективного розв'язання складних задач. Крім того, обговорення результатів з однокласниками дозволяє кожному учневі отримати різні підходи до вирішення задач, що покращує їхні навички мислення та аналізу.

Іншим прикладом є тема «Алгебраїчні рівняння та нерівності». Учні можуть працювати разом для вирішення завдань типу $x^2 - 5x + 6 = 0$, де вони застосовують метод факторизації для розв'язування

рівняння. Вони можуть обговорювати кроки розв'язування, застосовувати різні методи перевірки отриманих коренів, що дає змогу кожному учневі знайти найбільш ефективний метод розв'язання. При цьому вчитель може виступати як фасилітатор обговорення, направляючи учнів на пошук рішень через активну взаємодію.

Також, під час вивчення функцій та їх властивостей, учні можуть працювати в групах, аналізуючи графіки функцій, таких як $y=x^2-4x+3$

Учні можуть спільно обговорювати, як змінюються властивості графіка функції при зміні її коефіцієнтів, що дозволяє не тільки зрозуміти теорію, але й навчитися працювати з графічним зображенням функцій, що є важливим для подальшого вивчення більш складних математичних тем. Використання інтерактивних інструментів, таких як графічні калькулятори або спеціальні програми для побудови графіків, також є важливою частиною цього процесу.

Інтерактивний підхід дозволяє учням не тільки вивчати теорію, а й застосовувати її на практиці. Наприклад, при вивченні математичних моделей учні можуть створювати свої моделі для реальних ситуацій, таких як моделювання попиту та пропозиції на ринку товарів або оптимізація витрат у бізнесі. Наприклад, задача на знаходження рівноважної ціни на ринку «Змодельуйте ситуацію попиту і пропозиції на ринку товару X, де функція попиту має вигляд:

$$Q_d=100-2P$$

а функція пропозиції:

$$Q_s=20+3P$$

де P — ціна,

Q_d — кількість товару, яку споживачі готові купити при даній ціні,

Q_s — кількість товару, яку виробники готові продати при даній ціні.

Знайдіть рівноважну ціну P , за якої попит і пропозиція зрівняються».

Під час роботи над такими задачами учні мають можливість не тільки розв'язувати математичні задачі, але й бачити, як математичні моделі можна застосовувати до реальних економічних ситуацій, що дає учням практичне уявлення про роль математики в бізнесі та економіці.

Принцип послідовності передбачає, що матеріал подається учням поступово, починаючи з базових понять і поступово переходячи до складніших тем. Завдяки цьому учні мають можливість системно освоювати нові знання, що дозволяє не тільки засвоїти теоретичний матеріал, а й ефективно застосовувати його на практиці. Такий підхід особливо важливий для навчання математики, де кожен новий розділ часто базується на попередньому. Наприклад, при вивченні математичного аналізу учні спочатку освоюють основи похідних та границь, а потім переходять до більш складних тем, таких як інтеграція та диференціальні рівняння, що дозволяє поступово поглиблювати розуміння та застосування математичних концепцій у практиці [7, с. 115].

На початковому етапі вивчення похідних учні вирішують прості задачі на знаходження похідних поліноміальних функцій, таких як $y=3x^2-5x+2$, де учні мають знайти похідну цієї функції. Потім учні переходять до більш складних задач, таких як знаходження похідної складених функцій або функцій з тригонометричними виразами, наприклад $y=\sin(2x+1)$, де учні застосовують правила для похідних складених функцій, що допомагає учням зрозуміти, як побудова похідної складної функції залежить від її структури і як правильно застосовувати правила для розв'язання складніших задач.

При вивченні границь учні спочатку працюють із простими прикладами, такими як $\frac{x^2-4}{x-2}$, де потрібно обчислити границю функції при наближенні x до 2.

до 2. Після освоєння основних понять та методів знаходження границь, учні переходять до більш складних задач, наприклад, знаходження границь для вищих порядків функцій або використання теорем про границі для нескінченних величин, що дозволяє не лише розв'язувати прості математичні задачі, але й розуміти складні концепції, що лежать в основі математичного аналізу.

Після того як учні засвоїли основи похідних і границь, вони переходять до вивчення диференціальних рівнянь. Одним з основних типів задач є задача на розв'язування диференціального рівняння першого порядку, такого як $\frac{dy}{dx} = 2x + 3$, де учні мають знайти функцію $y(x)$, знаючи, що її похідна дорівнює $2x + 3$. Після освоєння таких задач, учні можуть розглядати більш складні рівняння вищих порядків або системи диференціальних рівнянь, що дозволяє їм не лише зрозуміти теорію, а й застосовувати її для розв'язання реальних наукових і технічних задач.

У процесі вивчення інтегралів учні починають з простих задач на визначені інтеграли, таких як $\int (3x^2 - 5x + 2) dx$, де потрібно знайти невизначений інтеграл від поліноміальної функції. Коли учні освоюють базові інтеграли, вони переходять до складніших задач, таких як інтегрування функцій з тригонометричними виразами або використанням інтегралів для обчислення площі під графіками функцій, що дає учням можливість застосовувати теоретичні знання для вирішення практичних задач в геометрії, фізиці та інших науках.

Завдяки такій послідовності в подачі матеріалу учні не тільки крок за кроком засвоюють нові математичні поняття, але й здатні застосовувати ці знання для вирішення різноманітних задач, що відповідають реальним життєвим і науковим ситуаціям.

Принцип застосування знань на практиці дозволяє учням не тільки засвоювати теоретичні знання, а й активно застосовувати їх для вирішення реальних задач. Поглиблене вивчення математики включає багато практичних завдань, що дають можливість учням побачити, як математичні концепції можуть бути використані для вирішення проблем у різних сферах життя, від економіки до техніки та природничих наук. Такий підхід забезпечує учням не лише глибоке розуміння матеріалу, але й готує їх до застосування отриманих знань у реальних ситуаціях, що є важливим для розвитку професійних навичок у майбутньому.

У рамках вивчення математичного моделювання учні можуть бути залучені до вирішення економічних задач, таких як побудова моделей попиту і пропозиції. Наприклад, учням дається наступна задача:

«Дано функцію попиту $Q_d=100-2P$ та функцію пропозиції $Q_s=20+3P$, де P — ціна товару, Q_d — кількість товару, яку споживачі готові купити при даній ціні, Q_s — кількість товару, яку виробники готові продати при даній ціні. Знайти рівноважну ціну і кількість товару на ринку, коли попит і пропозиція рівні».

Таке завдання допомагає учням зрозуміти, як економічні змінні, такі як ціна і кількість, взаємодіють на ринку і як можна математично описати ці взаємозв'язки для прийняття рішень.

Іншим прикладом застосування математичних знань є оптимізація витрат на виробництво. Наприклад, учням може бути поставлена задача:

«Компанія виробляє товар, витрати на виробництво якого описуються функцією $C(x)=2x^2+50x+100$, де x — кількість вироблених одиниць товару, а $C(x)$ — загальні витрати. Необхідно знайти кількість товару, при якій витрати будуть мінімальними».

Для розв'язання цієї задачі учні використовують похідні для знаходження мінімуму функції. Завдання дозволяє не тільки засвоїти математичні методи, але й побачити їхнє застосування для зниження витрат у бізнесі.

Також учні можуть використовувати свої знання для розв'язання задач, що виникають у фінансовій сфері. Наприклад, при вивченні геометрії та алгебри учні можуть працювати з задачами на відсотки: *«Позика на суму 5000 грн надається на 2 роки під 8% річних. Обчислити, яку суму доведеться сплатити по закінченню терміну за умови складних відсотків»*. Задача розв'язується за допомогою формули для обчислення складних відсотків:

$$A = P \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{nt},$$

де A — кінцева сума, P — початкова сума, r — річна процентна ставка, n — кількість періодів на рік, t — кількість років. Учні мають змогу побачити, як математичні знання застосовуються для вирішення фінансових задач у реальному житті.

Вивчення математики також дає можливість вирішувати задачі з механіки та фізики, що вимагають використання математичних знань. Наприклад, задача на швидкість та прискорення: *«Автомобіль рухається по прямій траєкторії з постійним прискоренням $a = 3 \text{ м/с}^2$. Знайти швидкість автомобіля через 10 секунд після початку руху, якщо початкова швидкість була $v_0 = 0$ »*. Дану задачу учні вирішують за допомогою рівняння руху $v = v_0 + at$.

Наведені практичні задачі і рівняння допомагають учням не тільки засвоїти абстрактні математичні теореми, але й розвинути навички, які можуть бути корисні в різних професіях, що використовують математику для вирішення реальних задач.

Принцип диференціації є надзвичайно важливим для лекційно-практичної системи навчання математики, оскільки він передбачає врахування різного рівня підготовленості учнів і використання індивідуалізованих підходів під час уроків. Вчителі мають можливість адаптувати завдання відповідно до рівня знань та здібностей кожного учня, що дозволяє створити ефективне навчальне середовище для всіх учнів. У класах з поглибленим вивченням математики такий підхід є особливо важливим, оскільки учні мають різний рівень підготовленості та різні потреби. Завдяки диференціації кожен учень може працювати над завданнями, що відповідають його

інтелектуальним здібностям, а це, в свою чергу, сприяє підвищенню мотивації та інтересу до предмету.

Наприклад, на уроці з алгебри учням можуть бути запропоновані завдання різного рівня складності. Для учнів, які потребують додаткової підтримки, вчитель може запропонувати прості задачі на рівняння першого ступеня. Наприклад, задача $3x+5=20$, де учні мають знайти значення x , вирішивши рівняння простим способом. Такі задачі допомагають закріпити основи алгебри та дають можливість учням працювати над рівняннями без складних підходів.

Для учнів з високим рівнем підготовки, вчитель може запропонувати більш складні рівняння та нерівності, які потребують використання методів інтеграції або диференціації. Наприклад, задача на інтеграцію $\int (2x^3 - 4x + 1) dx$, де учні мають знайти невизначений інтеграл. Така задача дозволяє учням, які вже освоїли базові концепції, розв'язувати більш складні математичні вирази, що допомагає поглиблювати їхнє розуміння теорії інтегралів.

Для учнів початкового рівня можна запропонувати задачу $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$, де учні можуть використовувати методи підстановки або додавання для знаходження значень x і y . Така задача не є складною, але допомагає учням навчитися основам роботи з системами рівнянь.

Для більш підготовлених учнів можна запропонувати задачу на системи рівнянь з параметрами. Наприклад $\begin{cases} x + 2y = a \\ 3x - y = b \end{cases}$, де a та b — параметри, і учні мають розв'язати систему для загальних значень параметрів, що дозволяє учням не лише розв'язувати конкретні задачі, а й розуміти вплив параметрів на розв'язки рівнянь.

Для учнів з базовими знаннями можна розглянути прості задачі на площу прямокутника $S = a \times b$, де a та b — сторони прямокутника, що дозволяє

учням працювати з основами геометрії і вивчати площу простих фігур. Для учнів з вищим рівнем підготовки можна запропонувати більш складні задачі, такі як площі фігур зі складною формою або геометричні побудови. Наприклад, задача на площу трапеції $S = \frac{l}{2} \times (a+b) \times h$, де a і b — основи трапеції, а h — її висота, що дозволяє учням використовувати більш складні геометричні формули та застосовувати їх для розв'язання практичних задач.

