

БЕРДЯНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет фізико-математичної, комп'ютерної та технологічної освіти
Кафедра фізики, математики та методики навчання

«Допущено до захисту»
Завідувач кафедрою
д.п.н., проф. Олександр ШКОЛА
«05» грудня 2025 р.

**ФІЗИЧНИЙ КОНТЕКСТ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ ЯК ЗАСІБ
ФОРМУВАННЯ МІЖПРЕДМЕТНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ**

Кваліфікаційна робота магістра

Виконавець: здобувач другого рівня вищої освіти,
групи м2ма-з

Галузь знань: 01 Освіта

Спеціальність: 014 Середня освіта (математика)

Освітньо-професійна програма: Середня освіта
(математика)

ПІБ: Олександр ШКОЛА

Керівник: к.п.н., ст. викладач Василь МАЦЮК

Рецензент: к.п.н., ст. викладач Світлана ПАНОВА

ЗАВДАННЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ

Школа Олександр Васильович

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи: «Фізичний контекст математичних задач як засіб формування міжпредметних компетентностей учнів»

Керівник роботи: Мацюк В.В., канд. пед. наук, ст. викладач
затверджені наказом по університету від «02» грудня 2025 року № 718с.

2. Строк подання студентом роботи: 01.12.2025 р.

3. Вихідні дані до роботи: систематизація наукових уявлень стосовно дидактичного потенціалу, функцій і шляхів ефективної реалізації міжпредметних зв'язків шкільних курсів математики і фізики; розробка методики використання математичних задач з фізичним контекстом різного типу і рівня складності для формування та діагностики рівня сформованості міжпредметних компетентностей учнів.

4. Зміст пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити):

- на основі опрацювання психолого-педагогічної та науково-методичної літератури з'ясувати ступінь розробки проблеми дослідження у сучасній шкільній природничій освіті, уточнити сутність ключових понять кваліфікаційної роботи (інтеграція, інтегративний підхід в освіті; сутність, функції та класифікація міжпредметних зв'язків; критерії та показники рівнів сформованості міжпредметних компетентностей учнів, математична задача з фізичним контекстом) та визначити їх роль у реалізації компетентнісного підходу в сучасній освіті;

- проаналізувати психолого-педагогічні аспекти реалізації міжпредметних зв'язків між математикою та фізикою (психологічні механізми засвоєння інтегрованих знань, особливості формування асоціативних зв'язків між математичними та фізичними поняттями, роль міжпредметних зв'язків у розвитку мислення учнів);

- висвітлити дидактичний потенціал та методичні аспекти реалізації математичних задач з фізичним контекстом для формування міжпредметних компетентностей учнів;

- розробити методику використання математичних завдань з фізичним контекстом на уроках математики та фізики для формування міжпредметних компетентностей учнів та запропонувати інструментарій для експериментальної перевірки рівня їх сформованості.

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень) (за необхідністю):

6. Консультанти розділів роботи (якщо передбачені):

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

7. Дата видачі завдання: 27.09.2024 р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів кваліфікаційної роботи	Строк виконання етапів роботи	Примітка
1.	Формулювання теми кваліфікаційної роботи, підготовка вступу, складання плану роботи.	жовтень – грудень 2024 р.	
2.	Аналіз літературних джерел за темою дослідження, уточнення базових понять дослідження. Підготовка підрозділів 1.1, 1.2.	лютий – квітень 2025 р.	
3.	Підготовка підрозділів 1.3, 1.4 та висновків розділу 1 кваліфікаційної роботи.	травень – вересень 2025 р.	
4.	Підготовка підрозділів 2.1 – 2.3 кваліфікаційної роботи та висновків 2 розділу.	жовтень – листопад 2025 р.	
5.	Оформлення підсумкового варіанту кваліфікаційної роботи відповідно до чинних вимог.	08.12.2025 р.	

Здобувач вищої освіти:



(підпис)

Олександр ШКОЛА

(прізвище та ініціали)

Керівник роботи:



(підпис)

Василь МАЦЮК

(прізвище та ініціали)

ЗМІСТ

ВСТУП	3
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ФОРМУВАННЯ МІЖПРЕДМЕТНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ ЗАСОБАМИ ІНТЕГРАЦІЇ МАТЕМАТИКИ ТА ФІЗИКИ	8
1.1. Міжпредметні зв'язки та міжпредметна інтеграція в системі сучасної шкільної освіти: історичні аспекти, сутність, функції, класифікація.	8
1.2. Структура і зміст міжпредметної компетентності учнів у контексті компетентнісного підходу (на прикладі математики і фізики).	15
1.3. Психолого-педагогічні аспекти реалізації міжпредметних зв'язків між математикою та фізикою (психологічні механізми засвоєння інтегрованих знань та їх роль у розвитку мислення учнів).	25
1.4. Аналіз навчальних програм і підручників з математики та фізики: міжпредметні зв'язки та можливості їх посилення.	34
<i>Висновки першого розділу</i>	43
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ВИКОРИСТАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ З ФІЗИЧНИМ КОНТЕКСТОМ У НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ	45
2.1. Математична задача з фізичним контекстом: сутність, функції, дидактичний потенціал.	45
2.2. Класифікація та критерії відбору математичних завдань з фізичним змістом.	54
2.3. Методика використання математичних завдань з фізичним контекстом на уроках математики та фізики (цілі, етапи, форми, прийоми роботи, приклади розв'язання).	64
<i>Висновки другого розділу</i>	76
ВИСНОВКИ	79
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	82
<i>Додаток А</i> . Анкета для вчителів математики та фізики (питання про досвід використання міжпредметних зв'язків, труднощі, потреби).	86
<i>Додаток Б</i> . Анкета для учнів про взаємозв'язок математики та фізики (розуміння зв'язку математики і фізики, пізнавальний інтерес до предметів, досвід розв'язання завдань міжпредметного змісту, труднощі, рефлексія).	88
<i>Додаток В</i> . Приклади і методичні коментарі розв'язання математичних завдань з фізичним контекстом для 7-9 класів.	91
<i>Додаток Г</i> . Приклади і методичні коментарі розв'язання математичних завдань з фізичним контекстом для 10-11 класів.	94
<i>Додаток Д</i> . Тест для діагностики рівнів сформованості міжпредметних компетентностей старшокласників з математики і фізики (вхідний, проміжний, підсумковий).	97

ВСТУП

Актуальність теми. Сучасна освіта перебуває на етапі трансформації від знаннєвої парадигми до компетентнісної, що зумовлено необхідністю підготовки випускників, здатних свідомо та ефективно застосовувати набуті знання для розв'язання практичних завдань у реальному житті. Концепція Нової української школи, Державний стандарт базової та повної загальної середньої освіти та оновлені шкільні навчальні програми акцентують увагу на всебічному розвитку особистості, формуванні їх наукового світогляду, критичного мислення, ключових і предметних компетентностей учнів, серед яких важливе місце посідають математична та природничо-наукова компетентності. Суттєве значення у розв'язанні цих освітніх завдань має *реалізація міжпредметних зв'язків (МПЗ) у навчанні*, що безпосередньо пов'язано з формуванням діалектико-матеріалістичного світогляду учнів, підвищенням їхньої навчальної мотивації, розвитком логічного і критичного мислення, посиленням прикладного характеру освіти, дієвістю набутих знань, розвитком готовності до функціонування в сучасному інформаційному просторі, до вирішення міждисциплінарних проблем у майбутній професійній діяльності.

Загальновідомо, що природничі науки, а отже й навчальні предмети, тісно взаємопов'язані, оскільки мають близькі сфери, методи і засоби наукового пізнання світу, зокрема: загальні об'єкти пізнання (природні об'єкти і процеси, закономірності живої і неживої природи), загальні методи наукового пізнання (теоретичні, експериментальні, математичні). Особливу роль у сучасній природничій освіті виконує *інтеграція математики та фізики*, оскільки забезпечує розуміння математики як універсального інструменту пізнання природи, розкриває математичний і фізичний зміст багатьох наукових понять і законів, демонструє практичну значущість обох дисциплін. Засвоєння учнями взаємозв'язків між математикою та фізикою підвищує їх пізнавальну активність, покращує свідомість, міцність і дієвість знань, розвиває здатність до інтегративного мислення, формує практичні уміння і навички розв'язання міждисциплінарних навчальних завдань і в підсумку рівень та якість їх навчальних досягнень. Отже, встановлення та засвоєння учнями МПЗ у

навчальному процесі є необхідними умовами досягнення системності знань, розвитку їхнього наукового мислення, формування вміння переносити знання з одного предметного контексту в інший. Однак аналіз результатів національного та міжнародного оцінювання (PISA, TIMSS) [8, 15, 21] останніх років свідчить про недостатній рівень сформованості у вітчизняних учнів умінь застосовувати математичні знання в контексті природничих наук, зокрема фізики. Учні часто сприймають математику та фізику як ізольовані дисципліни, не усвідомлюючи їх взаємозв'язку та взаємодоповнюваності. Це призводить до формального, фрагментарного засвоєння знань, нездатності переносити їх з одного предметного контексту в інший, що, очевидно, не відповідає сутності компетентнісного підходу в сучасній освіті.

Проблема міжпредметної інтеграції математики та фізики не є новою у дидактиці. Питання сутності МПЗ, їх функцій і видів, критеріїв класифікації, можливих шляхів і форм реалізації у навчальному процесі досліджували класики педагогічної науки (Ю.Бабанський, М.Данилов, Б.Єсіпов, М.Скаткін та ін.); теоретичні засади інтеграції природничо-математичних дисциплін розробляли П.Атаманчук, В.Бевз, О.Бугайов, С.Гончаренко, М.Жалдак, В.Ільченко, О.Ляшенко, О.Ярошенко та ін.; методичні аспекти формування міжпредметних компетентностей у навчанні математики та фізики висвітлено у працях М.Бурди, Є.Коршака, М.Мартинюка, Н.Тарасенкової, О.Савченко, М.Садового, О.Сергєєва, О.Скафи, З.Слепкань, В.Сергієнка, Ю.Тріуса, В.Шарко, М.Шута та ін. [1-3, 11,15-18, 22-26]. За результатами проведених системних наукових досліджень проаналізовано теоретичні засади реалізації у навчанні МПЗ та їх дидактичні функції, виявлено психолого-педагогічні умови ефективної реалізації; визначено типи, форми та методи інтеграції шкільних дисциплін. Педагогами-практиками накопичено значний досвід використання міжпредметних зв'язків у підвищенні якості навчання та розвитку ключових компетентностей учнів, зокрема й при вивченні окремих розділів курсів математики і фізики (міжпредметні практикуми, бінарні уроки, міжпредметні семінари). Водночас аналіз сучасних науково-методичних джерел і педагогічної практики засвідчує недостатню розробленість питань

використання математичних задач з фізичним контекстом як дієвого засобу формування міжпредметних компетентностей учнів. Більшість наукових досліджень зосереджена на теоретичному обґрунтуванні міжпредметних зв'язків, тоді як методичні аспекти розробки та використання системи інтегрованих задач залишаються недостатньо вивченими. Таким чином, існують *суперечності* між:

- вимогами державних нормативних освітніх документів до рівня природничо-математичної підготовки школярів, формуванням цілісності і системності знань про сучасну природничо-наукову картину світу на основі інтеграції змісту природничо-математичних дисциплін та її реальним станом, що характеризується фрагментарністю та ізолюваністю предметних знань, практичних умінь та світоглядних уявлень;

- необхідністю підвищення рівня пізнавального інтересу і природничо-математичної підготовки школярів, зокрема з математики і фізики, формуванням міжпредметних компетентностей і традиційними методичними підходами у навчанні, що мають переважно пояснювально-ілюстративний репродуктивний характер;

- значним дидактичним потенціалом математичних задач з фізичним контекстом для встановлення міжпредметних зв'язків, формування відповідних компетентностей учнів та фрагментарністю і недостатньою розробленістю методичних підходів їх систематичного використання у навчальному процесі.

Виявлені суперечності зумовили *проблему дослідження*: яким чином математичні задачі з фізичним контекстом можуть стати ефективним засобом формування міжпредметних компетентностей учнів у процесі навчання математики та фізики в закладах загальної середньої освіти? З урахуванням зазначеного вище вважаємо, що проблема ефективної реалізації міжпредметних зв'язків шкільних курсів математики і фізики, і зокрема використання математичних задач з фізичним контекстом у формуванні міжпредметних компетентностей учнів є актуальною, багатогранною і недостатньо дослідженою, про свідчать реальні освітні результати сучасних школярів з цих дисциплін, а отже вимагає відповідного теоретичного обґрунтування і практичного розв'язання, що й зумовило вибір теми кваліфікаційної магістерської роботи.

Об'єкт дослідження: процес формування міжпредметних компетентностей учнів у навчанні математики та фізики в закладах загальної середньої освіти.

Предмет дослідження: методика використання математичних задач з фізичним контекстом у формуванні міжпредметних компетентностей школярів.

Мета дослідження: теоретично обґрунтувати дидактичний потенціал математичних завдань з фізичним контекстом у формуванні міжпредметних компетентностей учнів, розробити методику їх системного застосування у підвищенні пізнавального інтересу, рівня відповідної предметної підготовки, розвитку інтелектуальних і творчих здібностей.

Відповідно до мети визначено **завдання дослідження:**

- на основі опрацювання психолого-педагогічної та науково-методичної літератури з'ясувати ступінь розробки проблеми дослідження у сучасній шкільній природничій освіті, уточнити сутність ключових понять кваліфікаційної роботи (інтеграція, інтегративний підхід в освіті; сутність, функції та класифікація міжпредметних зв'язків; критерії та показники рівнів сформованості міжпредметних компетентності учнів, математична задача з фізичним контекстом) та визначити їх роль у реалізації компетентнісного підходу в сучасній освіті;
- проаналізувати психолого-педагогічні аспекти реалізації міжпредметних зв'язків між математикою та фізикою (психологічні механізми засвоєння інтегрованих знань, особливості формування асоціативних зв'язків між математичними та фізичними поняттями, роль міжпредметних зв'язків у розвитку мислення учнів);
- висвітлити дидактичний потенціал та методичні аспекти реалізації математичних задач з фізичним контекстом для формування міжпредметних компетентностей учнів;
- розробити методику використання математичних завдань з фізичним контекстом на уроках математики та фізики для формування міжпредметних компетентностей учнів та запропонувати інструментарій для експериментальної перевірки рівня їх сформованості.

Для досягнення мети та розв'язання поставлених завдань використано комплекс взаємопов'язаних **методів дослідження**: аналіз психолого-педагогічної і навчально-методичної літератури, нормативних освітніх документів з метою виявлення стану вивчення досліджуваної проблеми, ключових аспектів і напрямків її розв'язання, уточнення сутності основних понять дослідження, формулювання висновків; моделювання системи математичних задач з фізичним контекстом та методики їх використання; педагогічне спостереження за процесом навчання фізики і математики у ЗЗСО під час виробничої (педагогічної) практики, бесіди з учнями і вчителями математики і фізики з метою аналізу актуальних питань і вивчення досвіду реалізації міжпредметних зв'язків, аналіз поточних і підсумкових освітніх результатів учнів з математики і фізики.

Теоретичне і практичне значення дослідження полягає у систематизації сучасних наукових уявлень стосовно дидактичного потенціалу, функцій і шляхів ефективної реалізації міжпредметних зв'язків шкільних курсів математики і фізики, розробці методики використання математичних задач з фізичним контекстом різного типу і рівня складності для формування і діагностики сформованості міжпредметних компетентностей учнів.