Диференціація навчання також сприяє розвитку в учнях самостійності в роботі з матеріалом. Наприклад, у вивченні математичних моделей учні можуть бути залучені до вирішення задач на основі прикладного аналізу. Для учнів із середнім рівнем підготовки це може бути задача на побудову графіка лінійної функції $y=mx+b$, де учні виводять рівняння прямої та будують її графік. Для більш підготовлених учнів завдання може бути складнішим: побудова графіка квадратичної функції або функції з кількома змінними.

Дані приклади демонструють, як диференціація навчання допомагає кожному учню працювати на своєму рівні, відчувати прогрес у навчанні та підтримувати інтерес до математики, що є основою для подальшого розвитку математичних навичок.

Принцип зворотного зв'язку дозволяє коригувати помилки, вдосконалювати знання та забезпечує їх розвиток. Постійний зворотний зв'язок дозволяє учням не лише перевіряти свої знання, але й активно працювати над їх покращенням. Використання різних форм зворотного зв'язку — усні коментарі під час уроків, письмові зауваження або групові обговорення — допомагає учням краще розуміти, де саме вони помиляються, і як покращити свої знання. Наприклад, на уроках з геометрії учні можуть отримувати зворотний зв'язок від учителя щодо правильності побудови фігур та виконання обчислень, що допомагає їм коригувати свої помилки і вдосконалювати навички в процесі навчання [10, с. 7].

Зворотний зв'язок на уроках математики допомагає учням зрозуміти, де вони припустилися помилок, а також дає можливість коригувати свої методи роботи, що особливо важливо при розв'язуванні алгебраїчних задач або

рівнянь, де кожен етап виконання вимагає точності. Наприклад, при розв'язуванні квадратичних рівнянь типу $x^2 - 5x + 6 = 0$, де учні можуть отримати зворотний зв'язок від вчителя щодо правильності використаного методу (факторизація чи використання формули для розв'язування квадратних рівнянь). Якщо учень допустив помилку при факторизації, учитель може пояснити, як правильно розкласти рівняння на множники та перевірити коректність отриманих коренів. Такий зворотний зв'язок дає учням можливість виправити свої помилки та краще засвоїти алгоритм розв'язання подібних задач.

Ще одним прикладом є система лінійних рівнянь, яку учні можуть розв'язувати за допомогою методів підстановки або додавання $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$

Під час виконання цієї задачі учні можуть отримувати зворотний зв'язок на кожному етапі: чи правильно вони обрали метод, чи коректно виконали підстановку або додавання, а також чи правильно обчислили значення x і y . Якщо учні зробили помилку на одному з етапів, вчитель може пояснити, де саме була допущена помилка і як її виправити, що допомагає учням зрозуміти, як правильно застосовувати різні методи для розв'язування систем лінійних рівнянь.

На уроках геометрії зворотний зв'язок особливо важливий при виконанні задач на побудову фігур. Наприклад, учні можуть отримати завдання побудувати прямокутний трикутник за допомогою заданих сторін і кутів. Під час виконання цього завдання учні отримують коментарі від учителя щодо правильності побудови та вимірювання кутів. Наприклад, якщо учні неправильно побудували один із кутів, вчитель надає зауваження і пояснює, як правильно провести побудову. Такий зворотний зв'язок допомагає учням

навчитися правильно застосовувати теоретичні знання для побудови геометричних фігур.

У вивченні математичного аналізу важливим аспектом є зворотний зв'язок при розв'язанні задач на похідні функцій. Наприклад, учням дається завдання знайти похідну функції $y=3x^2-4x+5$.

Під час виконання цієї задачі учні можуть отримати зворотний зв'язок щодо правильності застосованих правил диференціювання, таких як правило похідної для степеневих функцій. Якщо учень зробить помилку, наприклад, неправильно застосує правило для похідної від степеневої функції, вчитель може пояснити, як правильно застосовувати правило та пояснити помилку, що дозволяє учням виправити свої помилки та більш глибоко зрозуміти процес диференціювання.

У вивченні математичних моделей зворотний зв'язок також важливий для коректної інтерпретації отриманих результатів. Наприклад, учні можуть розв'язувати задачу на моделювання попиту і пропозиції на ринку $Q_d=100-2P$, $Q_s=20+3P$, де потрібно знайти рівноважну ціну. Учні можуть отримати зворотний зв'язок на кожному етапі розв'язування, починаючи від побудови рівнянь до знаходження точки перетину функцій попиту і пропозиції. Вчитель може пояснити, як правильно інтерпретувати рівноважну ціну та кількість товару, що дозволяє учням краще розуміти застосування математичних моделей до реальних економічних ситуацій.

Зворотний зв'язок не тільки дозволяє учням виправити помилки, але й дає можливість краще зрозуміти матеріал і поглибити знання, що є ключовим елементом навчального процесу, який сприяє розвитку критичного мислення, самостійності та впевненості учнів у їхніх математичних знаннях.

Завдяки проаналізованим принципам, лекційно-практична система навчання стає потужним інструментом для розвитку математичних здібностей учнів, підвищення їхнього інтересу до предмета і готовності до застосування математичних знань у реальному житті. Така система дозволяє не лише

досягти високого рівня знань, а й формує в учнів навички, які є важливими для їхнього професійного і особистісного розвитку в майбутньому.

2.2 Роль лекцій у процесі поглибленого вивчення математики: методи та підходи

Лекції в рамках поглибленого вивчення математики виконують важливу роль у передачі теоретичних знань, побудові глибокого розуміння основних математичних концепцій та їх застосуванні. Вони не лише дозволяють учням отримати необхідний теоретичний фундамент, але й готують їх до практичного застосування цих знань для вирішення складних задач. *Методи*, що використовуються на лекціях, мають бути різноманітними, а підходи — адаптованими до рівня підготовленості учнів та навчальних цілей. Лекційний матеріал може варіюватися від базових визначень та теорем до складних методів, що використовуються у вищій математиці, таких як інтеграційні методи, диференціальні рівняння або теорія графів [6, с. 132].

Одним із основних *методів*, що застосовуються під час лекцій, є *інтерактивний підхід*, який передбачає активну участь учнів у навчальному процесі. Наприклад, на лекціях з *алгебри* вчитель може надавати учням завдання, де потрібно не лише продемонструвати теоретичні знання, а й застосовувати їх на практиці, розв'язуючи рівняння різного рівня складності. Одним з таких завдань є розв'язування *квадратичних рівнянь* типу $x^2 - 5x + 6 = 0$, де учням потрібно застосувати методи факторизації для знаходження коренів рівняння. Після вирішення цього завдання учні можуть отримати зворотний зв'язок і обговорити методи розв'язання, що допомагає закріпити матеріал. Інтерактивний метод дозволяє створити атмосферу спільного навчання, коли

кожен учень може висловити свою точку зору, задати питання і отримати пояснення від вчителя чи однокласників [9, с. 49].

Важливість інтерактивного підходу в цьому контексті полягає в тому, що він дозволяє учням не тільки слухати лекцію, але й активно включатися в навчальний процес. У практичному контексті це означає, що учні не просто вирішують задачі, а й пояснюють свої кроки, аналізують помилки та отримують зворотний зв'язок від однокласників і вчителя. Наприклад, після розв'язання задачі учні можуть пояснити, як вони застосували метод факторизації, а вчитель може дати додаткові поради щодо оптимізації підходів. Такий підхід створює умови для розвитку критичного мислення і глибшого розуміння математичних концепцій [9, с. 49].

Підхід, який часто застосовується на лекціях з поглибленого вивчення математики, це *метод прикладів з реального життя*. Використання прикладів з реальних практичних задач дозволяє учням зрозуміти, як теоретичні знання застосовуються в конкретних ситуаціях. Наприклад, під час вивчення *диференціальних рівнянь* учням можна запропонувати задачу на *темпи зміни популяції* $\frac{dP}{dt} = kP(1 - \frac{P}{K})$, де P — чисельність популяції, k — коефіцієнт зростання, K — максимальна чисельність популяції. Учні мають розв'язати це рівняння, щоб змодельовати динаміку зростання популяції. Такі задачі допомагають учням зрозуміти практичне застосування математичних моделей і теорем у біології, економіці, екології та інших науках [10, с. 7].

Іншим методом є *визначення результатів через аналіз помилок*. Під час лекцій учні часто роблять помилки в розв'язанні задач, і важливо, щоб вони отримували зворотний зв'язок, що дозволяє їм зрозуміти, чому певний підхід є неправильним. Наприклад, під час лекції з інтеграції учні можуть неправильно застосувати методи інтегрування для складних функцій, таких як $\int \frac{1}{x^2 + 1} dx$, де вони можуть не врахувати особливості функції або застосувати неправильний метод інтеграції. Пояснення помилок і правильного

застосування методів інтеграції допомагає учням не лише виправити помилку, а й закріпити знання щодо вибору відповідних методів для різних типів задач, наприклад, використання стандартних формул інтегрування для певних типів функцій.

У практичному контексті, після того, як учні зроблять помилки в розв'язуванні таких задач, вчитель може детально пояснити кожен крок розв'язання і показати, чому саме вибраний метод не підходить. Потім учні можуть самостійно або в групах працювати над подібними задачами, щоб краще зрозуміти, як уникати подібних помилок у майбутньому. Таким чином, метод аналізу помилок не тільки виправляє помилки, але й допомагає учням краще засвоїти матеріал і підвищити їхню математичну компетентність, формуючи навички критичного мислення і самоконтролю [7, с. 115].

Підхід до використання мультимедійних технологій також відіграє важливу роль у лекціях. Використання графіків, діаграм, мультимедійних анімацій дозволяє учням візуалізувати абстрактні математичні концепції, такі як функції, криві, площі під графіками тощо. Наприклад, на лекціях з математичного аналізу учні можуть за допомогою графічних програм побудувати графік функції, обчислити площу між графіками двох функцій, використовуючи визначені інтеграли. Це допомагає учням не лише зрозуміти, як виглядає графічне представлення функції, а й як обчислюються площі, що мають важливе практичне значення в багатьох галузях науки і техніки [6, с. 132].

Підхід до співпраці з учнями під час лекцій є також важливим. Це означає, що вчитель повинен не тільки пояснювати матеріал, а й активно залучати учнів до дискусій, заохочувати їх до самостійної роботи. Наприклад, під час лекції з геометрії учні можуть бути поділені на групи, де кожна група працює над розв'язанням геометричної задачі, такої як побудова тривимірних фігур, таких як піраміди або конуси. Важливо, щоб учні обговорювали свої рішення в групах і представляли результати на класному рівні, що сприяє розвитку комунікативних навичок та колективного мислення [9, с. 132].

Застосування методу проблемних ситуацій допомагає створити умови для самостійного мислення учнів. Вчитель може ставити проблемні питання, що вимагають застосування знань для вирішення конкретної задачі. Наприклад, учні можуть отримати задачу на *пошук оптимального шляху* в транспортній системі або на *моделювання економічних процесів*, таких як баланс попиту і пропозиції на ринку. Задачі такого типу сприяють розвитку *критичного мислення* учнів і дозволяють їм бачити практичне застосування математичних знань у реальних життєвих ситуаціях [10, с. 7].