Випускна кваліфікаційна робота складається із вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел (46 позицій). Загальний обсяг роботи – 106 с., з яких 77 с. – основна частина. Робота містить 14 рисунків.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ФОРМУВАННЯ МІЖПРЕДМЕТНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ ЗАСОБАМИ ІНТЕГРАЦІЇ МАТЕМАТИКИ ТА ФІЗИКИ

1.1. Міжпредметні зв'язки та міжпредметна інтеграція в системі сучасної шкільної освіти

У розумінні сутності та значення міжпредметних зв'язків у сучасній шкільній природничій освіті представимо еволюцію цієї педагогічної ідеї від витоків до сьогодення.

1.1.1. Історія розвитку ідей міжпредметних зв'язків (МПЗ) у педагогіці. Ідея МПЗ має глибоке коріння в історії педагогічної думки і пройшла у своєму розвитку тривалий шлях становлення від інтуїтивних спроб об'єднання фрагментарних предметних знань школярів до науково обґрунтованої системи інтеграції навчального змісту дисциплін суміжних освітніх галузей. Витоки ідей МПЗ можна простежити ще в працях філософів і педагогів античності. Давньогрецькі мислителі розглядали знання як інструмент пізнання і систематизації інформації про навколишній світ, як єдине ціле, не поділяючи його на окремі галузі. Сократ, Платон, Аристотель у своїх філософських концепціях наголошували на взаємозв'язку різних сфер пізнання та необхідності цілісного осягнення світу. Саме в античній філософії сформувалася *ідея цілісної системної освіти, яка передбачала всебічний розвиток особистості через опанування різноманітних знань про природу, людину і суспільство* [10, 13].

Епоха Відродження ознаменувалася появою особистостей універсального типу, які поєднували досягнення в різних галузях науки, мистецтва і техніки. Леонардо да Вінчі, який був одночасно художником, скульптором, архітектором, ученим і винахідником, втілював ідеал людини, що володіє інтегрованими знаннями. Гуманісти Відродження (Дідро, Руссо, Макіавеллі, Дрогобич та ін.) обстоювали необхідність цілісної освіти, що охоплює як природничі, так і гуманітарні науки. Значний внесок у розвиток ідеї МПЗ зробив видатний чеський педагог Ян Амос Коменський (1592-1670). У своїй праці «Велика дидактика» він обґрунтував *принцип природо-відповідності навчання*, згідно з яким все в природі взаємопов'язане, тому й навчання має відображати цю взаємопов'язаність. Він наполягав на тому, що знання мають даватися не ізольовано, а в системі, де кожен предмет пов'язаний з іншими.

У XVIII столітті швейцарський педагог Й.Г.Песталоцці (1746-1827) розвинув ідеї природовідповідної освіти, в основі якої лежали принципи наочності та взаємозв'язку різних навчальних предметів. Песталоцці вважав, що навчання має бути побудоване таким чином, щоб учні бачили зв'язки між явищами та процесами, вивченими в різних дисциплінах. Він наголошував на необхідності інтеграції знань для формування цілісного світогляду дитини. Німецький філософ і педагог Й.Ф.Герbart (1776-1841) увів поняття «багатосторонності інтересу», яке передбачало всебічний розвиток особистості через встановлення численних зв'язків між різними галузями знань. Герbart розробив теорію виховуючого навчання, де важливе місце відводилося узгодженню навчальних предметів та встановленню між ними логічних зв'язків. Він обґрунтував необхідність концентрації навчального матеріалу навколо певних стрижневих тем, що забезпечує цілісність освітнього процесу.

У XIX столітті німецький педагог А.Дістервег (1790-1866) сформулював дидактичні принципи, серед яких важливе місце посідав принцип систематичності та послідовності. Дістервег підкреслював, що навчання має бути побудоване таким чином, щоб учні розуміли взаємозв'язки між різними предметами і могли застосовувати знання з одного предмета при вивченні іншого. Він закликав учителів координувати свою діяльність для забезпечення цілісності освітнього процесу. Значний внесок у розвиток теорії міжпредметних зв'язків зробив видатний педагог К.Ушинський (1824-1870). У праці «Людина як предмет виховання» він обґрунтував психологічні основи встановлення зв'язків між навчальними предметами. Ушинський наголошував, що знання, отримані в різних предметах, мають об'єднуватися в свідомості учня в єдину систему. Він розробив методичні рекомендації щодо встановлення зв'язків між природознавством, географією, історією та мовними дисциплінами, підкреслював важливість узгодження навчальних програм та координації діяльності вчителів різних предметів.

На початку XX століття в педагогіці розгорнулася дискусія про шляхи інтеграції навчального змісту. Американський філософ і педагог Джон Дьюї (1859-1952) обстоював ідею практичної спрямованості освіти та інтеграції знань навколо проблем реального життя. Дьюї пропонував відмовитися від традиційної

предметної системи навчання на користь інтегрованих курсів, побудованих на основі життєвого досвіду дітей, однак цей радикальний підхід не знайшов широкої підтримки через складність реалізації та втрату системності знань.

У 1920-1930-х роках у радянській педагогіці впроваджувалися комплексні програми навчання, які передбачали інтеграцію змісту навчальних предметів навколо певних тем або об'єктів вивчення. Зокрема, застосовувався комплексно-проектний метод, за яким знання з різних предметів об'єднувалися при виконанні практичних проєктів. Проте досвід показав, що повна відмова від предметної системи призводить до фрагментарності знань та зниження їхньої якості, тому в середині 1930-х років відбувся перехід до традиційної предметно-урочної системи з елементами міжпредметної координації.

У другій половині XX століття проблема МПЗ стала предметом спеціальних наукових досліджень. Радянські педагоги М.Данилов, Б.Єсіпов, М.Скаткін розробили теоретичні основи МПЗ як дидактичної категорії. Ю.Бабанський досліджував роль МПЗ в оптимізації навчального процесу та виявив їхній вплив у підвищенні якості навчання. Значний внесок у цьому напрямі зробили В.Максимова, Г.Усова, І.Зверев, які розробили класифікацію МПЗ, визначили функції, обґрунтували методику їх реалізації в навчальному процесі. В.Максимова у праці «Міжпредметні зв'язки в процесі навчання» (1988 р.) систематизувала теоретичні положення та практичний досвід реалізації МПЗ, розробила методику їх планування та здійснення. В українській педагогіці проблематику МПЗ розробляли С.Гончаренко, О.Ляшенко, В.Ільченко, П.Атаманчук. В.Ільченко у 90-х роках XX ст. обґрунтувала концепцію інтегрованого курсу «Природознавство», що об'єднує фізику, хімію, біологію, географію на основі загальнонаукових ідей та методів пізнання. П.Атаманчук дослідив теоретико-методичні засади формування в учнів фізичної картини світу засобами МПЗ [1, 2, 6, 7].

На сучасному етапі розвитку освіти проблема МПЗ розглядається в контексті компетентнісного підходу та концепції інтегрованого навчання. Міжпредметна інтеграція визнається важливою умовою формування ключових компетентностей учнів, їхньої здатності застосовувати знання в різноманітних життєвих ситуаціях. Державний стандарт базової та повної загальної середньої освіти (2020),

Концепція Нової української школи (2016) акцентують увагу на необхідності інтеграції змісту навчання, встановлення МПЗ для забезпечення цілісності освітнього процесу, формування найповніших і міцних знань школярів про сучасну природничо-наукову картину світу як основи їх освіченості і готовності до майбутньої професійної діяльності. Сучасні дослідження МПЗ спрямовані на розробку конкретних методик інтеграції змісту навчальних предметів, створення інтегрованих курсів, обґрунтування педагогічних умов їх ефективної реалізації. Особлива увага приділяється інтеграції природничо-математичних дисциплін у контексті STEM-освіти, яка передбачає поєднання науки, технологій, інженерії та математики для формування в учнів комплексних компетентностей, необхідних для успішної діяльності в сучасному технологічному суспільстві.

Отже, аналіз історії розвитку ідей МПЗ свідчить про їх еволюцію від філософських концепцій цілісності знання до конкретних дидактичних систем інтеграції навчального змісту. На кожному етапі розвитку педагогічної науки ідеї МПЗ набували нових форм відповідно до соціальних потреб, рівня розвитку науки та освітніх практик. Сучасний етап характеризується усвідомленням МПЗ як необхідної умови реалізації компетентнісного підходу, формування цілісної наукової картини світу та підготовки учнів до життя в умовах інформаційного суспільства.

1.1.2. Сутність, функції та класифікація міжпредметних зв'язків. МПЗ є важливою дидактичною категорією, яка має важливу роль не тільки у сучасній педагогіці, але й у конкретних методиках, зокрема й теорії та методиці навчання фізики. Вони становлять *певну систему взаємозалежностей між різними навчальними предметами, що забезпечують взаємопроникнення наукових знань, методів пізнання, методологічних підходів навчання, виховання і розвитку школярів.* Основною метою застосування МПЗ у навчанні фізики є створення інтегрованого освітнього середовища, що сприятиме глибшому розумінню учнями фізичних явищ, процесів та їх взаємозв'язків, формуванню найповніших і цілісних уявлень про сучасну природничо-наукову картину світу, єдність наукових знань про навколишній світ. Аналіз літературних джерел [6, 7, 10, 13] щодо з'ясування основних дидактичних функцій міжпредметних зв'язків у навчанні фізики дозволив виявити такі позиції сучасних науковців:

- «МПЗ мають важливу координуючу функцію, оскільки сприяють паралельному засвоєнню учнями інформації з різних навчальних предметів, що сприяє усвідомленості та міцності засвоєння наукових фактів, фізичних явищ і процесів, понять, принципів, законів і теорій» (д.пед.н., професор В.Ф.Заболотний);

- «МПЗ являють собою не простий методичний прийом, а складну педагогічну технологію формування цілісної наукової картини світу. Педагог повинен мати комплексне уявлення про взаємозв'язки між різними науковими галузями, творчо і послідовно їх реалізовувати в освітньому процесі з урахуванням специфіки конкретного предмету» (академік НАПН України, професор В.Р.Ільченко);

- «МПЗ у шкільному навчанні мають важливу не лише освітню, але й світоглядну функцію, оскільки спрямовані на усвідомлення учнями єдності природничих наук та цілісність сучасної природничо-наукової картини світу» (д.пед.н, проф. М.Т.Мартинюк);

- «МПЗ у шкільному навчанні реалізують важливу методологічну функцію, оскільки сприяють формуванню цілісних уявлень учнів про сутність дослідницької діяльності, інструменти і методи наукового пізнання світу» (д.пед.н, проф. М.І.Садовий);

- «МПЗ відіграють важливу інтегративну роль у формуванні цілісних уявлень учнів про єдність і взаємопов'язаність навколишнього світу, а отже про сучасну єдину природничо-наукову картину світу» (д.пед.н. професор В.Сиротюк).

Отже, сучасні науковці серед провідних функцій реалізації МПЗ у навчанні фізики виділяють (рис. 1.1): *освітню*, яка передбачає розширення і поглиблення знань учнів про взаємозв'язки між природничими знаннями, науками, технікою та виробничими процесами; забезпечує формування цілісного розуміння світу через взаємопов'язані форми руху і взаємодії живої та неживої матерії; *виховну*, що сприяє формуванню наукового світогляду та системного мислення; *розвивальну*, спрямована на всебічний розвиток особистості учня, його інтелектуальних і творчих здібностей, навичок критичного аналізу та узагальнення наукової інформації; *методологічну*, яка допомагає учням усвідомити загальнонаукові принципи пізнання і дослідження навколишнього світу.



Рис. 1.1. Дидактичні функції реалізації міжпредметних зв'язків у навчанні природничих дисциплін

На думку відомих українських учених, академіка НАПН України, професор М.І.Шута і д.пед.н., професора Л.Благодаренко, «практичне впровадження МПЗ не є простим механічним поєднанням навчальної інформації з різних предметів, а потребує високого рівня педагогічної майстерності, творчого підходу та глибокого розуміння викладачами взаємозв'язків між різними галузями наукових знань. Ефективність МПЗ залежить від здатності вчителя створювати проблемні ситуації, які вимагають залучення знань з різних навчальних дисциплін для їх розв'язання. МПЗ є складною, багатофункціональною системою, що забезпечує інтеграцію наукового знання, розвиток пізнавальних здібностей учнів та формування цілісного світосприйняття і свого місця в ньому» [3]. Загалом науковці виділяють три основні категорії МПЗ:

- 1) *змістовно-інформаційні*, тобто за типом наукової/навчальної інформації (емпіричні факти, поняття, моделі, принципи, закони, теорії), філософські, історичні, методологічні);
- 2) *операційно-діяльнісні*, тобто за видами практичних умінь і навичок (навчально-пізнавальні або інформаційні, практичного обчислювального та експериментального спрямування, ціннісно-орієнтаційні, світоглядні, комунікативні, рефлексивні);

3) *організаційно-методичні*, тобто за способами реалізації в освітньому процесі: характером засвоєння (інформаційно-пояснювальні, репродуктивні, евристичні, творчі); масштабом реалізації (внутрішньоциклові та міжциклові); рівнем реалізації (поурочні, тематичні, комплексні); формою роботи (індивідуальні, групові, колективні); регулярністю або часом реалізації (короткотривалі, довготривалі, систематичні) [3].

Наприклад, за змістовною ознакою МПЗ у навчанні фізики виділяють: а) *фактичні зв'язки* (спільні емпіричні факти різних природничих наук); б) *понятійні зв'язки* (спільні поняття, наприклад, молекула, атом, вектор, матерія, рух, взаємодія, сила маса, енергія тощо); в) *теоретичні зв'язки* (на рівні фундаментальних наукових принципів (причинності, збереження, відповідності), законів і теорій). Методологічні зв'язки передбачають використання *спільних наукових методів дослідження*, таких як спостереження, експеримент, моделювання та математичний аналіз (рис. 1.2).

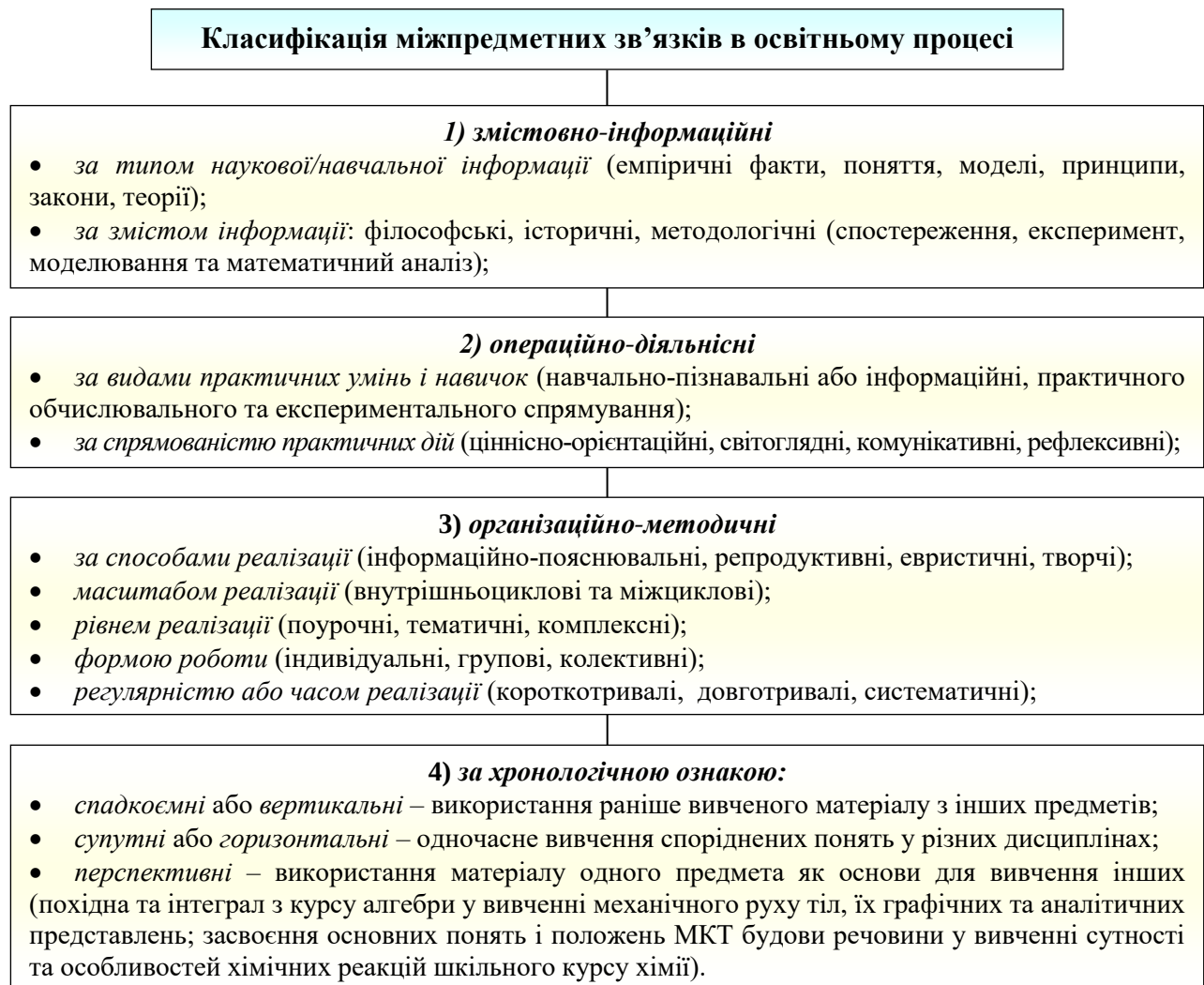


Рис. 1.2. Класифікація міжпредметних зв'язків у навчанні природничих дисциплін

За хронологічною ознакою МПЗ у навчанні поділяють на: 1) *спадкоємні* або *вертикальні* – використання раніше вивченого матеріалу з інших предметів (наприклад, застосування знань з природознавства у 5 класі при вивченні систематичного курсу фізики в основній школі); 2) *супутні* або *горизонтальні* – одночасне вивчення споріднених понять у різних дисциплінах (наприклад, атомна будова речовини у фізиці та хімії, закономірності проходження електричного струму у провідниках та крові судинами людини у біології, рух матеріальної точки за колом та обертальний рух планет в астрономії та ін.); 3) *перспективні* – використання матеріалу одного предмета як основи для вивчення інших (засвоєння понять похідної та інтеграла в курсі алгебри для наступного їх використання у ході аналізу рівнозмінних механічних рухів матеріальних тіл, їх графічних та аналітичних представлень; засвоєння основних понять і положень молекулярно-кінетичної теорії будови речовини для наступного вивчення сутності та особливостей хімічних реакцій в шкільному курсі хімії). Отже, реалізація міжпредметних зв'язків у навчанні фізики має потужний потенціал у модернізації освітніх технологій, формуванні цілісного наукового світогляду учнів, розумінні єдності матеріального світу та цілісності природничо-наукової картини світу. Саме тому міжпредметні зв'язки у шкільній практиці є важливою складовою якісної освіти, зорієнтованої на всебічний розвиток особистості, набуття нею предметної і ключових компетентностей, успішну майбутню соціальну адаптацію і професійну діяльність.

1.2. Структура і зміст міжпредметної компетентності учнів (на прикладі математики і фізики) у контексті компетентнісного підходу

1.2.1. Компетентнісний підхід у сучасній освіті: сутність, принципи, переваги. Аналіз літературних джерел свідчить, більшість вітчизняних учених-освітян (В.Андрущенко, С.Гончаренко, І.Зязюн, В.Кремінь, О.Ляшенко та ін.) вважають, що знаннявий інформаційно-репродуктивний підхід з орієнтуванням на так званого «середнього учня», який домінував в системі освіти тривалий час, виявився неефективним і потребує оновлення [6-8, 21]. Розв'язання багатьох накопичених з роками проблем, пов'язаних із зниженням мотивації, практичної і

самоосвітньої діяльності школярів, порушенням комунікації, зворотного зв'язку, системності, а відповідно й якості освітнього процесу у сучасних умовах військового стану в державі та дистанційного формату навчання набувають все більшої гостроти. Оновлення сучасної освіти в Україні у відповідності з європейськими стандартами передбачає, насамперед, створення умов для всебічного розвитку кожного учня, його інтелектуального, культурного та особистісного зростання. Учень має стати центральною фігурою навчального процесу, активним суб'єктом, який здобуває освіту у формі «особистісного знання». Змінюються підходи не тільки до організації освітнього процесу, але й до оцінювання його якості. Важливим стає не стільки рівень знань школярів, скільки сформованість умінь і навичок їх ефективного практичного застосування у ході розв'язання різноманітних пізнавальних завдань.

Компетентнісний підхід у сучасній освіті передбачає не лише засвоєння знань, але й розвиток умінь застосовувати ці знання на практиці. Компетентність означає високу якість навчальних умінь, що включає здатність розуміти зв'язки між теорією і практикою, вирішувати реальні проблеми та адаптуватися до конкретних навчальних ситуацій. Компетентнісний підхід, орієнтований на формування предметних і ключових компетентностей, відповідає європейським тенденціям, зокрема у сфері освіти. У контексті фізики це означає посилення прикладної значущості знань, акцент на практичному застосуванні фізичних законів та принципів у повсякденному житті. Застосування компетентнісного підходу з акцентом на практичну спрямованість вимагає переходу до інтерактивного навчання, де учень і вчитель активно взаємодіють у напрямку набуття ними досвіду продуктивного застосування набутих знань під час розв'язання різноманітних навчально-пізнавальних завдань, у ході проектної дослідницької діяльності з обов'язковою рефлексією власних навчальних досягнень.

Компетентнісний підхід передбачає зміщення акцентів з процесу навчання на його результат, що пов'язано з набуттям школярами, визначених державним стандартом, ключових і предметних компетентностей. У цьому контексті

змінюються і функції вчителя, який стає організатором і координатором активної системної навчально-пізнавальної діяльності учнів. Головною метою сучасної компетентнісної моделі освіти проголошено формування таких ключових навичок людини ХХІ століття: «навчитися жити, пізнавати й працювати», «навчитися жити разом» [8, 21].

1.2.2. Ключові компетентності в Державному стандарті базової та повної загальної середньої освіти. Задекларовані в державних стандартах теоретичні засади компетентнісної моделі освіти вже втілено в навчальних програмах, методичній літературі, критеріях оцінювання успішності навчання школярів. У зв'язку з цим сутність ключових понять (особистісно орієнтований, діяльнісний і компетентнісний підходи; компетенція і компетентність, предметна і ключові компетентності) ми розглядаємо на основі Державного стандарту базової і повної загальної середньої освіти [9]. Так, зокрема:

- «компетентнісний підхід – спрямованість навчально-виховного процесу на досягнення результатів, якими є ієрархічно підпорядковані ключова, загальнопредметна і предметна (галузева) компетентності;
- компетентність – набута у процесі навчання інтегрована здатність учня, що складається із знань, умінь, досвіду, цінностей і ставлення, що можуть цілісно реалізовуватися на практиці;
- предметна (галузева) компетентність - набутий учнями у процесі навчання досвід специфічної для певного предмета діяльності, пов'язаної із засвоєнням, розумінням і застосуванням нових знань».

До ключових компетентностей належить: уміння вчитися, спілкуватися державною та іноземними мовами, математична, інформаційно-комунікаційна, соціальна, громадянська, загальнокультурна, підприємницька, здоров'язбережувальна; а до предметних (галузевих) – природничо-наукова, проектно-технологічна, літературна, мистецька, суспільствознавча, історична. *Предметну компетентність учня з фізики* трактуємо як динамічну полікомпонентну характеристику набутого ним у процесі навчання досвіду діяльності, пов'язаного із засвоєнням, розумінням і застосуванням нових знань у ході розв'язання

різноманітних завдань шкільного курсу фізики. Предметна компетентність – це фактично «міра включення учня у навчально-пізнавальну діяльність». Оскільки інтелектуальні, творчі та морально-вольові якості людини взаємопов'язані, вважаємо, що набуття учнями предметної компетентності з фізики має відбуватися одночасно з формуванням ключових компетентностей, як на етапі планування освітнього процесу, так й оцінки його результатів.

Як відомо, ефективність реалізації в системі освіти будь-яких педагогічних ідей передбачає не тільки якісне, але й кількісне оцінювання. При цьому важливим є вибір не лише діагностувального інструментарію, але й визначення того, що саме оцінюється, які параметри стану об'єкта є предметом досліджень. Аналіз літературних джерел [1-3, 15-18, 22] свідчить, що більшість науковців виокремлює основні показники предметної компетентності учнів з фізики переважно за *когнітивним, діяльнісним та мотиваційно-ціннісним* компонентами (рис. 1.3).

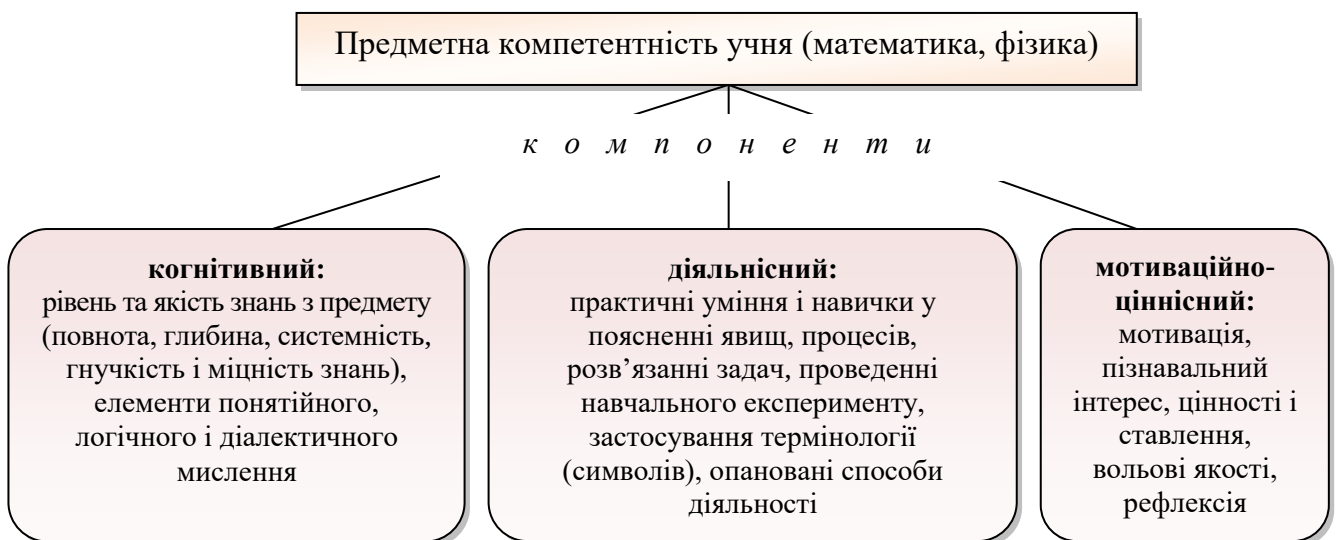


Рис. 1.3. Структура предметної компетентності учня (на прикладі математики, фізики)

За Державним стандартом загальної середньої освіти предметну компетентність учня з фізики оцінюють у процесуальній формі: «знає і розуміє», «вміє і застосовує», «виявляє ставлення та оцінює» [20, 23]. Останнє цілком і повністю стосується ключового поняття нашого дослідження.

1.2.3. Поняття міжпредметних компетентностей учнів: аналіз підходів до визначення та їх структурні компоненти. Упровадження компетентнісного підходу

в сучасній освіті актуалізувало проблему формування міжпредметних компетентностей учнів. Однак у педагогічній науці досі немає єдиного підходу до тлумачення цього поняття, що зумовлює необхідність аналізу різних наукових позицій та уточнення сутності міжпредметних компетентностей. Варто зауважити, що поняття «міжпредметні компетентності» тісно пов'язане з базовими категоріями компетентнісного підходу – «компетенція» та «компетентність», зміст яких висвітлено вище. Аналіз наукових джерел [5-8, 21] дозволяє виокремити кілька підходів до визначення міжпредметних компетентностей.

Перший підхід розглядає міжпредметні компетентності як здатність учнів встановлювати зв'язки між знаннями з різних навчальних предметів та застосовувати їх комплексно для розв'язання навчальних і життєвих завдань. Зокрема, проф. Н.Бібік визначає міжпредметні компетентності як «інтегровані вміння учнів використовувати знання, способи діяльності з різних предметних галузей для вирішення проблем у нових, нестандартних ситуаціях». Цей підхід акцентує увагу на інтеграції предметних знань та їх практичному застосуванні.

Другий підхід трактує міжпредметні компетентності як метапредметні освітні результати, що формуються в процесі вивчення різних дисциплін і виявляються у здатності учнів переносити знання та способи діяльності з одного предметного контексту в інший. Представники цього підходу (О.Пометун, Л.Паращенко) наголошують на універсальному характері міжпредметних компетентностей, їхній надпредметній природі.

Третій підхід розглядає міжпредметні компетентності як складові ключових компетентностей, що забезпечують цілісність світогляду особистості та її здатність до системного мислення. Так, С.Гончаренко підкреслює, що міжпредметні компетентності «відображають інтегративний характер сучасної освіти і є необхідною умовою формування наукової картини світу» [9].

Четвертий підхід тлумачить міжпредметні компетентності як результат міжпредметної інтеграції в навчальному процесі. Прибічники цього підходу (В.Ільченко, П.Атаманчук) вважають, що міжпредметні компетентності виникають лише за умови цілеспрямованої інтеграції змісту різних дисциплін, встановлення системних зв'язків між ними [1, 2].

Узагальнюючи проаналізовані підходи, можемо визначити *міжпредметні компетентності* як здатність учнів встановлювати зв'язки між знаннями з різних предметних галузей, переносити знання та способи діяльності з одного контексту в інший, застосовувати комплекс знань, умінь та навичок для розв'язання міжпредметних практичних завдань, формувати цілісне уявлення про світ та своє місце в ньому. Структура міжпредметних компетентностей є складною та багатокомпонентною. Аналіз психолого-педагогічної літератури дозволяє виділити три основні структурні компоненти (когнітивний, діяльнісний та мотиваційно-ціннісний) та їх показники, зокрема:

1) *когнітивний компонент* охоплює систему інтегрованих знань з різних предметних галузей, розуміння міжпредметних зв'язків та закономірностей, усвідомлення єдності наукової картини світу. Цей компонент включає:

- усвідомлення міждисциплінарного характеру сучасного наукового знання, методів пізнання різних предметних галузей як передумови формування єдиної і цілісної наукової картини світу;
- розуміння ролі МПЗ у навчанні та можливостей застосування знань з одного предмета при вивченні іншого;
- знання основних понять, принципів, законів, теорій з різних навчальних дисциплін (зокрема, математики і фізики) як основи встановлення МПЗ, розуміння термінології і символіки обох предметів.