Метод активного обговорення задач під час лекцій також є важливим для поглибленого вивчення математики. Обговорення задач дозволяє учням ділитися своїми підходами до вирішення проблем, а вчителю — оцінити рівень розуміння учнями матеріалу. Наприклад, після того, як учні розв'язали задачу на *диференціальні рівняння*, вчитель може запросити учнів обговорити, як різні методи розв'язування рівнянь можуть бути застосовані до одного і того ж завдання, що допомагає учням усвідомити важливість вибору правильного методу для кожної задачі [8, с. 428].

Підхід до використання міжпредметних зв'язків є ще однією важливою складовою лекційного процесу. Математика часто взаємодіє з іншими науками, такими як фізика, хімія, економіка та біологія. На лекціях можна обговорювати, як математичні моделі використовуються в цих науках для вирішення реальних проблем. Наприклад, на лекції з *математичного моделювання* учні можуть розглядати, як використовується математична модель для прогнозування *економічного зростання* або як математичні моделі допомагають розраховувати *ефективність енергетичних систем* [9, с. 49].

Завдяки таким *методам і підходам* лекції сприяють поглибленому вивченню математики, допомагають учням не тільки засвоїти теоретичні знання, але й розвинути навички застосування цих знань у різних галузях науки і техніки.

2.3 Практичні заняття: організація, методи та засоби оцінювання навчальних досягнень

Організація практичних занять у рамках лекційно-практичної системи навчання математики в класах з поглибленим вивченням математики значно відрізняється від традиційного підходу, адже вона передбачає не лише засвоєння основних теоретичних положень, але й поглиблене вивчення складніших аспектів геометрії та математичних методів. Система навчання в таких класах включає кілька ключових напрямів, які сприяють формуванню глибоких знань та навичок у учнів.

Перший напрям — це розширення понять, що вивчаються, на більш широкий спектр геометричних об'єктів. Зокрема, особливу увагу приділено вивченню перерізів многогранників, тіл обертання, а також зрізаних геометричних тіл, таких як конуси, піраміди та частини кулі. Учні вчаться знаходити об'єм та площу поверхні цих об'єктів, що дозволяє застосовувати геометричні методи в реальних практичних задачах, таких як розрахунок об'ємів різноманітних конструкцій або обчислення площ для технічних потреб [5, с. 288].

Другий напрям включає застосування розширеного набору методів. Наприклад, крім традиційного паралельного проєктування, вводиться центральне проєктування, а також методи слідів і проєкцій, що дозволяють учням розглядати геометричні тіла з різних точок зору і застосовувати ці методи до складних геометричних задач. Такі підходи допомагають сформувати в учнів вміння використовувати математичні інструменти для вирішення практичних задач [6, с. 92].

Третій напрям — це обґрунтування та доведення низки теоретичних положень, які в загальноосвітньому курсі зазвичай залишаються недоведеними. Наприклад, при вивченні стереометрії учням пропонуються задачі, що потребують не тільки застосування стандартних формул, але й доказів різних геометричних властивостей, таких як теореми про перерізи або об'єм тіл

обертання. Це сприяє розвитку в учнів навичок логічного мислення та здатності до самостійного доведення математичних теорем [7, с. 115].

Четвертий напрям пов'язаний із розв'язуванням складних задач, які вимагають одночасного використання знань з різних галузей математики. Наприклад, задачі на математичне моделювання або комбінування методів векторного аналізу та алгебри, що дозволяють учням вирішувати прикладні задачі з фізики, економіки чи техніки. Це дає змогу учням побачити, як математичні знання застосовуються в реальному житті, наприклад, при розрахунках наукових та технічних проблем [9, с. 49].

Система завдань для таких класів включає не лише традиційні вправи для закріплення теоретичних знань, але й різноманітні задачі, що вимагають застосування інтердисциплінарних підходів. Наприклад, на практичних заняттях з геометрії учні можуть працювати з задачами на побудову і дослідження геометричних фігур, що взаємодіють з іншими природничо-науковими дисциплінами, такими як фізика та астрономія. Цей підхід сприяє розвитку в учнів цілісного розуміння математичних методів і їхнього застосування у різних наукових і практичних сферах [8, с. 428].

Основною формою навчання залишається система уроків, які сприяють вивченню нового матеріалу, формуванню вмінь розв'язувати задачі, узагальненню та систематизації знань. Однак у класах з поглибленим вивченням математики значно розширено використання нетрадиційних форм навчання, таких як семінарські та практичні заняття, що дозволяють учням більш глибоко зануритися в матеріал. Наприклад, на уроках «однієї ідеї» учні можуть розглядати одну важливу математичну концепцію в різних контекстах, що дозволяє їм зрозуміти її глибше [9, с. 132].

Крім того, активно використовуються інтегровані уроки, які поєднують математику з іншими науками, такими як фізика, хімія та інформатика, що дозволяє учням побачити, як математика взаємодіє з іншими дисциплінами і як її можна застосовувати для вирішення складних міждисциплінарних задач. Наприклад, на інтегрованих уроках з фізики і математики учні можуть вивчати

закони руху тіл, використовуючи математичні моделі для опису та аналізу експериментальних даних [10, с. 7].

Використання сучасних технологій також грає важливу роль у практичних заняттях. Наприклад, застосування комп'ютерних програм для побудови графіків функцій або розв'язування складних рівнянь дозволяє учням працювати з великими обсягами даних і автоматизувати багато процесів. Такі програми, як GeoGebra чи Wolfram Mathematica, допомагають візуалізувати математичні моделі і розв'язувати складні задачі, що підвищує рівень розуміння матеріалу [10, с. 7].

Організація практичних занять у рамках лекційно-практичної системи навчання математики в класах з поглибленим вивченням математики передбачає активне залучення учнів до дослідницької та проблемно-пошукової діяльності. Одним з ефективних підходів є організація роботи учнів у форматі індивідуальних або групових проєктів, де вони можуть самостійно шукати інформацію, аналізувати різноманітні джерела та презентувати свої висновки. Наприклад, учні можуть працювати з науковими журналами, такими як «Квант» або «У світі математики», а також здійснювати пошукову роботу через Інтернет, знаходячи актуальні задачі та математичні теми для обговорення [6, с. 92].

Також важливою частиною цього процесу є організація обміну результатами між учнями, що сприяє розвитку комунікативних навичок та вміння аргументувати свою думку. Учні можуть презентувати свої результати у вигляді доповідей, що дозволяє їм краще осмислити матеріал і отримати зворотний зв'язок від однокласників і вчителів. Для підтримки інтересу до навчання та розвитку творчих здібностей учнів рекомендується залучати їх до участі в різноманітних олімпіадах і конкурсах, зокрема математичних олімпіадах різного рівня, таких як «Кенгуру» чи Всеукраїнські олімпіади [7, с. 115]. Участь у таких заходах дозволяє учням не лише перевірити свої знання, а й порівняти їх з результатами інших школярів, що стимулює до подальшого вдосконалення.

Крім того, організація практичних занять може включати співпрацю з викладачами вищих навчальних закладів та науковцями, що дасть можливість учням ознайомитися з актуальними науковими досягненнями та новими методами у галузі математики. Встановлення контактів з університетами та науковими установами також важливе для профорієнтаційної роботи, що дозволяє учням краще орієнтуватися у виборі майбутньої професії та академічної кар'єри. Випускники таких класів можуть мати можливість відвідувати підготовчі курси у вищих навчальних закладах, що забезпечить їм додаткові знання та навички для подальшого навчання [9, с. 49].

Організація практичних занять у рамках лекційно-практичної системи навчання математики в класах з поглибленим вивченням математики вимагає створення мотиваційної основи для учнів, що дозволяє їм активно включатися в навчальний процес. Одним із ефективних методів мотивації є створення проблемних ситуацій, які потребують не тільки глибоких теоретичних знань, а й високого рівня аналітичних здібностей для їх розв'язання. Наприклад, при вивченні алгебри учні можуть зіткнутися з розв'язуванням складних рівнянь або задач, що передбачають застосування нових математичних методів і концепцій, яких вони ще не вивчали [7, с. 132]. Це стимулює учнів до самостійного пошуку шляхів розв'язання, що є важливим елементом формування їх математичних і загальних пізнавальних навичок.

Важливим аспектом є також інтеграція математичного моделювання в навчальний процес, що сприяє розвитку аналітичного мислення учнів. В класах з поглибленим вивченням математики це моделювання проводиться не тільки на уроках математики, а й у процесі вивчення природничих дисциплін, таких як фізика чи хімія, де математика відіграє важливу роль у розв'язанні практичних задач [9, с. 49]. Крім того, залучення учнів до участі в олімпіадах і конкурсах з математики дозволяє перевірити рівень їх підготовки в умовах зовнішньої конкуренції, що підвищує інтерес до навчання та стимулює до досягнення нових висот.

Сучасні інформаційні технології надають додаткові можливості для інтенсифікації навчального процесу. Використання таких програм, як MathCAD, AutoCAD або MAPLE, дозволяє наочно продемонструвати графіки функцій, розв'язувати складні системи рівнянь або обчислювати об'єм геометричних тіл. Проте, важливо зазначити, що ці інструменти повинні слугувати додатковим елементом навчання, а не замінювати традиційні методи розв'язування задач і відпрацювання математичних навичок учнів [8, с. 428]. Дотримання балансованого підходу у застосуванні інформаційних технологій дозволяє підвищити ефективність практичних занять, одночасно зберігаючи основну мету навчання — розвиток математичних здібностей учнів.

У рамках лекційно-практичної системи навчання математики в класах з поглибленим вивченням важливо застосовувати індивідуальний підхід до учнів, з урахуванням їхніх здібностей і рівня підготовки. Для учнів, які демонструють високі результати в математиці, необхідно пропонувати складніші завдання та більший обсяг навчального матеріалу. Такий підхід дозволяє стимулювати розвиток обдарованих учнів, забезпечуючи їм можливість додаткових занять, де вони можуть працювати над поглибленими темами і складними завданнями. Вчителі мають використовувати збірки завдань з математичних олімпіад різних рівнів, а також методичну літературу, що відповідає рівню учнів [9, с. 49]. Крім того, важливо заохочувати учнів до самостійної роботи, що дозволяє їм шукати додаткові матеріали і розв'язувати задачі з реального світу.

Водночас, для учнів з середнім рівнем здібностей, які можуть використовувати математику в прикладних науках, необхідно приділяти увагу практичним аспектам навчання. Зокрема, для таких учнів доцільно фокусуватися на міжпредметних зв'язках, зокрема з фізикою, хімією чи інформатикою, де математика використовується як інструмент для розв'язання конкретних задач. Вони повинні опановувати методи, які допоможуть їм у подальшому застосовувати математичні знання для

вирішення реальних проблем, таких як побудова математичних моделей, аналіз даних або розв'язування прикладних задач [7, с. 115].

Контроль навчальних досягнень учнів у класах з поглибленим вивченням математики у рамках лекційно-практичної системи навчання є важливим аспектом організації процесу навчання. Поточне оцінювання проводиться під час кожного уроку, що дозволяє вчителям регулярно оцінювати рівень розуміння учнями матеріалу, визначати їхні досягнення та виявляти прогалини в знаннях. Однією з важливих форм поточного контролю є тестові завдання, які включають як класичні математичні задачі, так і практичні завдання, що вимагають застосування математичних теорій на практиці. Наприклад, для учнів старших класів, що вивчають геометрію, може бути запропоновано завдання на побудову перерізів тіл обертання або розв'язування складних рівнянь із застосуванням координатного методу [7, с. 115].

Завдання поточного оцінювання можуть включати виконання письмових робіт, індивідуальні та групові дослідження, які дозволяють учням працювати над розв'язанням проблем, застосовуючи не тільки теоретичні знання, а й математичні моделі, що можна використовувати для практичних цілей. Наприклад, учням можуть бути запропоновані завдання на побудову графіків функцій, аналіз перерізів геометричних тіл або розв'язування систем рівнянь з реальними умовами [9, с. 49]. Тематичне оцінювання навчальних досягнень учнів проводиться на основі опанування матеріалу кожної теми, з врахуванням попередніх досягнень, усних відповідей, практичних та самостійних робіт. Цей тип оцінювання дозволяє зробити процес навчання більш систематичним і узагальненим, а також забезпечує зворотний зв'язок між учнями та вчителем [6, с. 92].

Перед початком вивчення кожної нової теми учні мають бути чітко ознайомлені з тривалістю вивчення теми, кількістю необхідних робіт і термінами їх проведення, а також критеріями оцінювання. В класах з поглибленим вивченням математики, де учні мають намір продовжити

навчання у вищих навчальних закладах, доцільно впроваджувати систему рейтингового оцінювання. Така система підтримує формування ключових компетенцій і дає можливість:

- визначити рівень підготовленості учнів на кожному етапі навчального процесу;
- отримати об'єктивні показники засвоєння знань і сформованості умінь учнів протягом навчального року та за весь період навчання в старшій школі;
- оцінити різні види діяльності учнів, зокрема самостійні, підсумкові, пошукові та дослідницькі завдання, а також участь в предметних і міжпредметних олімпіадах;
- підвищити навчальну мотивацію, відповідальність учнів та об'єктивність оцінювання;
- забезпечити учнів навичками самоуправління у навчальному процесі, що є важливим аспектом для подальшого навчання у вищих навчальних закладах [12, с. 130].

Рейтингова система не потребує значних змін у навчальному процесі і добре поєднується з особистісно орієнтованим навчанням. Вона сприяє впровадженню нових організаційних форм, включаючи індивідуальні заняття з учнями, що дозволяє коригувати навчальний процес відповідно до індивідуальних досягнень і потреб кожного учня. Підсумкове оцінювання в рамках рейтингової системи дає можливість чітко простежити прогрес учня, визначити слабкі місця і здійснити корекцію навчального процесу на кожному етапі [6, с. 92].

Завдяки застосуванню цієї системи учні отримують можливість краще орієнтуватися в своїх навчальних досягненнях, що підвищує їхню мотивацію і дозволяє більш усвідомлено ставитись до навчального процесу. Такі підходи вимагають адаптації до індивідуальних потреб учнів, що забезпечує більш ефективне засвоєння математики і розвитку навичок для подальшого навчання у вищих навчальних закладах [9, с. 49].

Оцінювання навчальних досягнень учнів з математики охоплює кілька аспектів, серед яких важливими є теоретичні знання, методи діяльності, здатність застосовувати набуті навички на практиці, а також здатність до самостійного вирішення навчальних і практичних задач. Для класів з поглибленим вивченням математики, які орієнтовані на подальше навчання вищих навчальних закладів, оцінювання передбачає значно вищі вимоги щодо рівня знань і вмінь учнів порівняно з загальноосвітніми класами.

Теоретичні знання включають вивчення математичних понять, теорем, властивостей, методів і ідей математики, які є основою для подальшого навчання вищого рівня.

Методи діяльності сприяють розвитку вмінь учнів здійснювати математичні операції, зокрема, виконувати алгебраїчні перетворення, розв'язувати рівняння, будувати геометричні фігури або досліджувати функції, що вимагає не тільки теоретичних знань, але й практичних навичок. Застосування знань на практиці вимагає від учнів здатності самостійно вирішувати задачі, коли способи розв'язання потрібно визначити самому, що розвиває їх аналітичне мислення і здатність до творчої діяльності [16, с. 28].

Оцінювання здійснюється через поточний контроль, який включає індивідуальне і фронтальне опитування, тестування, роботу з графіками, схемами, а також письмові завдання, де оцінюється не тільки правильність, але й глибина знань, уміння систематизувати матеріал та застосовувати його в нових умовах. Такі оцінки допомагають коригувати навчальний процес і визначити рівень засвоєння учнями матеріалу [10, с. 404].

Тематичне оцінювання фокусується на вивченні окремих тем і дозволяє оцінити рівень знань учнів у процесі їхнього навчання, що забезпечує усунення безсистемності оцінок, підвищує об'єктивність і дозволяє зосередити увагу на найбільш важливих аспектах знань з математики. Підсумкова оцінка виставляється на основі виконаних завдань та рівня навчальної активності учнів [13, с. 3].

Для поглиблених класів оцінювання орієнтується на більш складні завдання, що стимулює розвиток самостійності, надаючи учням можливість працювати над проблемними і дослідницькими завданнями, а також брати участь у олімпіадах та інших інтелектуальних змаганнях [12, с. 130].

Критерії оцінювання навчальних досягнень учнів з математики, що враховують як теоретичні знання, так і практичні навички, наведено в табл. 2.1, де визначаються рівні розуміння, рівень засвоєння матеріалу та здатність учнів до самостійного вирішення задач.

Таблиця 2.1 – Критерії оцінювання навчальних досягнень учнів з математики

Рівень навчальних досягнень	Бали	Критерії оцінювання навчальних досягнень
I. Початковий	1	Учень (учениця) формулює означення математичних об'єктів, передбачених програмою, і розпізнає їх.
	2	Учень (учениця) формулює основні математичні твердження (теореми і властивості), виконує дії з числами і найпростішими алгебраїчними виразами.
	3	Учень (учениця) виконує за допомогою вчителя завдання алгоритмічного характеру.
II. Середній	4	Учень (учениця) виконує завдання обов'язкового рівня, самостійно виправляє вказані йому (їй) помилки.
	5	Учень (учениця) самостійно виконує завдання середнього рівня з частковими поясненнями, достатньою мірою володіє теоретичним матеріалом.
	6	Учень (учениця) доводить основні теореми, передбачені програмою, розв'язує завдання середнього рівня, наводячи достатні пояснення.
III. Достатній	7	Учень (учениця) використовує вивчений теоретичний матеріал для розв'язування завдань достатнього рівня, самостійно виправляє допущені помилки.
	8	Учень (учениця) повною мірою володіє навчальним матеріалом, визначеним програмою, розв'язує завдання, передбачені програмою, обґрунтовує математичні міркування при розв'язуванні завдань.
	9	Учень (учениця) вільно володіє визначеним програмою навчальним матеріалом; самостійно виконує завдання у знайомих ситуаціях із достатнім поясненням; виправляє допущені помилки; повністю аргументує обґрунтування математичних тверджень; розв'язує завдання з достатнім поясненням.
IV. Високий	10	Знання, вміння й навички учня (учениці) повністю відповідають вимогам програми, зокрема: учень (учениця) усвідомлює нові для нього (неї) математичні факти, ідеї, вміє

		доводити передбачені програмою математичні твердження з достатнім обґрунтуванням; під керівництвом учителя знаходить джерела інформації та самостійно використовує їх; розв'язує завдання з повним поясненням і обґрунтуванням.
	11	Учень (учениця) вільно і правильно висловлює відповідні математичні міркування, переконливо аргументує їх; самостійно знаходить джерела інформації та працює з ними; використовує набуті знання і вміння в незнайомих для нього (неї) ситуаціях; знає передбачені програмою основні методи розв'язування завдання і вміє їх застосовувати з необхідним обґрунтуванням.
	12	Учень (учениця) виявляє варіативність мислення і раціональність у виборі способу розв'язання математичної проблеми; вміє узагальнювати й систематизувати набуті знання; здатний(а) розв'язувати нестандартні задачі та вправи.

У підсумку, оцінювання навчальних досягнень учнів з математики є важливим інструментом для визначення рівня засвоєння матеріалу, розвитку пізнавальних та практичних навичок, а також для мотивації учнів до подальшого вивчення та самовдосконалення у галузі математики.

2.4 Розробка та експериментальне впровадження уроку з алгебри 7 класу в стилі лекційно-практичної системи навчання

У 7 класі підготовка до розробки уроку з алгебри в рамках лекційно-практичної системи навчання передбачає синхронне формування базових знань, умінь і ключових компетентностей учнів, що забезпечує їх успішний розвиток, інтеграцію в суспільне життя та адаптацію до подальшого навчання. У цьому контексті важливо акцентувати увагу на розвитку інтересів, світогляду та навичок самостійної роботи учнів, а також взаємодії в колективі.

Підготовка уроку з алгебри у 7 класі орієнтована на уточнення та поглиблення знань, отриманих у попередніх класах, зокрема на систематизацію і формування ключових компетентностей. Згідно з сучасними світовими тенденціями в навчанні математики та з дотриманням принципу наступності, уроки мають включати ймовірно-статистичні теми, що

розпочинаються на адаптаційному циклі з 5–6 класів. Зокрема, учням буде запропоновано нові методи вивчення ймовірностей, статистики та геометрії, що дозволить навчити їх правильно організовувати статистичні дослідження, представляти дані у зручному для аналізу вигляді та розраховувати статистичні показники (абсолютні, відносні і середні).

Важливою частиною курсу є розвиток абстрактного мислення учнів, зокрема здатності не тільки застосовувати відомі математичні теореми, а й доводити їх. Для цього в програмі передбачено вивчення логічних основ математики: визначення математичних понять, побудова аксіоматичних систем та застосування методів доведення теорем. Оскільки вікові особливості учнів ще не дозволяють опанувати абстрактні поняття в повному обсязі, уроки будуть починатися з прикладів із повсякденного життя та добре знайомих учням математичних матеріалів.

Зміст уроків з алгебри в 7 класі включатиме не тільки вивчення геометричних фігур на площині, а й просторових об'єктів, таких як прямокутний паралелепіпед, куб та правильні піраміди. Програма передбачає інтеграцію з іншими освітніми галузями, де учні зможуть виконувати індивідуальні та групові проєкти, застосовуючи отримані математичні знання для вирішення практичних завдань. Такі інтегровані модулі сприятимуть розвитку у школярів цілісного світогляду та зацікавленості у вивченні математики, зокрема через її зв'язок з реальним життям. Вивчення математики в цьому контексті дозволяє підвищити рівень математичної грамотності учнів, стимулюючи їх до подальшого саморозвитку та застосування отриманих знань у практичних ситуаціях.

Важливою складовою цієї програми є формування компетентнісного підходу до навчання, що полягає в розвитку у школярів умінь чітко формулювати думки, аргументувати свої рішення, ставити запитання, використовувати математичну термінологію, працювати з текстовими і числовими даними, а також створювати математичні моделі реальних об'єктів та явищ. Уроки алгебри мають сприяти розвитку логічного та критичного

мислення, ініціативності, вміння ухвалювати обґрунтовані рішення, працювати в групах і оцінювати аргументи інших.