2) *діяльнісний компонент* відображає здатність учнів застосовувати інтегровані знання для розв'язання міжпредметних задач, переносити способи діяльності з одного предметного контексту в інший, використовувати методи різних наук для комплексного дослідження явищ. Цей компонент включає:

- уміння встановлювати зв'язки між знаннями з різних предметів при розв'язуванні навчальних завдань, аналізі явищ і процесів, виконанні проектів,
- навички застосування математичного апарату (методів) у природничих науках, зокрема здатність до математичного моделювання фізичних процесів;
- навички проектної, дослідницької діяльності міждисциплінарного характеру та інтерпретації її результатів у різних предметних контекстах.

3) *мотиваційно-ціннісний компонент* характеризує ставлення учнів до міжпредметних знань, усвідомлення їхньої цінності, наявність пізнавального інтересу до встановлення міжпредметних зв'язків. Цей компонент включає:

- інтерес до виявлення зв'язків між знаннями з різних предметів;
- усвідомлення цінності і практичної значущості інтегрованих знань;
- прагнення до цілісного сприйняття навколишнього світу.

Узагальнений вигляд міжпредметної компетентності учнів (на прикладі математичної і природничо-наукової/фізичної) представлено на рисунку 1.4.



Рис. 1.4. Структура міжпредметної компетентності учня (на прикладі математичної і природничо-наукової/фізичної)

Важливо підкреслити, що всі три компоненти міжпредметних компетентностей взаємопов'язані та взаємозумовлені. Когнітивний компонент є базою для діялісного, оскільки без знань неможливе їх застосування. Водночас

діяльнісний компонент сприяє поглибленню та систематизації знань, розвиває розуміння міжпредметних зв'язків. Мотиваційно-ціннісний компонент забезпечує емоційно-вольову основу для активної пізнавальної діяльності, стимулює інтерес до встановлення міжпредметних зв'язків. Отже, *міжпредметні компетентності є інтегративним утворенням, що поєднує знання, уміння, навички, досвід діяльності та ціннісні орієнтації учнів у сфері застосування знань з різних предметних галузей.* Їх формування передбачає систематичну роботу з встановлення МПЗ, використання інтегрованих форм і методів навчання, застосування міжпредметних задач, які демонструють взаємозв'язок і взаємодоповнюваність різних наук у пізнанні світу.

1.2.4. Математична та природничо-наукова компетентності як складові міжпредметних компетентностей учнів. Серед ключових компетентностей, визначених Державним стандартом базової та повної загальної середньої освіти (2020 р.) [10], математична та природничо-наукова компетентності посідають особливе місце у системі природничо-математичної освіти. Їх взаємодія та інтеграція є основою для формування міжпредметних компетентностей учнів, що забезпечують цілісне розуміння природничо-наукової картини світу:

- математична компетентність передбачає здатність розвивати і застосовувати математичні знання та методи для розв'язання широкого спектра проблем у повсякденному житті; моделювання процесів та ситуацій із застосуванням математичного апарату; усвідомлення ролі математичних знань і вмінь в особистому та суспільному житті людини;

- природничо-наукова компетентність передбачає формування наукового світогляду; здатність і готовність застосовувати відповідний комплекс наукових знань і методологій для пояснення світу природи; набуття досвіду дослідження природи та формулювання доказових висновків на основі отриманої інформації; розуміння змін, зумовлених людською діяльністю; відповідальність за наслідки такої діяльності;

Отже, математична компетентність визначається як культура логічного та алгоритмічного мислення, уміння застосовувати математичні методи для пізнання навколишнього світу, розв'язування різноманітних задач у житті й навчанні. Ця

компетентність охоплює здатність до абстрактного мислення, володіння математичним апаратом для опису явищ та процесів, застосування математичних методів для аналізу інформації та прийняття рішень у практичному контексті.

Природничо-наукова компетентність характеризується здатністю особистості використовувати природничо-наукові знання та методи для пояснення явищ природи, формулювання науково обґрунтованих висновків, критичного оцінювання наукової інформації. Вона включає розуміння фундаментальних природничих законів та принципів, володіння методами емпіричного та теоретичного дослідження, здатність до спостереження, експериментування, аналізу природних явищ, усвідомлення ролі науки у житті суспільства. Природничо-наукова компетентність формується у процесі вивчення фізики, хімії, біології, географії та інших природничих дисциплін.

У контексті інтеграції математики та фізики ці дві компетентності перебувають у тісному взаємозв'язку та взаємозумовленості. Математична компетентність є інструментальною основою для розвитку природничо-наукової компетентності, оскільки математика забезпечує мову та методи для формалізації фізичних законів, побудови теоретичних моделей, проведення кількісних розрахунків, аналізу експериментальних даних. Без математичного апарату неможливе повноцінне вивчення фізики, формулювання та перевірка фізичних гіпотез, прогнозування результатів експериментів. Водночас природничо-наукова компетентність збагачує та наповнює змістом математичну компетентність. Фізика надає конкретного, реального змісту абстрактним математичним поняттям, демонструє практичне застосування математичних методів у пізнанні природи, мотивує до вивчення математики через показ її практичної значущості. Розв'язування фізичних задач розвиває математичне мислення, поглиблює розуміння математичних закономірностей, формує навички математичного моделювання реальних процесів. Інтеграція математичної та природничо-наукової компетентностей призводить до формування специфічних міжпредметних компетентностей, що виявляються у здатності учнів:

- використовувати математичний апарат (алгебраїчні перетворення, геометричні методи, тригонометричні функції, елементи математичного аналізу) для опису і дослідження фізичних явищ;
- будувати математичні моделі фізичних процесів та інтерпретувати їх результати;
- застосовувати методи математичної обробки експериментальних даних (побудова графіків, визначення функціональних залежностей, оцінювання похибок);
- розуміти фізичний зміст математичних операцій та понять (похідна як швидкість зміни, інтеграл як накопичення величини, вектор як фізична величина);
- переносити знання та способи діяльності з математики в контекст фізичних задач і навпаки;
- встановлювати кількісні закономірності природних процесів та явищ;
- використовувати графічні методи для аналізу фізичних процесів;
- застосовувати алгоритмічне мислення для розв'язування фізичних задач.

Взаємодія математичної та природничо-наукової компетентностей забезпечує формування цілісного розуміння єдності математичного та фізичного опису світу. Учні усвідомлюють, що математика і фізика не є ізольованими дисциплінами, а становлять нерозривну єдність у пізнанні природи. Математична і природничо-наукова компетентності є взаємодоповнюючими складовими міжпредметних компетентностей учнів. Їх інтеграція забезпечує формування здатності до комплексного використання знань і методів різних наук для пізнання світу та розв'язування практичних завдань, що є необхідною умовою успішної життєдіяльності в сучасному суспільстві.

Формування міжпредметних компетентностей є поетапним процесом, який охоплює весь період навчання в основній та старшій школі. На *першому, мотиваційно-орієнтувальному етапі* (7 клас) учні мають усвідомити взаємозв'язок математики та фізики, розвивати інтерес до МПЗ через розв'язування елементарних завдань з фізичним контекстом. *Другий, когнітивно-накопичувальний етап* (8-9 класи) характеризується нагромадженням знань про МПЗ та формування базових навичок застосування математичного апарату у фізичних задачах. На *третьому, діяльно-*

процесуальному етапі (10-11 класи) здійснюється активне застосування інтегрованих знань для розв'язування комплексних навчальних завдань, виконання дослідницьких проєктів, математичного моделювання фізичних процесів. *Завершальний, рефлексивно-оцінювальний етап* передбачає усвідомлення учнями набутого досвіду міжпредметної діяльності, оцінювання рівня власних компетентностей та розуміння їх значущості для подальшого навчання. Кожен етап має забезпечуватися відповідними методами роботи та рівнем складності міжпредметних завдань із збереженням і розвитком набутих знань і досвіду діяльності. Очевидно, що ефективність формування міжпредметних компетентностей учнів залежить від систематичності роботи на всіх етапах, спільності і злагодженості зручності дій учителів різних предметів, зокрема математики і фізики.

1.3. Психолого-педагогічні аспекти реалізації міжпредметних зв'язків між математикою та фізикою

Математика як мова фізики та інструмент фізичного пізнання. Як відомо, фізика та математика – дві фундаментальні науки, які перебувають у нерозривному взаємозв'язку протягом усієї історії свого розвитку. Ще Галілео Галілей стверджував, що «книга природи написана мовою математики і треба навчитися розуміти мову, якою вона написана». Тим самим він підкреслював особливу роль математичного апарату в пізнанні фізичних явищ. Очевидно, що математика виступає не просто допоміжним інструментом фізики, а її природною мовою, без якої неможливе ні формулювання фізичних законів, ні здійснення точних передбачень, ні побудова теоретичних моделей реальності.

Роль математики як мови фізики полягає у здатності точно, лаконічно та однозначно виражати складні фізичні закономірності. Наприклад, другий закон Ньютона ($\vec{F} = m\vec{a}$) містить у собі величезний обсяг інформації про рух тіл, їхню взаємодію та зміну стану, при цьому залишаючись зовнішньо компактним та універсальним, де кожен символ несе в собі глибокий фізичний зміст. Математика забезпечує універсальність фізичних законів, дозволяючи описувати явища незалежно від конкретних умов їхнього протікання. Математичні рівняння

виражають загальні зв'язки між фізичними величинами, справедливі для широкого класу об'єктів та процесів. Рівняння динаміки, молекулярної термодинаміки, електродинаміки (Максвелла), закони геометричної і хвильової оптики описують широкий клас відповідно механічних, теплових, електромагнітних, світлових явищ, незалежно від того, йдеться про відповідь на якісне питання, розв'язування задач, лабораторний експеримент тощо.

Як інструмент фізичного пізнання математика виконує кілька важливих функцій. По-перше, вона дозволяє проводити кількісний аналіз фізичних явищ, переходячи від якісних спостережень до точних вимірювань та обчислень. Саме завдяки математичному апарату фізика стала точною наукою, здатною не лише пояснювати явища, а й робити перевірені експериментом передбачення. По-друге, математика надає могутні методи для побудови теоретичних моделей, які дозволяють досліджувати системи та процеси, недоступні для безпосереднього експериментального вивчення. Математичний аналіз, аналітична геометрія і векторна алгебра, диференціальні рівняння, інтегральне числення, теорія груп, тензорний аналіз – усі ці математичні розділи стали невід'ємною частиною сучасної фізики.

Історія фізики демонструє численні приклади того, як розвиток математичного апарату відкривав нові обрії для фізичного пізнання. Створення диференціального та інтегрального числення Ньютоном та Лейбніцем дозволило сформулювати класичну механіку в її завершеній формі. Розвиток теорії диференціальних рівнянь у частинних похідних став основою для побудови теорії поля. Неевклідова геометрія Рімана (яка описує простір з постійною додатною кривиною, наприклад, поверхню сфери) виявилася необхідною для формулювання загальної теорії відносності Ейнштейна та ін. Особливого значення математика набуває в сучасній теоретичній фізиці, де математичні структури часто стають відправною точкою для побудови та осмислення нових теорій. Водночас важливо розуміти межі застосування математики у фізиці. Математична модель завжди є спрощенням реальності, абстракцією, яка виділяє суттєві риси явища і нехтує несуттєвими. Критерієм істинності фізичної теорії залишається експеримент, а не лише математична краса чи логічна несуперечливість. Фізик повинен володіти не лише математичним апаратом, а

передусім глибоким розумінням фізичної суті явищ, здатністю інтерпретувати математичні результати в термінах реальних процесів.

Отже, варто зазначити, що математика є невід'ємною складовою фізики, виступаючи одночасно її мовою та інструментом пізнання. Вона забезпечує точність, строгість та універсальність фізичних законів, надає потужні методи теоретичного аналізу та моделювання, дозволяє робити передбачення та узагальнення. Глибоке розуміння ролі математики у фізиці є необхідною умовою як для успішного навчання фізики, так і для формування наукового світогляду учнів, їхньої здатності бачити єдність та взаємозв'язок різних галузей знання.

Психологічні механізми засвоєння учнями інтегрованих знань. Вивчення автором навчальної дисципліни «Психологія» та опрацювання різних психологічних джерел [8, 10, 13, 21] свідчить, що процес засвоєння учнями знань є складним психологічним феноменом, що ґрунтується на взаємозв'язку різних когнітивних механізмів: сприйняття, уваги, пам'яті, мислення та уяви. Особливої уваги в контексті нашої магістерської роботи заслуговує проблема засвоєння інтегрованих знань, які об'єднують інформацію з різних предметних галузей, зокрема математики та фізики. Розуміння психологічних механізмів цього процесу є ключовим для розробки ефективних методик навчання, спрямованих на формування цілісної системи знань учнів, підвищення рівня їх предметної підготовки з цих дисциплін.

Згідно з *теорією поетапного формування розумових дій П.Я. Гальперіна*, засвоєння знань проходить кілька послідовних етапів: від певної зовнішньої практичної дії (спостереження, вправа, експеримент) до внутрішньої, розумової (мовленевої) форми. У контексті інтеграції математичних і фізичних знань це означає, що спочатку учень оперує з конкретними фізичними об'єктами та математичними моделями на зовнішньому плані (виконання практичних дій у ході навчального експерименту, аналіз графіків, формул на папері), потім переходить до вербалізації (усного проговорення) зв'язків між певними поняттями, і нарешті внутрішньо усвідомлює ці зв'язки на основі певних розумових операцій (аналіз, синтез, аналогія, порівняння, абстрагування, ідеалізація, класифікація, узагальнення) (рис.1.5).

Психологічні механізми засвоєння учнями інтегрованих знань
(на прикладі математичних і фізичних знань)

теорія діяльності та поетапного формування розумових дій П.Гальперіна
«від певної зовнішньої практичної дії (спостереження, вправа, експеримент)
до внутрішньої, розумової (мовленевої) форми»

- 1 етап: учень оперує з конкретними фізичними об'єктами та математичними моделями на зовнішньому плані (виконання практичних дій у ході навчального експерименту, аналіз графіків, формул на папері);
- 2 етап: перехід до вербалізації (усного проговорення) зв'язків між певними поняттями
- 3 етап: внутрішньо усвідомлює ці зв'язки на основі певних розумових операцій (аналіз, синтез, аналогія, порівняння, абстрагування, ідеалізація, класифікація, узагальнення).

теорія оптимізації навчання Ю.Бабанського
«засвоєння нової інформації через її співвіднесення з наявними знаннями та включення
в існуючу систему понять»

інтеграція математичних і фізичних знань вимагає наявності в учня відповідних «опорних пунктів» – базових понять з обох дисциплін, до яких можна «додати» нову інтегровану інформацію. Наприклад, вміння будувати та аналізувати графіки функцій (математична навичка) безпосередньо переноситься на вміння аналізувати графіки залежності фізичних величин.