При підготовці до розробки уроку з алгебри для 7 класу в рамках лекційно-практичної системи навчання важливо інтегрувати математичні методи з іншими освітніми галузями, такими як інформатика, природничі науки, технології, мистецтво, соціальні та громадянські дисципліни, а також історія. Уроки мають забезпечувати розвиток математичних компетентностей у поєднанні з іншими ключовими вміннями, що дасть змогу учням побачити практичне застосування математики в реальному житті. Програма курсу математики передбачає активне використання математичних методів для вирішення завдань із різних сфер, що сприятиме формуванню в учнів комплексного бачення та розуміння предмета.

Міждисциплінарні зв'язки між математикою та іншими галузями знань є важливим інструментом для досягнення прикладної спрямованості навчання. Це забезпечує можливість вивчати спільні поняття, такі як функції, рівняння, та застосовувати математичні методи, такі як формули, графіки, таблиці та рівняння, під час роботи з іншими навчальними дисциплінами. Використання таких зв'язків дозволяє створити сприятливі умови для формування у школярів наукового світогляду, що має бути враховано при плануванні інтегрованих уроків або навчальних модулів. Завдяки такому підходу, учні зможуть комплексно ознайомитися з різними об'єктами, явищами та процесами навколишнього світу, а також побачити взаємозв'язок між математикою та іншими предметами.

Підсумкові уроки з алгебри у 7 класі

Урок №1

Тема. Повторення і систематизація матеріалу. Перетворення виразів. Формули скороченого множення.

Мета: повторити види та способи перетворень виразів зі змінними, повторити формули скороченого множення та їх застосування, закріпити

теоретичний матеріал та узагальнити його; розвивати логічне мислення, кмітливість, пізнавальний інтерес, вміння аналізувати, порівнювати; виховувати працелюбність та сумлінне ставлення до виконання поставлених задач.

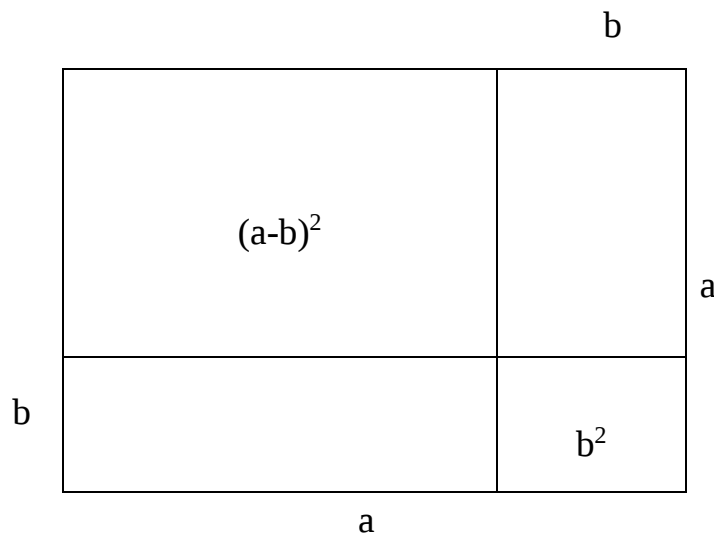
Тип уроку: повторення та систематизація знань, умінь та навичок.

Хід уроку

1. **Організаційний момент.**
2. **Перевірка домашнього завдання з послідовним збиранням зошитів.**

3. Історична довідка. (заздалегідь підготовлені короткі виступи учнів)

Перший учень. У другому столітті до нашої ери у древньому Вавилоні в математичних текстах виконаних клинописом зустрічаються вирази без використання букв. Перші загальні твердження про вирази зі змінними застосовували давньогрецькі математики. Стародавні греки алгебраїчні задачі розв'язували геометричними методами. Наприклад Евклід виражав формулу $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ у вигляді :



Сліди геометричної алгебри зустрічаються до цих пір у термінах «квадрат» числа , «куб» числа.

Другий учень. Починаючи з шостого сторіччя до нашої ери перетворення виразів, застосування формул скороченого множення стають досягненнями

вчених Китаю, Індії. Стародавні китайці використовували формули скороченого множення в словесному формулюванні і застосовували їх для розв'язання рівнянь.

4. Повторення та систематизація знань.

Повторення теоретичного матеріалу доцільно зробити наочним зі застосуванням схем і прикладів.

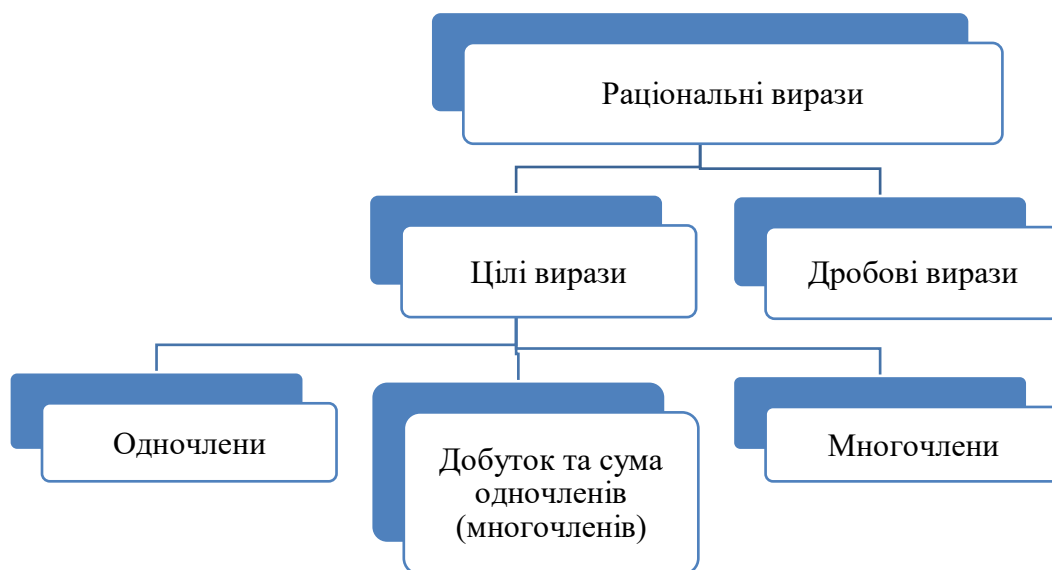


Схема 1. Раціональні вирази

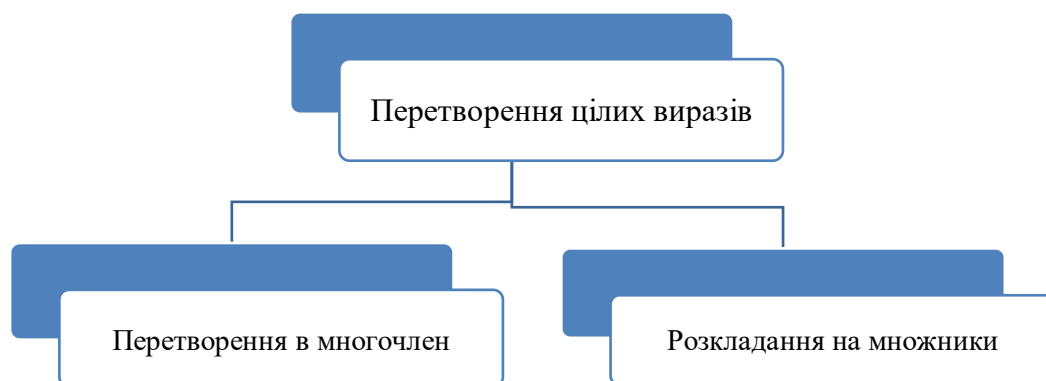


Схема 2. Перетворення виразів

Повторення теоретичного матеріалу за допомогою схем супроводжується завданнями:

1. Серед приведених виразів визначити які є цілими, а які є дробовими:

$$x^2 - 5y, \quad \frac{x-8}{4}, \quad \frac{4x+9}{x}, \quad 6x^3, \quad 1+\frac{x}{2}, \quad -7x-y^2+xy, \quad 112, \quad -5y+9x.$$

2. Серед приведених виразів визначити які одночленами, многочленами чи добутком, сумою одночленів (многочленів)

$$2x^2 - 35, \quad 12xy, \quad (5x+6y)(9x-4y), \quad 3x^4 - 5x + 7, \quad -6xy^3 \times (-4x), \quad 0,6x^6y, \quad \frac{3}{7}xy^5.$$

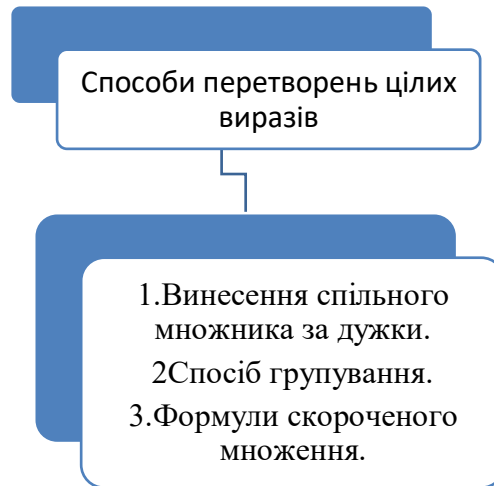


Схема 3. Способи перетворення

Розкласти на множники, застосовуючи способи перетворень цілих виразів:

$$16x-x^3, \quad 81x^2-0,25, \quad x^2-4xy+4y^2-4y^4, \quad a^2+8a+16, \quad ax-ay+3x-3y, \quad 120-30a^2, \quad y^4-\frac{25}{49}y^2.$$

Степінь з натуральним показником.

$$a^n = a \times a \times \dots \times a, \quad a^n - \text{степінь, } a - \text{основа, } n - \text{показник.}$$

Властивості степеня:

$$a^m \times a^n = a^{m+n},$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n},$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n},$$

$$(ab)^n = a^n \times b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, \quad b \neq 0.$$

5. Повторення і систематизація способів дій.

Виконання письмових дій.

1) Спростити вираз: $\square^2 \times xy$; $-5a \times \square^2 a$; $0,4ab \times \square^3$; $4a(a^2+7a+3)$; $(5a^2-8b)(8b+2a^2b)$; $(a+3)(a^2+3a+9) - 27$; $(2\square^2)^3 \times 5x^6$.

2) Розкласти на множники: $49\square^2 - 1$; $64+y^6$; $\frac{1}{27} - \varphi^3 a^9$; $-4\square^2 + 2x + 4$; $5\square^2 + 40x + 80$; $6a^2 - 24ab + 24b^2$.

3) Довести, що значення виразу :

а) $9^7 - 3^{12}$ ділиться націло на 8;

б) $(x+1)^2 - (x-1)(x+3)$ не залежить від значення x .

6. Письмові контрольні запитання з взаємоперевіркою.

1) Які вирази є цілими?

2) Які є способи перетворень цілих виразів?

3) Розкласти на множники:

а) $xy^3 - 9x^3y$

б) $-25x+10x^2-x^3$

в) a^6-64a^3

г) $\square^2 + 2xy + y^2 - 16$.

7. Домашнє завдання.

1) Повторити правила виконання дій з одночленами та многочленами.

2) Повторити §18 - 20 за підручником.

3) Розв'язати № 715, 775 за підручником.

8. Підсумок уроку. Оцінювання.

Урок №2

Тема. Повторення та систематизація знань, умінь та навичок з розділу «Рівняння».

Мета: повторити й систематизувати знання та вміння учнів про рівняння та способи їх розв'язування; повторити та систематизувати властивості рівнянь та способи дій щодо їх розв'язання, Розвивати логічне

мислення, вміння аналізувати, виявляти аналогії та встановлювати закономірності; виховувати акуратність, відповідальність та працелюбність.

Тип уроку: повторення та систематизація знань, умінь та навичок.

Хід уроку.

1. Перевірка домашнього завдання.

Розбираємо та обговорюємо розв’язання № 775; повторюємо формули скороченого множення з послідовним збиранням зошитів.

2. Організаційний момент. Ще в данину в математичних творах зустрічалися рівняння та задачі, які розв’язуються за допомогою рівнянь. В єгипетському папірусі 2000 років до нашої ери писцем Ахмесом приводилася задача на знаходження невідомого числа. Це число називалось «хау» (куча) і позначалось особливим ієрогліфом.

Зустрічаються рівняння у роботах Діофанта. Але загальне правило щодо розв’язання рівнянь першого степеня з одним невідомим дав у дев’ятому столітті Мухаммед аль – Хорезмі у творі «Аль-джебр і аль-мукабала» . Цей чудовий твір вважають початком виділення алгебри в самостійну, окрему галузь математики.

3. Повторення та систематизація знань теоретичного матеріалу.

Повторення та систематизацію знань розпочинаємо з бліц - опитування

- 1) Що називають рівнянням?
- 2) Що називають коренем рівняння?
- 3) Що означає розв’язати рівняння?
- 4) Яке рівняння називається лінійним?
- 5) Які основні властивості рівнянь ти знаєш?
- 6) Скільки змінних може бути у рівнянні?
- 7) Яке рівняння називається лінійним з двома змінними?
- 8) Скільки розв’язків може мати лінійне рівняння з двома змінними?

Оскільки не на всі питання були отримані відповіді, то повторення цього важливого розділу варто провести опираючись на схему.

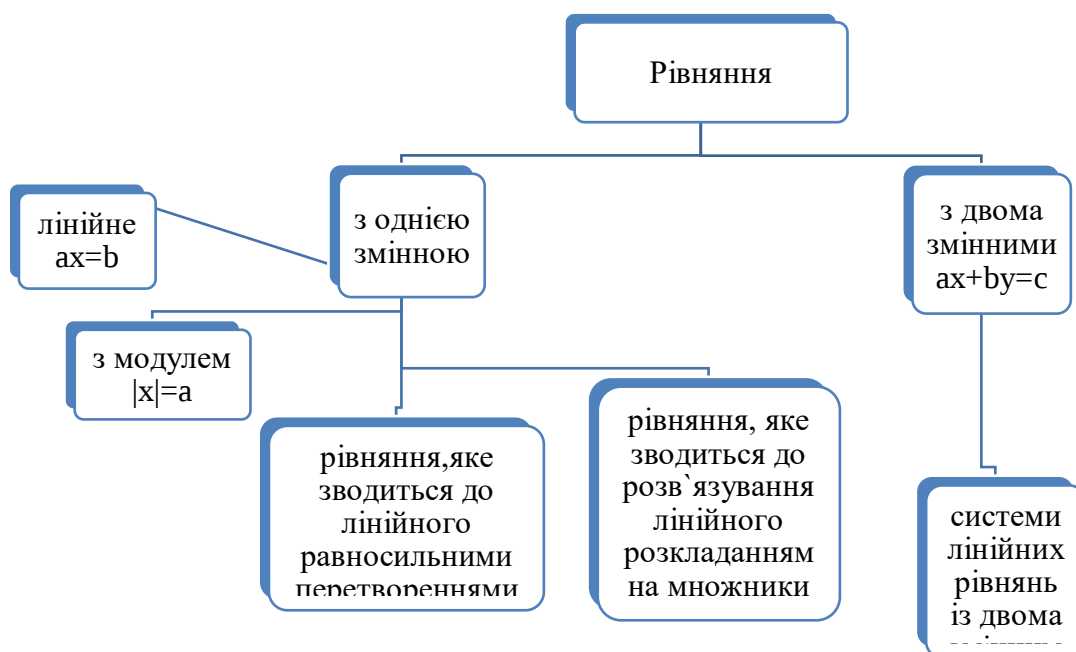


Схема 4. Рівняння

Пам'ятаємо, що завжди правильні основні властивості рівнянь:

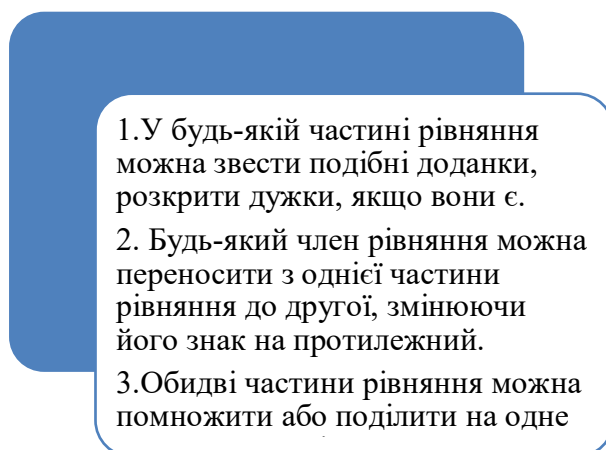


Схема 5. Властивості рівнянь.

4. Повторення та систематизація вмінь та навичок розв'язувати рівняння користуючись опорними схемами.

Розв'язати рівняння:

1) $4x-5=2x+2$; $5(6x-3) - (4x+9) = -2$; $0,2(7-4x)+0,2(1-6x) = -5x$;

2) $\frac{x+6}{4} = \frac{8x-2}{3}$; $\frac{1}{3} + \frac{0,8x-2}{5} = \frac{3x}{6}$; $\frac{1-5x}{24} = 9x$;

3) $\square^2 - 2x + 1 = 0$; $(x-6)(x+6) = \square^2 - 7x + 5$;

4) $|x| = 4$; $|x| = -5$; $|6x+3| = 9$.

5. Повторення та систематизація вмінь та навичок розв'язувати рівняння з двома змінними та систем рівнянь з двома змінними.

Враховуючи обмаль часу для повторення, вище вказаних, умінь та навичок варто учнів об'єднати в 4 групи і кожній групі надати завдання для опрацювання з послідовним обговоренням і коментуванням.

1 група. Знайти чотири розв'язки лінійного рівняння з двома змінними $3x - 7y = 5$. Скласти рівняння, розв'язком якого є пара чисел ($x = -5$, $y = 2$)

2 група. Розв'язати систему рівнянь способом підстановки:

$$\begin{cases} x+3y = -1 \\ 3x-7y=4. \end{cases}$$

3 група. Розв'язати систему рівнянь способом додавання:

$$\begin{cases} 12x-5y = -8 \\ 9x+4y = 7. \end{cases}$$

4 група. Розв'язати систему рівнянь графічно:

$$\begin{cases} x-y=3 \\ x+y=3. \end{cases}$$

6. Повторення та систематизація вмінь та навичок розв'язувати задачі.

Згадаємо в якому порядку розв'язуються задачі.

1. Найчастіше позначаємо буквою невідоме число (буквами невідомі числа), яке (які) треба знайти питанням задачі.

2. За допомогою цієї букви (букв) і даних в задачі чисел виражаємо другі невідомі числа, про які говориться в задачі.

3. Складаємо рівняння або систему рівнянь.

4. Розв'язуємо отримане рівняння або систему рівнянь.

5. Отримані відповіді аналізуємо та отримуємо відповідь до задачі.

7. Домашня самостійна робота.

I варіант	II варіант
1. Розв'язати рівняння. $\frac{x+5}{7} = \frac{4x-3}{3}.$	1. Розв'язати рівняння $\frac{6x-7}{5} = \frac{x-4}{6}.$
2. Розв'язати задачу складанням системи рівнянь. Дріт завдовжки 50м розрізали на дві частини так, що одна з них виявилась на 1м коротшою від половини другої. Знайти довжину кожної частини.	2. Розв'язати задачу складанням системи рівнянь. Поле площею 100га розділили на дві частини так, що площа однієї стала на 5 га меншою від половини площі другої. Знайти площу кожної частини.

8. Домашнє завдання. Повторити властивості рівнянь, §2, 3, 24 – 29.
Розв'язати домашню самостійну роботу.

9. Підсумок уроку. Оцінювання.

Урок №3

Тема. Функції і графіки.

Мета: повторити та систематизувати знання учнів про поняття функції, про лінійну функцію, її властивості, графік; розвивати логічне та абстрактне мислення, пізнавальну активність учнів; формувати вміння аналізувати та робити висновки; прищеплювати інтерес до вивчення математики; виховувати впевненість у своїх силах, відповідальність, працьовитість.

Тип уроку: повторення та систематизація знань, умінь та навичок.

Хід уроку

1. Перевірка домашнього завдання. Перевірка та аналіз домашньої самостійної роботи. Перевірка властивостей рівнянь.

2. Організаційний момент.

Вступне слово вчителя: майже кожного дня ми чуємо чи читаємо слово: «функція». Тримавши в руках телефон, читаючи інструкцію до використання побутових приладів ми зустрічаємо це слово. В медицині, ми також, зустрічаємо терміни та слова, які перекликаються з математикою. Лікар тримаючи в руках кардіограму серця людини вміє прочитати «графік» його роботи. Коли ж виникло поняття функції? З відповіддю на це питання нас ознайомить учень, який підготував реферат за темою: «Історія виникнення поняття – функція».

Поняття функції йде своїм корінням у той далеку епоху, коли вперше люди зрозуміли, що явища які їх оточують взаємопов'язані.

Коли з'явилися перші цивілізації, утворилися великі (по тодішнім масштабам), армії, почалося будівництво гігантських пірамід, то знадобилися переписувачі, які враховували податки, визначали кількість цеглин, потрібне для спорудження палаців, підраховували, скільки продовольства треба заготовити для далеких походів. Від одного покоління переписувачів до іншого переходили правила розв'язування завдань, щоб розв'язати задачі, треба було знати, як залежать об'єми геометричних постатей від своїх розмірів, вміти враховувати нахил насипу.

Деякі єгипетські рукописи показують, що на той час вміли навіть обчислити об'єм піраміди. Високого рівня досягла математика у Давньому Вавилоні. Щоб полегшити обчислення, вавилоняни склали таблиці зворотних значень чисел, таблиці квадратів і кубів чисел і навіть таблиці для суми квадратів чисел їх кубів. Говорячи мовою, це табличне задання функцій $y = \frac{1}{x}$; $y = x^2$; $y = x^3$; $y = x^2 + x^3$.

Користуючись такими таблицями, вавилоняни могли розв'язувати зворотні завдання - по заданому об'єму куба знаходити довжину його ребра, тобто добувати кубічні корені. Вони вміли навіть розв'язувати рівняння виду $x^2 + x^3 = a$.

Були у вавилонян і таблиці функцій двох змінних, наприклад таблиці додавання і множення. Зрозуміло, шлях від появи таблиць аж до створення

загального поняття функціональної залежності був дуже довгий, але перші кроки щодо цього шляху вже було зроблено. У Стародавній Греції наука прийняла інший характер, ніж у Єгипті та у Вавилоні. З'явилися професійні вчені, які займалися суворими логічними висновками про залежність одних величин від інших. Чимало з того чим займалися давньогрецькі математики, також могло привести до виникнення поняття функції.