теорія управління навчанням П.Атаманчука
«засвоєння нової інформації через її співвіднесення з наявними знаннями та включення
в існуючу систему понять»

інтеграція математичних і фізичних знань передбачає здатність учнів встановлювати міжпредметні зв'язки, переносити ці знання та способи діяльності з одного контексту в інший у ході розв'язання міжпредметних практичних завдань, формування цілісних уявлень про світ

Рис. 1.5. Психологічні механізми засвоєння учнями інтегрованих знань
(на прикладі математичних і фізичних знань)

Згідно з *теорією оптимізації навчання Ю.Бабанського*, нова інформація засвоюється через її співвіднесення з наявними у пам'яті знаннями, через включення в існуючу систему понять. Інтеграція математичних і фізичних знань вимагає наявності в учня відповідних «опорних пунктів» – базових понять з обох дисциплін, до яких можна «додати» нову інтегровану інформацію. Якщо таких опорних пунктів немає або вони слабо сформовані, процес засвоєння інтегрованого матеріалу буде важким і малопродуктивним. Наприклад, вміння будувати та аналізувати графіки функцій (математична навичка) безпосередньо переноситься на вміння аналізувати графіки залежності фізичних величин.

Засвоєння інтегрованих знань з математики і фізики тісно пов'язане з розвитком різних видів мислення учнів (аналітичного, синтетичного,

абстрактного, конкретного), особливо системного, яке дозволяє побачити об'єкт як систему взаємопов'язаних елементів, розуміти ієрархію понять та внутрішню логіку взаємозв'язку між дисциплінами (про це мова піде далі).

Особливості формування асоціативних зв'язків між математичними та фізичними поняттями. На думку багатьох фахівців-педагогів і психологів, асоціативні зв'язки є фундаментом організації знань у пам'яті людини. За визначенням, асоціація – це зв'язок між психічними явищами, при якому актуалізація одного з них викликає появу іншого. Асоціативні зв'язки – це зв'язки, що виникають у мозку між різними об'єктами, поняттями, явищами або подіями, що формуються на основі досвіду, спостережень, спогадів та емоцій. Ці зв'язки суб'єктивно можуть утворювати ланцюжки, коли одне поняття викликає в уяві інше. У контексті навчання математики і фізики асоціативні зв'язки забезпечують певний «місток» між математичними і фізичними поняттями, дозволяють бачити за абстрактними символами конкретні явища та процеси.

Аналіз літературних джерел доводить, що формування міцних асоціативних зв'язків учнів між математичними і фізичними поняттями вимагає, на думку фахівців-педагогів і психологів, виконання певних психолого-педагогічних умов (рис. 1.6). По-перше, *необхідна багаторазовість та різноманітність реалізації зв'язку понять*. Чим частіше і в різних контекстах учень зустрічає поєднання математичного апарату з фізичним змістом, тим міцнішою стає асоціація. Наприклад, поняття похідної має бути пов'язане не лише зі швидкістю (перша похідна координати за часом), а й з прискоренням (друга похідна координати за часом або перша похідна швидкості за часом), а також із силою струму, потужністю – тоді формується узагальнена асоціація «похідна – швидкість зміни певної величини». По-друге, *важлива осмисленість учнями зв'язку*. Механічне запам'ятовування формул без розуміння їхнього фізичного сенсу створює лише поверхневі, нестійкі знання та асоціації. Глибоке розуміння того, чому саме ця математична структура описує дане фізичне явище, формує міцні смислові зв'язки. Наприклад, розуміння того, що площа під графіком швидкості дорівнює переміщенню, має спиратися на усвідомлення зв'язку між інтегруванням як підсумовуванням нескінченно малих величин та фізичним процесом накопичення переміщення. По-третє, *необхідна емоційна насиченість*

процесу навчання. Емоції виступають потужним чинником закріплення асоціацій у пам'яті. Цікавий і наочний експеримент, несподіване відкриття математичного зв'язку понять у фізичному явищі, радість від розв'язання складної задачі – усе це створює позитивний емоційний фон, який сприяє формуванню стійких асоціативних зв'язків у свідомості учнів.

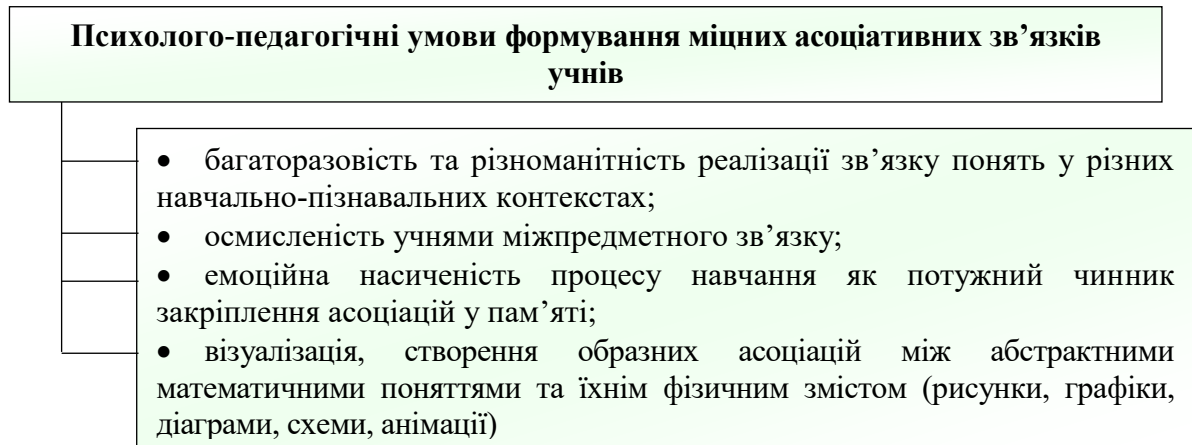


Рис. 1.6. Психолого-педагогічні умови формування міцних асоціативних зв'язків учнів між математичними і фізичними поняттями

Особливу роль у формуванні асоціацій відіграє *візуалізація*. Рисунки, графіки, діаграми, схеми, анімації створюють образні асоціації між абстрактними математичними поняттями та їхнім фізичним змістом. Наприклад, графік параболи миттєво викликає асоціацію з траєкторією руху тіла, кинутого під кутом до горизонту. Синусоїда асоціюється з коливальними процесами. Ці образні асоціації спираються на роботу правої півкулі мозку (що відповідає за емоції, почуття), доповнюючи логіко-аналітичні асоціації лівої півкулі. На думку фахівців-педагогів і психологів, *важливим психологічним механізмом є утворення асоціативних мереж* – складних багатовимірних структур зв'язків між поняттями. У добре організованій когнітивній структурі учня (пам'ять + мислення) математичне поняття пов'язане не з одним, а з множиною фізичних явищ, і кожне фізичне явище, у свою чергу, пов'язане з кількома математичними структурами. Наприклад, поняття «функція» асоціюється з різними видами залежностей фізичних величин, а поняття «рух тіла» пов'язане з функціями координати, швидкості, прискорення, з геометричними поняттями траєкторії, з алгебраїчними рівняннями руху.

Формування асоціативних зв'язків відбувається поступово, проходячи кілька стадій. Спочатку виникають ситуативні асоціації, пов'язані з конкретним контекстом навчання (конкретне якісне питання, практична задача, експеримент). Потім формуються узагальнені асоціації, які виходять за межі конкретної ситуації. Нарешті, утворюються системні асоціації, що відображають глибинні зв'язки між структурами математичного та фізичного знання. Очевидно, що ефективність формування асоціацій залежить від індивідуальних особливостей учнів. Тип пам'яті (зорова, слухова, рухова), стиль мислення (аналітичний чи синтетичний, абстрактний чи конкретний), рівень розвитку просторової уяви, тип характеру (екстраверт, інтроверт) – усі ці чинники впливають на те, які саме асоціації формуються легше і стають більш стійкими. Звичайно, це вимагає від учителя диференційованого індивідуального підходу, використання різноманітних засобів та методів для забезпечення формування асоціацій у всіх учнів. Можна зазначити, що засвоєння інтегрованих математико-фізичних знань є складним психологічним процесом, що спирається на основі переносу знань, формування когнітивних умінь (здатність до аналізу, синтезу, порівняння, аналогії, абстрагування, класифікація, узагальнення), розвиток різних видів мислення. На думку фахівців-педагогів, особлива роль у зв'язку з цим належить формуванню асоціативних зв'язків між математичними і фізичними поняттями, які забезпечують цілісність знань, їхню системність та функціональність. Розуміння цих психологічних механізмів дозволяє вчителю свідомо керувати процесом інтеграції знань з математики і фізики, створювати оптимальні умови для формування в учнів єдиної наукової картини світу.

Роль міжпредметних зв'язків математики і фізики у розвитку мислення учнів.

Реалізація МПЗ у навчальному процесі не лише сприяє кращому засвоєнню учнями предметного змісту обох дисциплін, а й виступає потужним чинником їх інтелектуального розвитку, формування в них різноманітних типів мислення та універсальних пізнавальних умінь. У першу чергу, МПЗ математики і фізики сприяють розвитку *абстрактного мислення учнів*, адже відомо, що математика оперує абстрактними поняттями, символами, структурами, відірваними від конкретних фізичних об'єктів. Фізика ж вивчає реальні явища природи, але для

їхнього опису використовує математичний апарат. Взаємодія цих двох компонентів (абстрактного і конкретного) формує в учнів здатність переходити від реальних об'єктів до їхніх математичних моделей і навпаки, від математичних формул до їхньої фізичної інтерпретації. Наприклад, пізнавальна робота з поняттям похідної спочатку як із суто математичним об'єктом, а потім як із засобом опису миттєвої швидкості, прискорення, сили струму тренує в учнів здатність до абстрагування та конкретизації – важливих операцій мислення.

МПЗ важливі у розвитку *аналітико-синтетичного мислення учнів*. Розв'язування фізичних задач із використанням математичного апарату вимагає аналізу, тобто виділення важливих, суттєвих аспектів, встановлення зв'язків між ними, розкладання складної ситуації на більш прості. Водночас необхідний і синтез – об'єднання окремих математичних співвідношень у цілісну систему рівнянь, інтеграція результатів обчислень у фізичне розуміння явища. Наприклад, під час складання і розв'язання системи рівнянь про рух тіла похилою площиною спочатку у векторному, а потім у скалярному вигляді (у проекціях на вісі OX та OY) дозволяє зрозуміти фізичні причини руху (спокою) та чинників, які на нього впливають. Постійна практика такого аналізу і синтезу при роботі з інтегрованими математико-фізичними задачами розвиває відповідні розумові операції учнів, робить їх більш усвідомленими і продуктивними у практичному плані.

МПЗ є важливим і для формування *системного мислення учнів*, яке характеризується здатністю бачити об'єкт вивчення як систему певних взаємопов'язаних елементів (понять), усвідомлювати і встановлювати між ними зв'язки різного рівня. Коли учень усвідомлює, що математична функція описує залежність між фізичними величинами, що диференціальне рівняння відображає фізичний закон, що геометричні образи відповідають реальним об'єктам і траєкторіям, він бачить систему взаємозв'язків між двома науками. Це формує розуміння науки не як набору ізольованих фактів, а як єдиної системи знань про світ, де кожен елемент має своє місце і зв'язки з іншими елементами.

Важливу роль відіграють МПЗ у розвитку *логічного мислення*. Математика з її чіткими доведеннями, логічними ланцюжками міркувань формує культуру логічного мислення. Фізика застосовує цю логіку до аналізу реальних явищ,

використовує дедуктивні та індуктивні методи пізнання. Коли учень виводить фізичну формулу, використовуючи математичні перетворення та фізичні закони, він одночасно тренує логічне мислення в обох його аспектах – формальному (математичному) і змістовному (фізичному). Особливо цінним є те, що логічні операції набувають смислового наповнення, перестають бути формальними діями з символами.

МПЗ сприяють також розвитку *критичного мислення учнів*. Розв'язуючи фізичну задачу математичними методами, учень має постійно співставляти отриманий математичний результат із фізичним змістом конкретної ситуації, перевіряти його на правдоподібність, аналізувати граничні випадки. Наприклад, отримавши від'ємне значення для відстані, температури (за шкалою Кельвіна) або швидкості, більшої за швидкість світла, учень повинен критично переосмислити хід розв'язання, виявити помилку. Така постійна критична рефлексія формує навичку не приймати результати на віру, а перевіряти їх з різних позицій.

Розвиток творчого мислення учнів також значною мірою стимулюється МПЗ. Пошук нестандартних способів розв'язання задач, які поєднують математичний і фізичний підходи, побудова оригінальних моделей фізичних явищ, знаходження певних аналогій між математичними формулами і фізичними властивостями (процесами) – усе це розвиває креативність, гнучкість мислення учнів, здатність діяти у нестандартних ситуаціях. Важливою є роль МПЗ у формуванні *просторової уяви та образного мислення*. Геометричні інтерпретації фізичних процесів (векторні діаграми сил, графіки і траєкторії руху тіл, температурних залежностей, проходження електричного струму крізь провідники, поширення світла крізь прозорі середовища, зокрема у лінзах і призмах, енергетичні рівні в атомі), використання координатних систем, побудова моделей фізичних об'єктів засобами геометрії – усе це розвиває здатність оперувати просторовими образами, «бачити» абстрактні математичні об'єкти та фізичні процеси в їхній просторовій визначеності.

Вважаємо, що важливим під час реалізації МПЗ математики і фізики є розвиток *алгоритмічного мислення учнів*. Багато фізичних задач розв'язуються за певними алгоритмами, які поєднують фізичний аналіз ситуації та

математичні обчислення. Засвоєння таких алгоритмів, уміння застосовувати їх у нових ситуаціях формують алгоритмічну культуру мислення, що є важливою складовою предметної підготовки учнів, запорукою успішності їх навчання. На нашу думку, МПЗ математики і фізики відіграють ключову роль у розвитку мислення учнів: абстрактного, аналітико-синтетичного, системного, логічного, критичного, творчого, просторового, рефлексивного, алгоритмічного. Ці зв'язки не просто полегшують засвоєння окремих тем курсів математики і фізики, а формують інтелект учнів, розвивають їх творчі здібності, готують до розв'язання складних задач реального життя, що потребують інтеграції знань з математики і фізики.

1.4. Аналіз навчальних програм і підручників з математики та фізики: міжпредметні зв'язки та можливості їх посилення

Аналіз навчальних програм з математики та фізики: міжпредметні зв'язки та можливості їх посилення. Чинні навчальні програми з математики та фізики для 7-11 класів ЗЗСО [20, 23, 34-38] розроблені відповідно до Державного стандарту базової та повної загальної середньої освіти (2020 р.) і реалізують компетентнісний підхід, спрямований на формування ключових та предметних компетентностей учнів. Програми з цих дисциплін побудовані на принципах науковості, систематичності, послідовності та доступності, проте розроблялися окремими авторськими колективами, що зумовило певні особливості їх узгодження.