Давні греки знайшли багато різних кривих, невідомих переписувачам Єгипту й Вавилону, вивчали залежності між відрізками діаметрів і хорд у колі, еліпсі та інших лініях. І все-таки давньогрецькі математики не створили загального поняття функції. Дослідження загальних залежностей почалося 14 столітті.

Щоб створити математичний апарат з вивчення графіків функцій, знадобилося поняття змінної величини. Це впровадив у науку французький філософ і математик Рене Декарт (1596-1650). Саме Декарт дійшов до думки про єдність алгебри і геометрії і зруйнував прірву, що лежала з часів давньогрецької математики, між ними.

Необхідні передумови до виникнення поняття функції були створені в 30-х роках 17 сторіччя, коли виникла аналітична геометрія, що характеризується, на відміну від класичних методів геометрії Древньої Греції, активним залученням алгебри до розв'язування геометричних задач. Практично одночасно (і незалежно один від одного) французькі математики П. Ферма і Р. Декарт помітили, що введення системи координат на площині і задання фігур рівняннями дозволяють звести багато задач геометрії до дослідження рівнянь геометричних фігур.

На честь Декарта, що дав розгорнутий виклад нового методу в книгах «Геометрія» і «Міркування про метод», прямокутна система координат пізніше була названа декартовою. Істотно помітно, що одночасно формувалася і алгебра, створювалося «буквене числення», те саме, за допомогою якого зараз перетворюються алгебраїчні вирази, розв'язуються рівняння, текстові задачі і т. п.

Великий англійський учений, математик і фізик І. Ньютон, досліджуючи залежності координат точки, що рухається, від часу, фактично вже займався дослідженням функцій. Хоча не він увів це поняття, Ньютон ясно усвідомлював його значення. Так, у 1676 р. він відзначав: «Я не міг би, звичайно, одержати цих результатів, перш ніж не відвернувся від розгляду фігур і не звів усе просто до дослідження ординат» (тобто фактично функцій від часу).

Сам термін «функція» уперше зустрічається в рукописі великого німецького математика і філософа Г. Лейбніца - спочатку в рукописі (1673 р.), а потім і в друкованому вигляді (1692 р.). Латинське слово *function* переводиться як «здійснення», «виконання» (дієслово *fungor* переводиться також словом «виражати»). Лейбніц увів це поняття для назви різних параметрів, зв'язаних з положенням точки на площині у ході переписування Лейбніц і його учень — швейцарський математик І. Бернуллі (1667—1748).

3. Повторення та систематизація знань теоретичного матеріалу. Способи задання функцій.

1. Табличний спосіб.
2. Графічний спосіб.
3. Формула.
4. Словесний спосіб.

Далі варто повторити теоретичний матеріал опираючись на схему:

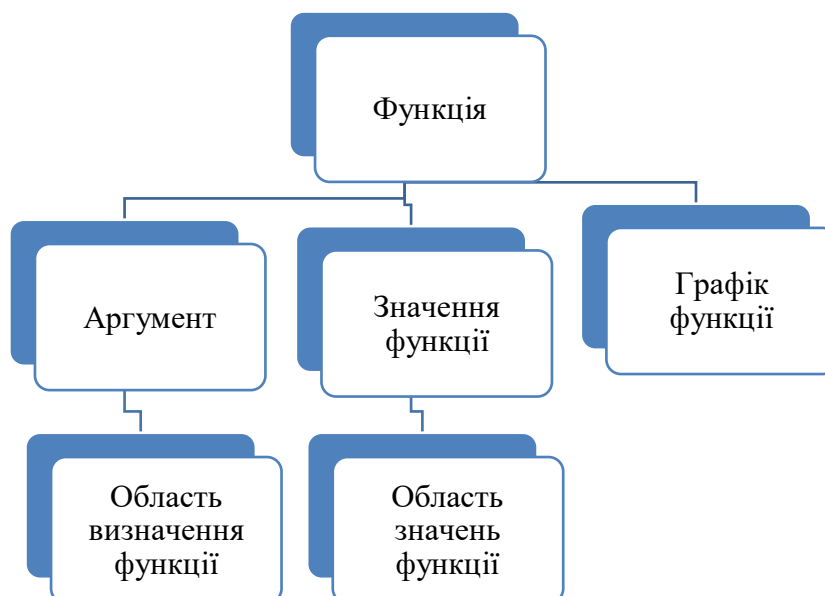


Схема 6. Функція

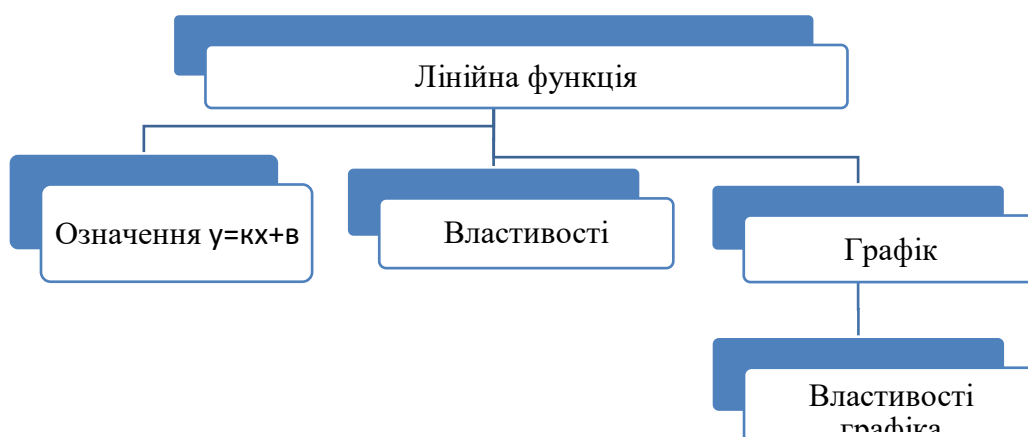


Схема 7. Лінійна функція

4. Повторення та систематизація умінь та навичок розв'язування вправ.

Клас об'єднується у три групи, яким пропонується розв'язати завдання:

I група. Побудувати графіки функцій:

$$y = 2x + 5; \quad y = 3x - 3; \quad y = x - 7; \quad y = 0,5x + 2.$$

II група. Побудувати графіки функцій

$$y = -2x + 5; \quad y = -3x - 3; \quad y = -x - 7; \quad y = -0,5x + 2.$$

III група. Побудувати графіки функцій

$$y = -2x + 4; \quad y = 2x + 4; y = 4; y = -6x + 4.$$

I група. Побудувати графіки функцій

$$y = 2x + 4; y = 2x - 5; y = 2x; y = 2x + 7.$$

II група. Побудувати графіки функцій

$$y = 7; y = 3; y = 0; y = -4.$$

III група. Побудувати графіки функцій

$$x = -3; x = 0; x = 2; x = 5.$$

5. Перегляд презентації з розв'язуванням вправ включених до неї.

6. Домашнє завдання .

1. Побудувати графіки функцій $y = -4x + 1$, $y = 4x + 1$, $y = -4x$, $y = 4x$
2. Визначити властивості приведених функцій.
3. З'ясувати які з них є прямими пропорційностями.
4. Графіки яких функцій є паралельними.

7. Підсумок уроку. Оцінювання учнів.

Підготовка та експериментальне впровадження уроку з алгебри 7 класу в стилі лекційно-практичної системи навчання забезпечують ефективний підхід до навчання, що поєднує теоретичні та практичні аспекти. Такий підхід дозволяє учням глибше засвоювати матеріал, активно застосовувати отримані знання на практиці, а також сприяє розвитку їхніх аналітичних і творчих здібностей. Важливо, що в процесі навчання зберігається інтеграція з іншими освітніми дисциплінами, що дозволяє створити більш цілісну картину світу для учнів.

Уроки, побудовані на основі лекційно-практичної системи навчання, сприяють не лише засвоєнню основних математичних понять, але й розвитку навичок самостійної роботи та взаємодії в колективі, що допомагає учням адаптуватися до подальшого навчання та інтегруватися в суспільне життя. Розробка таких уроків вимагає уважного підходу до планування, а також

врахування індивідуальних потреб і рівня знань учнів, що дозволяє забезпечити максимально ефективний процес навчання.

Висновки другого розділу

У другому розділі представлено методику впровадження лекційно-практичної системи навчання в класах із поглибленим вивченням математики, визначено її основні принципи, форми й методи організації навчального процесу. Розглянуто особливості використання лекцій як засобу систематичного подання теоретичного матеріалу та роль практичних занять у формуванні навичок розв'язування задач, математичного моделювання та самостійної навчальної діяльності. Показано, що поєднання лекційного й практичного компонентів забезпечує оптимальне співвідношення між засвоєнням теорії та її застосуванням у різних навчальних ситуаціях.

Експериментальна розробка уроку алгебри засвідчила ефективність використання лекційно-практичної системи для підвищення навчальної мотивації, рівня засвоєння матеріалу та сформованості предметних компетентностей. Узагальнення результатів підтвердило, що впровадження даної системи сприяє підвищенню якості математичної освіти, розвитку самостійності, гнучкості мислення та готовності учнів до подальшої наукової та професійної діяльності.

ВИСНОВКИ

У процесі дослідження було здійснено глибоке вивчення теоретичних основ лекційно-практичної системи навчання в контексті поглибленого вивчення математики, що дозволило виявити важливі аспекти, які сприяють ефективному засвоєнню матеріалу учнями.

1. Лекційно-практична система навчання дозволяє не лише передавати учням теоретичні знання, а й активно залучати їх до практичного застосування отриманих знань у реальних ситуаціях. У поєднанні теоретичної частини та практичної роботи учні отримують можливість не тільки зрозуміти математичні концепції, але й розвинути вміння застосовувати їх для розв'язання складних завдань. Такий підхід сприяє не лише глибшому розумінню математики, але й розвитку критичного мислення, аналітичних здібностей і творчого підходу до вирішення задач. Вивчення теоретичних основ підтвердило, що така система навчання є надзвичайно ефективною для поглибленого вивчення математичних дисциплін, забезпечуючи інтеграцію різних знань і вмінь, що в результаті сприяє формуванню всебічно розвинених особистостей.

2. Дослідження психологічних та педагогічних аспектів впровадження цієї системи в навчальний процес показало, що лекційно-практична система значно впливає на розвиток самостійності учнів, їх здатності до самостійної роботи, організації навчального процесу та співпраці з однокласниками. Впровадження цього підходу вимагає від педагогів індивідуального підходу до кожного учня, врахування його навчальних потреб та психологічних особливостей, що, у свою чергу, допомагає забезпечити успішну адаптацію учнів до навчального процесу та дає можливість кожному з них проявити свої індивідуальні здібності. Важливим є те, що цей підхід формує в учнів високий рівень мотивації, адже вони розуміють практичну значимість здобутих знань. Впровадження лекцій з активним залученням учнів до обговорень і практичних завдань створює сприятливу атмосферу для

розв'язання математичних проблем та розвитку творчих здібностей учнів. Водночас, для успішного використання лекційно-практичної системи навчання необхідно забезпечити належну організацію уроків, що дозволить максимально використовувати її потенціал у контексті поглибленого вивчення математики.