Програма з математики для 7-9 класів є єдиною, тоді як для 10-11 класів передбачено два рівні: стандарт (3-4 год./тиждень) та профільний (5-6 год./тиждень). Програма з фізики також диференціюється у профільній школі: рівень стандарту (2 год./тиждень) та профільний рівень (5-6 год./тиждень для природничо-математичного профілю). Така структура створює можливості для варіативності освітніх траєкторій учнів, але водночас ускладнює координацію змісту цих дисциплін. Порівняльний аналіз термінології цих шкільних предметів показує, що базові математичні поняття, які використовуються у фізиці, в цілому

узгоджені між програмами. Терміни «величина», «вимірювання», «одиниця виміру», «похибка» мають однакове трактування в обох дисциплінах. Поняття «графік», «координатна площина», «система координат» вводяться у математиці (7 клас) раніше, ніж активно використовуються у фізиці під час вивчення механічного руху, що створює сприятливі умови для міжпредметної інтеграції. Однак існують терміни, які мають специфічне тлумачення у кожній з дисциплін. Ключовим прикладом є поняття «функція». У математиці (7 клас) функцію визначають абстрактно, як відповідність між множинами, через формули виду $y = f(x)$. У фізиці функціональні залежності з'являються (7 клас) у контексті конкретних фізичних процесів: залежність шляху від часу $s(t)$, швидкості від часу $v(t)$. При цьому у фізиці частіше використовують термін «залежність величини від величини», ніж абстрактне поняття функції. Це може створювати когнітивний труднощі для учнів, які не завжди впізнають математичну функцію у фізичній залежності.

Поняття «вектор» також має різні акценти у двох дисциплінах. У математиці (9-10 класи) вектор вводять геометрично, як спрямований відрізок, з подальшим визначенням операцій над векторами (додавання, множення на число, скалярний добуток). У фізиці векторні величини (переміщення, швидкість, прискорення, сила) використовують з 7 класу, причому акцент роблять на фізичному змісті: «вектор – це величина, що має модуль і напрямок». Формальний математичний апарат векторної алгебри учні опановують лише через 2-3 роки після початку використання векторів у фізиці, що змушує вчителя фізики вводити необхідні операції на інтуїтивному рівні.

Термін «похідна» у математичній програмі (10-11 класи) визначають через граничний перехід: як границя відношення приросту функції до приросту аргументу. У фізиці ж поняття миттєвої швидкості (як похідної координати за часом) та миттєвого прискорення (як похідної швидкості за часом) потрібні вже при вивченні кінематики у 9 класі. Через відсутність математичного апарату, учитель фізики змушений оперувати з цими поняттями на якісному рівні або вводити похідну інтуїтивно, як «швидкість зміни величини», що не завжди коректно з математичної точки зору.

Аналіз програм шкільних курсів математики і фізики виявляє як позитивні приклади узгодження послідовності вивчення тем, так і суттєві розбіжності, які ускладнюють реалізацію міжпредметних зв'язків. *До сприятливих моментів реалізації МПЗ цих предметів ми відносимо:*

- лінійна функція та рівномірний рух. У 7 класі учні вивчають лінійну функцію $y = kx + b$, будують і аналізують її графік. У цьому ж класі у фізиці вивчають рівномірний прямолінійний рух, графіки залежності шляху та швидкості від часу. Це створює ідеальні умови для демонстрації практичного застосування лінійної функції: $s = v_{0t} + s_0$ є частковим випадком лінійної функції, а графік руху – це графік лінійної залежності. Така синхронізація дозволяє учням побачити єдність математичного та фізичного опису руху;

- квадратичні рівняння та кінематика. Квадратні рівняння вивчають у математиці у 8 класі, що добре узгоджується з потребами курсу фізики 9 класу, де вони необхідні для розв'язування задач на рівноприскорений рух ($s = v_{0t} + at^2/2$), падіння тіл, балістичний рух. Учні мають змогу застосовувати щойно набуті математичні навички у фізичному контексті;

- пропорційність величин. Пряму та обернену пропорційність детально вивчають у 7 класі, що дозволяє у фізиці оперувати важливими співвідношеннями: сила пружності пропорційна деформації (закон Гука), сила тертя пропорційна силі нормального тиску, тиск обернено пропорційний площі при постійній силі.

Проблемні моменти реалізації МПЗ цих шкільних предметів:

- тригонометрія та коливання. Тригонометричні функції (синус, косинус) детально вивчають у математиці лише в 10 класі (алгебраїчний підхід, властивості, графіки, рівняння). Однак у фізиці 9 класу при вивченні механічних коливань необхідно описувати гармонічні коливання за допомогою синусоїди: $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$. Це створює серйозну проблему: вчитель фізики змушений або відкладати тему коливань, або вводити тригонометричні функції без належного математичного обґрунтування, обмежуючись лише геометричним визначенням через прямокутний трикутник (що вивчається у геометрії 8 класу, але недостатньо для опису періодичних процесів);

– похідна та миттєва швидкість. Поняття похідної формально вивчають у математиці в 11 класі, тоді як у фізиці поняття миттєвої швидкості та миттєвого прискорення є фундаментальними вже в курсі механіки 9 класу. Формули $v = ds/dt$ та $a = dv/dt$ не можуть бути строго обґрунтовані без математичного апарату похідної. Учитель фізики змушений оперувати цими поняттями на інтуїтивному рівні («швидкість у даний момент часу», «граничне значення середньої швидкості»), що створює концептуальну прогалину у розумінні учнів. У старшій профільній школі ситуація дещо покращується, оскільки похідну вивчають у 10-11 класах паралельно з курсом фізики, але у базовій школі ця проблема залишається невирішеною;

– вектори та векторні величини. Систематичний курс векторної алгебри у математиці починається у 9 класі (планіметрія) та продовжується в 10 класі (стереометрія). Проте у фізиці векторні величини (переміщення, швидкість, прискорення, сила) активно використовують з 7 класу. Операції додавання векторів (за правилом паралелограма, трикутника) потрібні при розкладанні сил, знаходженні рівнодійної, додаванні швидкостей. Це змушує вчителя фізики вводити векторний апарат на 1-2 роки раніше математичного курсу, часто без достатнього обґрунтування;

– інтеграл та робота змінної сили. Інтегральне числення вивчають у математиці лише в 11 класі профільного рівня, тоді як обчислення роботи змінної сили (площі під графіком швидкості для знаходження переміщення) потребують інтегрального підходу вже у 9-10 класах. Унаслідок цього вчителі фізики або уникають таких задач, або використовують геометричний підхід (обчислення площі фігур), не вводячи поняття інтеграла;

– степенева функція та фізичні закони. Степеневі залежності ($y = x^n$) систематично вивчають у 10 класі математики, але активно використовують у фізиці раніше: залежність сили тяжіння від відстані $F \sim 1/r^2$ (закон всесвітнього тяжіння, 9 клас), залежність опору провідника від його параметрів, поверхневий натяг. На нашу думку, недостатня математична підготовка учнів ускладнює розуміння цих важливих фізичних закономірностей.

Таким чином проведений порівняльний аналіз свідчить, що чинні навчальні програми з математики та фізики для 7-11 класів мають певний рівень узгодженості термінології та змісту, проте існують суттєві розбіжності у послідовності вивчення ключових тем, що створює певні труднощі для реалізації міжпредметних зв'язків. Найбільш проблемними зонами є тригонометрія (потрібна у фізиці на 1-2 роки раніше), похідна (розрив між фізичною потребою у 9 класі та математичним вивченням у 11 класі), вектори (використання у фізиці випереджає математичне вивчення). Можна зазначити, що оптимізація програм цих шкільних предметів у напрямку кращої координації із збереженням внутрішньої логіки для кожного є актуальним освітнім завданням. Важливим інструментом такої координації можуть стати методичні рекомендації для вчителів щодо реалізації міжпредметних зв'язків, включення прикладних практико-орієнтованих задач до обох курсів, організація співпраці між учителями математики та фізики на рівні основної і старшої школи. Це дозволить підвищити ефективність природничо-математичної освіти, сформувати в учнів цілісне наукове світосприйняття та краще підготувати їх до подальшого навчання у закладах вищої освіти.

Аналіз підручників з математики та фізики: міжпредметні зв'язки та можливості їх посилення. Аналіз чинних підручників з математики для 7-11 класів [20, 23, 34-38] показує, що фізичний контекст у математичних завданнях представлений певним чином нерівномірно.

Алгебра 7-9 класи. У темі «Лінійна функція» підручники містять типові задачі на рух: знаходження відстані, швидкості, часу руху, побудова графіків залежності шляху від часу. Такі завдання становлять приблизно 15-20% від загальної кількості задач теми і добре ілюструють практичне застосування лінійних функцій. Проте ці задачі, на нашу думку, часто носять суто обчислювальний характер і не вимагають глибокого розуміння фізичної суті механічного руху. При вивченні квадратичних функцій та рівнянь фізичний контекст майже відсутній, хоча саме тут доцільно було б включити задачі на рівноприскорений рух, балістику, вільне падіння. Лише окремі підручники (наприклад, Мерзляка [38-40]) містять 2-3 задачі на падіння тіл за формулою $h = h_0 - gt^2/2$, але вони розміщені наприкінці розділу як додаткові, а не як органічна частина навчального матеріалу. Розділ "Пропорційності" містить

класичні фізичні приклади: залежність маси від об'єму ($m = \rho V$), закон Гука ($F = -kx$), закон Ома ($I = U/R$). Однак ці приклади, на нашу думку, більшою мірою подаються формально, без пояснення фізичного змісту зазначених у них величин. Учні виконують обчислення і не завжди усвідомлюють, що працюють з реальними фізичними законами.

Алгебра і початки аналізу 10-11 класи. У темі «Тригонометричні функції» підручники майже не містять задач на механічні та електромагнітні колювання, хоча, на нашу думку, це був би ідеальний контекст для застосування синусоїдальних залежностей. Винятком є 1-2 задачі на описання колювань маятника або колювального контуру, але вони не є обов'язковими. Розділ «Похідна» демонструє найкращу інтеграцію з фізикою. Практично всі підручники містять задачі на знаходження швидкості як похідної координати $v = ds/dt$, прискорення як похідної швидкості $a = dv/dt$. Є приклади задач на миттєву потужність, силу струму, швидкість хімічних реакцій. Проте часто ці задачі згруповані в окремому параграфі «Фізичний зміст похідної». Тема «Інтеграл» містить задачі на обчислення роботи змінної сили, переміщення при змінній швидкості, але їх кількість обмежена (3-5% від загальної кількості). Відсутні задачі на обчислення електричного заряду, що проходить крізь перетин провідника за певний час, імпульсу сили, хоча це все є природним застосуванням інтеграла у фізиці.

Геометрія 7-11 класів. Підручники з геометрії традиційно включають фізичні приклади при вивченні векторів: сили, швидкості, переміщення. Задачі на розклад сили на складові, знаходження рівнодійної, додавання швидкостей присутні в більшості підручників. Проте їх частка невелика, і вони часто подаються як «прикладні», а не як невід'ємна частина векторної алгебри. При вивченні тригонометрії в курсі геометрії 8-9 класів майже відсутні задачі на розклад сил під кутом, хоча це важливе застосування тригонометричних співвідношень у фізиці. У стереометрії (10-11 класи) практично немає задач на обчислення об'ємів з фізичним контекстом (маса тіл через густину та об'єм, вміст речовини у посудинах). Таким чином можна зазначити, що шкільні підручники з математики містять лише 10-15% задач з фізичним контекстом, причому вони часто мають формальний характер і не вимагають глибокого розуміння фізичної суті

відповідних величин. Фізичний контекст використовується часто як ілюстрація, а не як системний засіб формування уявлень учнів про практичне застосування математики. Відсутня система задач, яка б послідовно демонструвала роль математики як мови фізики.

Фізика 7-9 класи [20, 23, 36, 37]. У підручниках активно використовують лінійні залежності для опису рівномірного руху: $s = vt$, графіки залежності шляху та швидкості від часу. Математичний апарат включає пропорційності (пряму та обернену), обчислення за формулами, побудову та читання графіків. Введення поняття густини $\rho = m/V$ демонструє пряму пропорційність маси та об'єму. При вивченні тиску $p = F/S$ показано обернену пропорційність. Підручники використовують квадратичні залежності при описі теплових процесів ($Q = cm\Delta t$), електричних явищ (закон Ома, закон Джоуля-Ленца). Формула для потенціальної енергії $E_p = mgh$ та кінетичної енергії $E_k = mv^2/2$ містить квадратичну залежність від швидкості. Графіки нагрівання та охолодження, плавлення та кристалізації будують та аналізують переважно на якісному рівні.

При вивченні кінематики у 9 класі використовують поняття миттєвої швидкості та прискорення, які математично є похідними: $v = ds/dt$, $a = dv/dt$. Проте підручники змушені обходитися інтуїтивними поясненнями («швидкість у даний момент часу», «середня швидкість на малому проміжку часу»), оскільки похідна формально вивчатиметься лише через 2 роки. Це створює певні труднощі свідомого розуміння учнями цих понять. Формули рівноприскореного руху $v = v_0 + at$ та $s = v_0t + at^2/2$ містять квадратичну залежність, але зв'язок з параболою як графіком квадратичної функції часто не проводиться явно. При вивченні механічних коливань підручник 9 класу містить гармонічні коливання $x = A \sin(\omega t + \phi_0)$, але через відсутність систематичного курсу тригонометрії (він буде лише в 10 класі) змушені обмежуватися якісним описом або геометричною інтерпретацією через проекцію обертання на вісь. Векторна природа сили, швидкості, прискорення підкреслюється, виконують операції додавання векторів (за правилом паралелограма, трикутника), але формальний векторний апарат учні ще не вивчали в математиці, тому засвоюють це переважно інтуїтивно.

Фізика 10-11 класів (рівень стандарту) [20, 23, 36, 37]. На цьому етапі математичний апарат використовується найповніше. Похідна застосовується для опису миттєвих величин, зв'язку кінематичних та динамічних характеристик. Інтеграл використовується для обчислення роботи змінної сили, переміщення при змінній швидкості, електричного заряду через струм. Тригонометричні функції описують гармонічні коливання та хвилі, змінний струм. Однак, на нашу думку, й тут є певні проблеми узгодження: похідну вивчають у 11 класі математики, тоді як курс механіки, де вона потрібна, йде у 10 класі. Підручники часто дублюють математичний матеріал (означення похідної, правила диференціювання) у фізичному контексті, що призводить до дублювання та невиправданих витрат часу. Таким чином, порівняльний аналіз шкільних підручників з математики і фізики свідчить, що підручники з фізики активно використовують математичний апарат, але часто змушені вводити математичні поняття «достроково», на інтуїтивному рівні, що може призводити до поверхневого розуміння учнями як математичних, так і фізичних понять.

Виявлення можливостей для посилення міжпредметних зв'язків шкільних курсів математики і фізики. *На рівні змісту підручників з математики:*

- систематичне включення фізичних задач у кожен тему, а не епізодично. Наприклад, у темі «Квадратична функція» доцільно включити систему задач на рівноприскорений рух, балістику, вільне падіння, де учні будуватимуть параболічні траєкторії, знаходитимуть максимальну висоту, дальність польоту;
- розділ «Похідна» має супроводжуватися не окремим параграфом про фізичний зміст, а системою задач, де похідна природно виникає як швидкість зміни величини: швидкість, прискорення, сила струму, потужність;
- тригонометричні функції варто ілюструвати не лише абстрактними графіками, а й реальними періодичними процесами: коливання маятника, змінний струм, звукові хвилі. Це надасть вивченню тригонометрії практичного сенсу;
- геометричні задачі можуть включати більше ситуацій з фізичним контекстом: обчислення моменту сили (плече сили як перпендикуляр), траєкторії руху (геометричні криві), оптичні системи (побудова зображень у дзеркалах і лінзах через геометрію променів);

- створення наскрізних задач, які супроводжують учня від 7 до 11 класу, поступово ускладнюючись. Наприклад, рух тіла спочатку описується лінійною функцією (рівномірний рух, 7 клас), потім квадратичною (рівноприскорений рух, 9 клас), потім через похідні (змінне прискорення, 10-11 клас).