3. Аналіз методичних рекомендацій щодо організації практичних занять і оцінювання навчальних досягнень учнів дозволила створити більш ефективну систему, орієнтовану на активну участь учнів у процесі навчання. Одним з основних аспектів є те, що практичні заняття повинні не тільки закріплювати теоретичні знання, але й давати учням можливість застосовувати ці знання у реальних задачах. Для цього проаналізовані методичні рекомендації передбачають використання інтерактивних методів навчання, які залучають учнів до розв'язання проблем та задач. Оцінка навчальних досягнень, зокрема через систему поточного та тематичного контролю, має базуватися на комплексному підході, що дозволяє оцінити як теоретичні знання, так і практичні вміння учнів, що сприяє більш об'єктивному та всебічному оцінюванню їхнього рівня підготовленості та розвитку математичних компетентностей. Методичні рекомендації щодо оцінювання навчальних досягнень допомагають забезпечити зворотній зв'язок між учнями та викладачем, що в свою чергу сприяє подальшому удосконаленню навчального процесу та розвитку ключових компетентностей.

4. Розробка уроків з алгебри для 7 класу за лекційно-практичною системою навчання дозволила створити нові методики, що поєднують теоретичні знання з практичними завданнями, що дає можливість учням не тільки зрозуміти матеріал, а й активно застосовувати його для вирішення практичних задач. Розроблені уроки включають інтерактивні елементи, групову роботу та інші методи активного навчання, що стимулюють учнів до самостійного вирішення математичних задач, розвитку аналітичних здібностей і творчого мислення. Такі уроки допомагають учням не тільки вдосконалити свої знання в галузі алгебри, а й розвивати вміння працювати в

колективі, аналізувати та аргументувати свої дії. Експериментальне впровадження розроблених уроків підтвердило ефективність даної системи, оскільки вона дозволяє учням активно залучатися до навчального процесу, дає можливість закріпити теоретичні знання через практичні завдання і розвиває у них важливі навички для подальшого навчання.

Загалом, проведене дослідження підтвердило, що впровадження лекційно-практичної системи навчання в процес вивчення алгебри 7 класу є ефективним інструментом для розвитку математичних компетентностей учнів, сприяє формуванню їхнього критичного мислення, самостійності та здатності застосовувати знання в реальних життєвих ситуаціях, що забезпечує високий рівень успішності в навчальному процесі.

Декларація використання ГШІ (GAIDeT)

Розкриття факту делегування завдань генеративному ШІ

Автори заявляють про використання генеративного ШІ у процесі дослідження та підготовки рукопису. Відповідно до таксономії GAIDeT (2025), наведені нижче завдання були делеговані інструментам генеративного ШІ за повного людського нагляду:

- Оцінювання здійсненності та ризиків
- Написання огляду літератури
- Створення алгоритмів для аналізу даних
- Валідація
- Переклад
- Реформатування
- Рекомендації

Використаний інструмент генеративного ШІ: ChatGPT, Gemini.

Повну відповідальність за фінальний рукопис несуть автори.

Інструменти генеративного ШІ не зазначаються як автори та не несуть відповідальності за кінцеві результати.

Декларацію подав(ла): Парфенюк Ганна Олексіївна

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Ачкан В. В. Використання прикладних задач у процесі вивчення похідної у курсі алгебри та початків аналізу в класах різних профілів // Наукові записки Бердянського державного педагогічного університету. Педагогічні науки: зб. наук. пр. 2014. Вип. 1. С. 12–23.
2. Бевз В. Г. Історія математики у фаховій підготовці майбутніх учителів: монографія. Київ: НПУ ім. Драгоманова, 2005. 360 с.
3. Бевз В. Г. Практикум з історії математики: навч. посіб. Київ: НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2004. 312 с.
4. Бевз Г. П. Методика розв'язування стереометричних задач. Київ: Рад. школа, 1988. 192 с.
5. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика: Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту: підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти. Київ: Видавничий дім «Освіта», 2018. 288 с.
6. Бевз Г. П., Бевз В. Г. Математика: Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту: підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти. Київ: Видавничий дім «Освіта», 2019. 272 с.
7. Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владімірова Н. Г. Алгебра і початки аналізу. Профільний рівень: підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти. Київ: Видавничий дім «Освіта», 2018. 336 с.
8. Бугай А. С. Короткий тлумачний математичний словник. Київ: Рад. школа, 1964. 428 с.
9. Бурда М. І., Колесник Т. В., Мальований Ю. І., Тарасенкова Н. А. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10 класу закл. загал. серед. освіти. Київ: УОВЦ «Оріон», 2018. 288 с.
10. Голодюк Л. С. Організація навчально-пізнавальної діяльності учнів основної школи у навчанні математики в урочний та позаурочний час: теоретичний аспект: монографія. Кропивницький: ФО-П Александрова М. В., 2017. 404 с.

11. Істер О. С. Математика: (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10-го кл. закл. загал. серед. освіти. Київ: Генеза, 2018. 384 с.
12. Кравчук О. П. Базовий суспільно-педагогічний інструментарій реалізації профільного навчання за певним змістовим спрямуванням // Гуманітарний вісник Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка. 2018. № 3. С. 130–138.
13. Кузьмінський А., Тарасенкова Н., Акуленко І. Інновації в методології методичної підготовки майбутнього вчителя математики профільної школи // Educational Dimension. 2014. Т. 40. С. 3–9.
14. Лекція № 7. Тема: Поняття функціональної залежності. Способи задання та властивості функцій [Електронний ресурс]. URL: <https://aekmatem.pl.ua/wpcontent/uploads/2015/06/L7.pdf> (дата звернення: 13.11.2025).
15. Мальований Ю. Концептуальні підходи до формування зовнішньої структури змісту профільного навчання // Український педагогічний журнал. 2015. № 1. С. 77–84.
16. Матяш О. І., Савченко М. В. Актуальні проблеми навчання стереометрії в умовах профільного навчання. 2013. с. 28.
17. Мерзляк А. Г. та ін. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти. Харків: Гімназія, 2019. 208 с.
18. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти. Харків : Гімназія, 2018. 256 с.
19. Моріна Н. Конспект уроку на тему «Найбільше і найменше значення функції на відрізку» [Електронний ресурс]. URL : <https://academia.in.ua/конспекти/конспект-урокуна-тему-найбільше-і-найменше-значення-функції-на-відрізку> (дата звернення: 21.10.2025).

20. Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту [Електронний ресурс]. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalniprogrami/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv> (дата звернення: 09.09.2025).

21. Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень [Електронний ресурс]. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalniprogrami/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv> (дата звернення: 09.09.2025).

22. Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (для класів з поглибленим вивченням математики) [Електронний ресурс]. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednyaosvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv> (дата звернення: 09.09.2025).

23. Нелін Є. П. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти. Харків : Ранок, 2018. 328 с.

24. Нелін Є. П., Долгова О. Є. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти. Харків : Ранок, 2019. 204 с.

25. Нелін Є. П., Долгова О. Є. Особливості навчання учнів розв’язуванню рівнянь і нерівностей у старшій профільній школі // Матеріали міжнародної науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти». 2019. С. 70.

26. Оновлення програм для базової середньої освіти [Електронний ресурс]. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-5-9-klas/kolegiya-mon-26-travnnya.pdf> (дата звернення: 10.09.2025).

27. Онопрієнко О. Проекти на уроках математики // Учитель початкової школи. 2017. № 2. С. 7–9.
28. Плясенко Є. О. Форми навчання математики учнів 10–11 класів гуманітарних профілів // Студентська звітна конференція: матеріали наукових молодих науковців. Суми: Вид-во фізико-математичного факультету СумДПУ ім. А. С. Макаренка, 2020. Вип. 14. Т. 1. С. 49.
29. Плясенко Є. О., Шищенко І. В. Проблема підготовки майбутніх учителів фізико-математичних дисциплін до навчання математики учнів класів гуманітарних профілів // Організаційно-методологічне забезпечення підготовки фахівців: тенденції, проблеми та шляхи їх вирішення: матеріали Всеукр. наук.-метод. інтернет-конф. (Харків, 18 листопада 2020 р.). Харків, 2020.
30. Про освіту: Закон України від 05.09.2017 № 2145-19 // Відомості Верховної Ради України. 2017. № 38–39. с. 380.
31. Продуктивне навчання математики: з досвіду роботи педагогів Кіровоградщини: метод. посіб.; упоряд. Л. Ткаченко. Кропивницький: Кіровоградський інститут післядипломної педагогічної освіти ім. В. Сухомлинського, 2021. 84 с.
32. Пруднікова Л. О. Застосування похідної до дослідження функцій та побудови графіків [Електронний ресурс]. URL: http://osvita.ua/school/lessons_summary/math/39839/ (дата звернення: 05.10.2025).
33. Розуменко А. О., Плясенко Є. О. До питання про використання наочності при вивченні стереометрії // Інтеграція освіти, науки та бізнесу в сучасному середовищі: матеріали II Міжнар. наук.-практ. інтернет-конф. (Дніпро, 17–18 серпня 2020 р.). Дніпро, 2020. 403 с.
34. Романюк Р. К. Теоретичні і методичні засади професійної підготовки вчителів біології до профільного навчання учнів: дис. ... канд. пед. наук. Житомирський держ. ун-т ім. І. Франка, 2021.

35. Субін Ю. П. Реалізація компетентнісного підходу на уроках математики [Електронний ресурс]. URL: <https://vseosvita.ua/library/realizacia-kompetentnisnogopidhodu-na-urokah-matematiki-materiali-auditornoi-praktiki-7385> (дата звернення: 13.09.2025).
36. Хмельницька Л. К. Похідна [Електронний ресурс]. URL: http://osvita.ua/school/lessons_summary/math/25459/ (дата звернення: 03.10.2025).
37. Чкана Я. О., Шищенко І. В. Реалії математичної підготовки учнів-гуманітаріїв у сучасній українській старшій школі // Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology. 2019. Вип. VII (77). С. 14–17.
38. Швець В. О. Математичне моделювання як змістова лінія шкільного курсу математики учнів // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. зб. наук. праць. Донецьк : Фірма ТЕАН, 2019. Вип. 32. С. 16–23.
39. Шищенко І. В. Методи та форми організації навчання математики, спрямовані на активізацію пізнавальної діяльності учнів класів гуманітарних профілів // Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова. Серія 3: Фізика і математика у вищій і середній школі. 2014. № 14. С. 118–126.
40. Askhamov A. A., Konyshcheva A. V., Gapsalamov A. R. Use of E-resources of the learning environment in teaching mathematics to future engineers // Journal of Environmental and Science Education. 2016. Т. 11. № 5. Р. 673–684.
41. Fan L., Miao Z., Moka C. I. How Chinese teachers teach mathematics and pursue professional development: perspectives from contemporary international research // In: How Chinese teach mathematics: Perspectives from insiders. 2015. Р. 43–70.
42. Holodiuk L. S. The interpretation of definition «a comprehensive organization of educational and cognitive activities» in the context of the «educational-creative activity» concept by the distribution of systematic activities // Scientific Vector of the Balkans. 2018. № 1. РР. 36–40.

43. Liashenko O., Toruzov O. Науковий супровід модернізації змісту базової середньої освіти: проблеми і виклики // Ukrainian Educational Journal. 2021. № 4. С. 29–36.

44. Maher C. A. et al. An international perspective on knowledge in teaching mathematics // The Journal of Mathematical Behavior. 2018. Т. 51. Р. 71–79.