На рівні змісту підручників з фізики:

- узгодження позначень та термінології з математичними підручниками. Використання однакових позначень для функцій, графіків, векторів, похідних. Посилання на відповідні розділи підручників математики;

- явне підкреслення математичної природи фізичних законів. Наприклад, при вивченні закону Ома $I = U/R$ не просто давати формулу для обчислень, а підкреслити, що це пряма пропорційність між струмом та напругою, лінійна функція, графіком якої є пряма;

- введення «математичних пауз» – спеціальних рубрик, де пояснюється математичний апарат, необхідний для розуміння фізики. Наприклад, при вивченні коливань (9 клас) коротко пояснити синус як функцію кута, періодичність, амплітуду – без акцентів на повний математичний курс, але з достатньою чіткістю;

- включення експериментальних завдань на побудову графіків залежностей з подальшим їх математичним аналізом: визначення типу функції (лінійна, квадратична, обернено пропорційна), знаходження коефіцієнтів, екстраполяція.

Таким чином проведений порівняльний аналіз підручників математики і фізики свідчить, що МПЗ представлені фрагментарно та несистемно. Підручники з математики містять лише 10-15% задач з фізичним контекстом, причому часто формального характеру. Підручники з фізики активно використовують математичний апарат, але змушені випереджувати математичний курс, вводячи поняття на інтуїтивному рівні. Існує значний потенціал для посилення міжпредметних зв'язків через: збільшення частки прикладних задач у математичних підручниках до 30-40% у ключових темах; узгодження термінології та позначень; створення наскрізних задач та проєктів; координацію послідовності вивчення тем. Вважаємо, що посилення МПЗ на рівні підручників є важливою передумовою формування в учнів цілісного наукового світогляду, розуміння єдності математичного та фізичного пізнання природи.

Висновки першого розділу

У першому розділі магістерської роботи проведено теоретичний аналіз проблеми формування міжпредметних компетентностей учнів засобами інтеграції математики та фізики, що дозволило зробити такі висновки:

1. У підрозділі проведено *аналіз історії розвитку ідей МПЗ у педагогіці* засвідчив, що ця проблема є актуальною протягом тривалого часу і набуває особливого значення в умовах сучасної компетентнісно орієнтованої освіти. Уточнено *сутність, функції та класифікацію МПЗ*, зокрема виявлено, що вони становлять *певну систему взаємозалежностей між різними навчальними предметами, що забезпечують взаємопроникнення наукових знань, методів пізнання, методологічних підходів навчання, виховання і розвитку учнів*. МПЗ виконують *пізнавальну, розвивальну, виховну та конструктивну функції*, забезпечуючи формування цілісного наукового світогляду учнів та системності їхніх знань. МПЗ бувають: 1) *змістовно-інформаційні* (за типом навчальної інформації); 2) *операційно-діяльнісні* (за видами практичних умінь і навичок); 3) *організаційно-методичні* (за способами реалізації в освітньому процесі: характером засвоєння, масштабом і рівнем реалізації, формою роботи, регулярністю).

2. У підрозділі *визначено їх сутність* як інтегрованих особистісних утворень, що забезпечують здатність застосовувати знання, уміння і навички з різних предметних галузей для розв'язування навчальних та практичних завдань. Представлено *структуру і зміст предметної компетентності учнів з фізики і математики та структуру і зміст міжпредметної компетентності учнів з математики і фізики*, що включає певні здатності у навчально-пізнавальній діяльності: використовувати математичну мову для опису фізичних явищ, застосовувати математичні методи для аналізу фізичних процесів, будувати та досліджувати математичні моделі фізичних об'єктів. *Виокремлено чотири етапи формування міжпредметних компетентностей учнів з курсів математики і фізики*: когнітивно-накопичувальний (8-9 класи), набуття інтегрованих знань; діяльнісно-процесуальний (10-11 класи) – активне застосування МПЗ у практичній діяльності; рефлексивно-оцінювальний (завершальний) – самооцінка власного рівня міжпредметних компетентностей.

3. У підрозділі висвітлено психологічні механізми засвоєння учнями інтегрованих знань: трансфер (перенесення знань між предметами), асиміляція (включення нових знань у наявну когнітивну структуру), формування асоціативних зв'язків між математичними та фізичними поняттями. Встановлено, що МПЗ сприяють розвитку різних видів мислення учнів: абстрактного, аналітико-синтетичного, системного, логічного, критичного і творчого.

4. У підрозділу виявлено певний рівень узгодженості термінології та змісту *навчальних програм курсів*, а також деякі розбіжності у послідовності вивчення ключових тем, зокрема: тригонометрія (потрібна у фізиці у 9 класі, вивчається у математиці в 10 класі), похідна (необхідна для опису миттєвої швидкості у 9 класі, вивчається в 11 класі), вектори (використовуються у фізиці з 7 класу, систематично вивчаються у математиці з 9 класу). Аналіз шкільних підручників з математики показав, що лише 10-15% завдань мають фізичний контекст, їх часто використовують епізодично, як ілюстрацію, а не як системний засіб демонстрації практичного застосування математики. Підручники з фізики активно використовують математичний апарат, але часто змушені вводити математичні поняття на інтуїтивному рівні, до їх формального вивчення у математиці.

Теоретичний аналіз засвідчив, що формування МП компетентностей учнів засобами інтеграції математики і фізики є складним багатоаспектним процесом, який вимагає: узгодження змісту та послідовності вивчення тем у навчальних програмах; посилення МПЗ на рівні підручників; спеціальної методичної підготовки вчителів; використання адекватних форм, методів та засобів навчання, спрямованих на інтеграцію знань з обох предметів. Результати теоретичного дослідження створюють основу для розробки методичної системи формування МПК учнів засобами інтеграції математики і фізики, що буде висвітлено у 2 розділі роботи.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ВИКОРИСТАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ З ФІЗИЧНИМ КОНТЕКСТОМ У НАВЧАЛЬНОМУ ПРОЦЕСІ

2.1. Математична задача з фізичним контекстом: сутність, функції, дидактичний потенціал

Поняття математичної задачі є центральним елементом шкільного курсу математики та методики її навчання, при цьому одночасно виступає засобом формування математичних знань, практичних умінь та компетентностей учнів. У методиці навчання математики у широкому розумінні математичну задачу трактують як будь-яке завдання, що вимагає виконання певних математичних операцій для отримання результату. Г.П.Бевз визначає математичну задачу як «вимогу знайти щось невідоме за даними умовами, які пов'язують шукані величини з даними» [38-40]. Л.М. Фрідман розглядає задачу як «систему, що обов'язково включає предмет задачі (об'єкти, про які йдеться), відносини між об'єктами та вимогу (питання), яке необхідно виконати» [34]. З.Слепкань визначає математичну задачу як «ситуацію, що вимагає від суб'єкта певних дій, спрямованих на знаходження невідомого на основі використання його зв'язків з відомим за умов, коли суб'єкт зацікавлений у цих діях і не має готового способу їх виконання» [37]. Таке визначення підкреслює проблемний характер задачі, необхідність активної розумової діяльності учня, його мотиваційну складову. Діяльнісний підхід до визначення математичної задачі представлений у роботах О.М.Леонтьєва, який розглядав задачу як «мету діяльності, дану в певних умовах». За цим підходом, задача є не просто текстом або формулюванням, а цілісною ситуацією, яка включає суб'єкта діяльності (учня), його мету (знайти невідоме) та умови, в яких ця мета має бути досягнута. *У контексті компетентнісного підходу математична задача розглядається як дидактичний засіб формування предметних та ключових компетентностей учнів. Задача виступає не лише інструментом перевірки знань, а й засобом їх здобування, розвитку мислення, формування вмінь застосовувати математичні знання у різних ситуаціях.* Отже, математичну задачу визначають найчастіше як навчальну ситуацію, що містить умову (систему даних і відомих відношень між ними),

вимогу (питання про невідоме) та потребує від учня виконання певної послідовності розумових і практичних дій для досягнення мети – знаходження невідомого на основі даного.

Прикладні та контекстні задачі в навчанні математики. Традиційно в методиці навчання математики виділяють абстрактні (суто математичні) та прикладні задачі. Абстрактні задачі як правило не пов'язані з реальними подіями і процесами, частіше вони оперують з математичними об'єктами («знайти корені рівняння», «побудувати графік функції», «довести теорему»). Прикладні задачі навпаки пов'язані з реальним або умовно реальним контекстом, описують ситуації з життя, природи, техніки, інших наук. Поняття «прикладна задача» має кілька трактувань. У широкому розумінні до прикладних відносять усі задачі, в яких використовують поняття, що не є суто математичними (задачі «на рух», «на роботу», «на суміші» тощо). У вузькому розумінні прикладними вважають лише ті задачі, які відображають реальні ситуації і розв'язання яких має практичну цінність.

У сучасній методиці навчання математики набуло поширення поняття «контекстна задача», яке частково перетинається з поняттям «прикладна задача», але має свою специфіку. За визначенням І.Дичківської, *контекстна задача – це задача, умова якої описана мовою однієї з предметних областей (фізики, хімії, біології, економіки, побуту тощо) і для розв'язання якої необхідно перекласти цю умову математичною мовою, побудувати математичну модель* [10]. Ключова особливість контекстної задачі – наявність нематематичного компоненту, який вимагає від учня додаткових знань з відповідної предметної галузі. У контекстній задачі розуміння ситуації вимагає предметних знань, а математика виступає інструментом розв'язання предметної проблеми. Контекстні задачі мають низку дидактичних переваг: вони демонструють практичну значущість математики, сприяють формуванню в учнів цілісної картини світу, розвивають уміння застосовувати знання в нових ситуаціях, підвищують мотивацію до вивчення математики, формують функціональну математичну грамотність. Саме тому контекстні задачі широко представлені в міжнародних дослідженнях PISA, TIMSS, де оцінюється здатність учнів застосовувати математичні знання для розв'язування реальних життєвих проблем. Особливе місце серед контекстних

задач посідають міжпредметні задачі – задачі, які явно спираються на знання з кількох навчальних предметів і вимагають інтеграції цих знань. Математичні задачі з фізичним контекстом є яскравим прикладом таких міжпредметних контекстних задач.

Сутність математичної задачі з фізичним контекстом. Математична задача з фізичним контекстом – це особливий тип навчальної задачі, яка описує фізичну ситуацію (явище, процес, об'єкт) і вимагає застосування математичного апарату для її аналізу, дослідження або знаходження невідомих фізичних величин. На відміну від суто математичної задачі, де оперують абстрактними величинами та об'єктами, задача з фізичним контекстом оперує конкретними фізичними величинами (швидкість, сила, енергія, температура тощо), які підпорядковуються не лише математичним, а й фізичним законам. *На відміну від типової фізичної задачі, де акцент робиться на застосуванні фізичних законів, у математичній задачі з фізичним контекстом акцент зміщується на математичний аналіз фізичної ситуації: побудову математичної моделі, дослідження функціональних залежностей, використання геометричних та алгебраїчних методів.* Аналіз літературних джерел дозволяє виділити основні сутнісні характеристики математичної задачі з фізичним контекстом:

- *двопредметність:* задача одночасно належить до математики (за способом розв'язання) і до фізики (за змістом). Для її успішного розв'язання учень має володіти як математичним апаратом, так і фізичними знаннями;
- *моделювальний характер:* розв'язання таких задач передбачає побудову математичної моделі фізичної ситуації – перехід від опису фізичного явища до системи математичних співвідношень (рівнянь, нерівностей, функцій);
- *інтегративність:* задача природно інтегрує знання з математики та фізики, демонструє їх взаємозв'язок та взаємодоповнюваність;
- *прикладна спрямованість:* задача демонструє практичне застосування математики для пізнання фізичних закономірностей природи;
- *семантична складність:* умова задачі описана мовою фізики, що вимагає від учня перекладу фізичної інформації на математичну мову.

Прикладами математичних задач з фізичним контекстом різного рівня складності, на нашу думку, можуть бути такі:

Базовий рівень (7 клас): Автомобіль рухався 2 години зі швидкістю 60 км/год, а потім ще 3 години зі швидкістю 80 км/год. Знайти шлях та середню швидкістю автомобіля. Побудувати графік залежності пройденого шляху від часу.

Середній рівень (9 клас): Тіло кинуто вертикально вгору з початковою швидкістю 20 м/с. Висота, на якій знаходиться тіло в момент часу t , описується формулою $h(t) = 20t - 5t^2$. Знайдіть максимальну висоту підйому тіла та час, через який воно впаде на землю.

Високий рівень (11 клас): Сила опору повітря, що діє на рухоме тіло пропорційна квадрату швидкості: $F = kv^2$. Знайдіть роботу сили опору на шляху від точки з координатою x_1 до точки з координатою x_2 , якщо швидкість тіла змінюється за законом $v(x) = v_0 - ax$.

З урахуванням зазначеного вище, очевидно, що структура математичної задачі з фізичним контекстом (рис.2.1) є складнішою, ніж структура типової математичної задачі, оскільки включає як математичні, так і фізичні компоненти, зокрема такі елементи, як: **фізична система** (тіла, процеси, поля, взаємодії), **фізичні величини** – характеристики системи (швидкість, маса, сила, температура, тиск тощо), **фізичні закони і закономірності** про поведінку системи (рівномірного і рівноприскореного руху, Ньютона, Архімеда, збереження імпульсу та механічної енергії, газові, термодинаміки, Кулона, Ома, Фарадея, геометричної і хвильової оптики, фотоефекту, постулати Бора, правила зміщення тощо); **початкові і граничні умови** (значення величин у початковий момент часу або в певних точках простору); **фізичну вимогу** (питання про невідому фізичну величину або характеристику процесу).

Математична складова задачі з фізичним контекстом може включати такі елементи, як: **математичні об'єкти** (числа, змінні, функції, рівняння, що описують фізичні величини та їх зв'язки), **математичні відношення** (рівності, нерівності, функціональні залежності між величинами), **математичні методи**, необхідні для розв'язання (алгебраїчні перетворення, розв'язування рівнянь, дослідження функцій, геометричні побудови), **математичну вимогу** (завдання щодо знаходження невідомих величин, побудови графіків, доведення залежностей та ін.).



Рис. 2.1. Структура та етапи розв'язання математичної задачі з фізичним контекстом

Розв'язання математичної задачі з фізичним контекстом очевидно включає в себе як фізичний, так і суто математичний компоненти, зокрема: 1) **аналіз фізичної ситуації** (усвідомлення фізичної суті явища, виділення суттєвих факторів, нехтування несуттєвими); 2) **формалізація (математизація)**, тобто перехід від фізичного опису до математичної моделі, побудова за потреби рисунків, графіків, запис фізичних законів у математичній формі; 3) **математичне розв'язання** (застосування математичних методів до отриманої моделі); 4) **аналіз та інтерпретація результату** (аналіз фізичного змісту отриманого результату та його відповідність реальності). Очевидно, що подвійна структура таких задач потребує від учня не лише математичних та фізичних знань, але й умінь їх практичного застосування, інтеграції цих знань, переходу між різними мовами опису (фізичною та математичною), побудови «мостів» між предметними областями. На нашу думку, системне використання таких задач в освітньому процесі з математики і фізики сприятимуть реалізації таких основних дидактичних функцій завдань з фізичним контекстом:

- **мотиваційна** (ілюструє практичну значущість математики у розв'язанні різноманітних практичних завдань. Розуміння того, що за допомогою математики можна описати взаємодію тіл, політ ракети, коливання маятника, розповсюдження електричного струму провідником, поширення простором звуку і світла, підвищує інтерес учнів до вивчення математики, надає йому особистісного сенсу;

- **пізнавальна** (сприяє засвоєнню учнями нових знань як з математики, так і з фізики; сприяють конкретизації математичних понять під час аналізу реальних явищ. Наприклад, поняття похідної як абстрактної математичної операції набуває конкретного змісту, коли учні усвідомлюють її як швидкість зміни фізичної величини. Водночас фізичні закони краще розуміються через їх математичний опис: графік залежності швидкості від часу "говорить" про рух більше, ніж словесний опис);

- **інтегративна** (реалізують МПЗ математики і фізики, демонструють єдність наукового знання, формують у школярів цілісну картину світу. Учні усвідомлює, що математика і фізика – не ізольовані дисципліни, а взаємопов'язані галузі єдиної системи наукового пізнання);

- **розвивальна** (сприяють розвитку інтелекту та різних видів мислення учнів: абстрактне (робота з математичними моделями), конкретне (наповнення абстракцій фізичним змістом), аналітичне (виділення суттєвих зв'язків), синтетичне (побудова цілісної моделі), системне (бачення взаємозв'язків), критичне (оцінка правдоподібності результату);

- **прикладна** (демонструють застосування математики для розв'язування реальних проблем, формують уміння використовувати математичні знання в практичних ситуаціях, що наближає навчання до життя, до розв'язування задач у подальшому навчанні та майбутній професійній діяльності);

- **діагностична та контролююча** (дозволяють оцінити не лише знання учнів з математики, але й здатність застосовувати ці знання в нових, нестандартних ситуаціях, що є показником сформованості компетентностей. Такі задачі виявляють глибину розуміння учнями математичних понять, уміння переносити знання з однієї галузі в іншу, рівень розвитку міжпредметних компетентностей).

На нашу думку, математичні задачі з фізичним контекстом є ключовим засобом формування міжпредметних компетентностей учнів, оскільки саме в

процесі їх розв'язування реалізується інтеграція знань, умінь та досвіду діяльності з відповідних предметів. Відповідно до визначених нами у першому розділі структури і змісту міжпредметної компетентності учнів (на прикладі математики і фізики, підрозділ 1.2, рис. 1.4) розв'язання математичних задач з фізичним контекстом комплексно сприяє на формування всіх зазначених компонентів між предметної компетентності учнів, зокрема:

1) формування когнітивного компонента міжпредметних компетентностей учнів відбувається через засвоєння інтегрованих знань. Розв'язуючи задачі з фізичним контекстом, учні усвідомлюють, що лінійна функція описує рівномірний рух, квадратична – рівноприскорений рух і параболічну траєкторію, похідна – миттєву швидкість, інтеграл – переміщення при змінній швидкості. Ці знання не є простою сумою математичних та фізичних знань, а якісно новим утворенням – розумінням математики як мови опису фізичних явищ. У ході розв'язання математичних задач з фізичним контекстом формуються асоціативні зв'язки між математичними та фізичними поняттями: графік функції асоціюється з графіком руху, похідна – зі швидкістю зміни величини, площа під графіком – з переміщенням, вектор – з фізичними векторними величинами (сила, швидкість). Ці асоціації забезпечують міцність та системність знань.

2) формування діяльнісного компонента міжпредметних компетентностей учнів здійснюється через розвиток комплексу практичних умінь і конкретних дій:

- аналізувати реальну фізичну ситуацію та виділяти суттєві для математичного опису її характеристики;
- будувати математичну модель фізичного явища (записувати фізичні закони у математичній формі, вводити змінні, знаходити функціональні залежності);
- застосовувати математичні методи для дослідження моделі (розв'язувати рівняння, аналізувати функції, будувати графіки, виконувати геометричні побудови);
- інтерпретувати математичні результати у фізичних термінах, надавати їм фізичного змісту;
- оцінювати адекватність моделі та результатів, перевіряти їх на відповідність фізичній реальності.

З нашої точки зору, ці уміння загалом є універсальними і можуть бути перенесені на інші міжпредметні ситуації, що робить їх цінним компонентом загальної функціональної грамотності учнів.

3) формування мотиваційно-ціннісного компонента міжпредметних компетентностей учнів відбувається через усвідомлення цінності МПЗ, розуміння єдності наукового знання. Учні, які успішно розв'язують задачі з фізичним контекстом, відчують впевненість і задоволення від можливості застосувати математику для пізнання реальних явищ, що формує позитивне ставлення як до математики, так і до фізики. Це формує пізнавальний інтерес до виявлення нових зв'язків між предметами, до математичного моделювання різних процесів.

Задачі з фізичним контекстом мають бути представлені системно на всіх етапах навчання математики від 7 до 11 класу з наростанням складності. У 7 класі – прості задачі на рух, що ілюструють прямі зв'язки математики і фізики (лінійна функція і рівномірний рух). У 8-9 класах – задачі, що вимагають застосування більш складного математичного апарату (квадратичні функції, системи рівнянь, векторів) – на рівноприскорений рух, коливання, теплові процеси. У 10-11 класах – складні задачі дослідницького характеру, що вимагають самостійного дослідження ситуацій з використанням похідної, інтеграла, тригонометрії для аналізу явищ взаємодії і динаміки тіл, електромагнетизму, коливань та хвиль.

Як відомо, система засобів навчання математики включає різноманітні освітні ресурси та компоненти: підручники, задачники, дидактичні матеріали, наочні посібники, технічні засоби, електронні ресурси. Математичні задачі є ключовим елементом цієї системи, а задачі з фізичним контекстом посідають в ній особливе місце. Як показав аналіз, проведений у першому розділі (підрозділ 1.4), сучасні шкільні підручники математики містять лише 10-15% таких задач з фізичним контекстом, причому часто вони зосереджені в окремих параграфах або наприкінці розділів як «прикладні» або «додаткові». На нашу думку, це відносить їх до статусу необов'язкових, другорядних. Вважаємо, що доцільним є органічне включення задач з фізичним контекстом у кожен тему шкільного курсу математики, де це методично виправдано, збільшення їх частки до 30-40% у темах, що мають пряме застосування у фізиці (функції, похідна, інтеграл, векторна алгебра, тригонометрія).

На нашу думку, існує потреба у створенні спеціальних збірників задач з фізичним контекстом для уроків математики, структурованих за темами математичного курсу, з градацією за рівнем складності. Такі задачники мають супроводжуватися методичними коментарями для вчителів щодо можливостей їх використання на різних етапах уроку, для різних дидактичних цілей. Доречними будуть різноманітні дидактичні роздаткові матеріали: такі картки із задачами з фізичним контекстом можна використовувати під час індивідуальної, парної, групової роботи на уроках математики. Доцільно створювати диференційовані комплекти задач різних рівнів складності для реалізації особистісно орієнтованого підходу. Сучасні цифрові технології відкривають нові можливості для роботи з задачами з фізичним контекстом. Інтерактивні симуляції фізичних процесів (PhET, Algodoo) дозволяють учням спостерігати фізичне явище, змінювати певні параметри, встановлювати і досліджувати закономірності, будувати графіки залежностей, а потім переходити до математичного моделювання. Онлайн-задачники з автоматизованою перевіркою, навчальні відео, що демонструють розв'язання складних міжпредметних задач, – усе це розширює арсенал засобів навчання.

Задачі з фізичним контекстом можуть використовуватися на уроках різного типу та у різних формах роботи:

- ❖ *на уроках вивчення нового матеріалу* (для мотивації, підвищення пізнавального інтересу учнів, ілюстрації важливості розуміння і застосування нових математичних понять);

- ❖ *на уроках розвитку практичних умінь і навичок учнів* (для відпрацювання умінь застосовувати математичні поняття та апарат у нових навчально-пізнавальних ситуаціях);

- ❖ *на уроках систематизації та узагальнення знань учнів* (для об'єднання, приведення в систему набутих знань, демонстрації МПЗ, цілісності наукових знань, опису навколишнього світу);

- ❖ *на інтегрованих бінарних уроках математики і фізики* (як основний навчально-пізнавальний дидактичний матеріал, інструмент набуття нових знань, розвитку практичних умінь і навичок учнів);

- ❖ у проєктній діяльності (як основа у плануванні і реалізації міжпредметних дослідницьких проєктів учнів);
- ❖ у позакласній роботі (для проведення занять шкільного гуртка, факультативу, підготовки учнів до олімпіад, конкурсів МАН України тощо).

Очевидно, ефективність використання таких задач значною мірою залежить від професійної компетентності, методичної майстерності, рівня власної мотивації вчителя. Вважаємо, що важливо в освітньому процесі не просто пропонувати учням задачі, а організовувати обговорення фізичної суті кожної конкретної навчальної ситуації, звертати увагу учнів на зв'язки умови задачі та відповідної ситуації з вивченим матеріалом з фізики, обговорювати з учнями математичну природу отриманих рівнянь і фізичних законів, стимулювати учнів до самостійного виявлення міжпредметних зв'язків математики і фізики. Власний педагогічний досвід автора свідчить, що математичні задачі з фізичним контекстом є важливим і потужним дидактичним засобом, який комплексно впливає на рівень успішності учнів та їх особистісний розвиток, а тому він має бути органічно інтегрований у систему навчання математики на всіх етапах шкільної освіти. Цілеспрямоване, систематичне та методично грамотне використання таких задач є важливим чинником формування міжпредметних компетентностей учнів з математики і фізики, розвитку їхнього наукового світогляду та загального рівня освіченості, розвитку і виховання.

2.2. Класифікація та критерії відбору математичних завдань з фізичним змістом

Математичні задачі з фізичним контекстом, очевидно, можуть бути різноманітними за своєю природою і дидактичним призначенням. Для їх ефективного реального використання необхідно розібратися у їх видах і типах, тобто провести чітку класифікацію. Остання має враховувати різні аспекти цих задач: предметний зміст, використаний математичний апарат, дидактичні функції, рівень складності тощо. Розроблена у сучасній методиці навчання математики система класифікації таких задач допомагатиме вчителю свідомо добирати їх

відповідно до конкретних педагогічних цілей уроку, етапу навчання, рівня базової фізико-математичної підготовки учнів. На думку фахівців-педагогів, важливим і водночас непростим завданням є визначення самих критеріїв відбору задач (тобто ключової ознаки їх поділу), які визначають їх педагогічну доцільність та ефективність у формуванні міжпредметних компетентностей учнів. На основі аналізу навчально-методичних джерел з математики і фізики нами було запропоновано таку класифікацію математичних задач з фізичним контекстом

Перший критерій (за змістом, тобто розподіл за розділами і темами ШКФ), згідно яким математичні задачі з фізичним змістом поділяють на:

Задачі з механіки

- *кінематики*: рівномірний та рівноприскорений рух, графіки руху, траєкторії, відносний рух (використовують лінійні та квадратичні функції, графіки, векторну алгебру). *Приклад: «Автомобіль рухався протягом 2 год зі швидкістю 60 км/год, потім 3 год зі швидкістю 80 км/год. Побудуйте графік залежності пройденого шляху від часу та знайдіть середню швидкість»;*

- *динаміки*: закони Ньютона, сили, рівновага тіл, момент сили (використовують системи рівнянь, векторну алгебру, геометрію). *Приклад: «Сила пружності пружини пропорційна її деформації: $F = kx$. При якій деформації сила пружності дорівнює 100 Н, якщо коефіцієнт жорсткості $k = 500$ Н/м? Побудуйте графік залежності $F(x)$ »;*

- *закони збереження*: енергія, імпульс, робота та потужність (використовують функціональні залежності, похідну, інтеграл). *Приклад: «Потужність двигуна змінюється за законом $P(t) = 100 + 20t$ (Вт). Знайдіть роботу, виконану двигуном за перші 10 секунд»;*

- *коливання та хвилі*: гармонічні коливання, математичний та фізичний маятники, хвильові процеси (використовують тригонометричні функції, похідну). *Приклад: «Координата коливального руху описується рівнянням $x = 0,05 \sin(4\pi t)$. Знайдіть амплітуду, період, частоту коливань та максимальну швидкість».*

Задачі з теплових явищ (термодинаміки) включають:

- *теплообмін, теплову рівновагу, агрегатні перетворення речовини* (лінійні функції, графіки нагрівання-охолодження);

- *молекулярно-кінетична теорія, газові закони* (пропорційності, гіпербола, поверхні у просторі);
- *термодинамічні процеси, робота газу* (графіки процесів, площа під кривою, інтеграл). Приклад: «Тіло нагрівається від 20°C до 100°C за 10 хвилин. Температура змінюється за лінійним законом. Запишіть рівняння залежності температури від часу та побудуйте графік».

Задачі з електромагнетизму охоплюють:

- *електростатику*: закон Кулона, напруженість і потенціал поля (обернена квадратична залежність, векторна алгебра);
- *постійний струм*: закон Ома, послідовне і паралельне з'єднання провідників, робота і потужність струму (лінійні залежності, системи рівнянь, квадратична функція). Приклад: «Залежність напруги на конденсаторі від часу при його розряді описується функцією $U(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$. Знайдіть час, за який напруга зменшиться вдвічі, якщо $RC = 5$ с»;
- *електромагнітну індукцію*, самоіндукція, правило Ленца (похідна, експоненціальна функція);
- *електромагнітні коливання та хвилі*: коливальний контур, змінний струм (тригонометричні функції).

Задачі з оптики включають:

- *геометрична оптика*: відбивання і заломлення світла, побудова зображень у лінзах і дзеркалах (геометричні побудови, подібність трикутників, тригонометрія). Приклад: «Промінь світла падає на межу розділу двох середовищ під кутом 30°. Знайти кут заломлення, якщо показник заломлення $n = 1,5$ »;
- *хвильова оптика*: дисперсія, інтерференція, дифракція, поляризація світла (тригонометрія, геометрична прогресія).

Задачі з атомної та ядерної фізики включають:

- *фотоефект, будова атома* (лінійні та обернені залежності);
- *радіоактивний розпад атома* (показникова функція, логарифми). Приклад: «Кількість радіоактивної речовини зменшується за законом $N(t) = N_0 \cdot 2^{-(t/T)}$, де T – період напіврозпаду. За який час кількість речовини зменшиться у 8 разів, якщо $T = 10$ років?»;

- *ядерні реакції, дефект мас* (системи рівнянь, пропорції).

На нашу думку, така природна класифікація задач з точки зору їх змісту дозволяє вчителю математики орієнтуватися в тому, які розділи фізики можуть бути джерелом контексту для математичних задач, а вчителю фізики – усвідомлювати, який математичний апарат необхідний для кращого вивчення певного розділу курсу.

Другий критерій (за типом математичного апарату, тобто які розділи математики використовуються для їх розв'язання), згідно яким математичні задачі з фізичним змістом поділяють на:

Алгебраїчні задачі, що включають:

- задачі на складання та розв'язування лінійних рівнянь та їх систем (рівномірний рух, закон Ома, теплообмін);
- задачі на квадратні рівняння (рівноприскорений рух, балістика, механічна енергія);
- задачі на раціональні рівняння (відносний механічний рух, електричні кола, оптика лінз);
- задачі на прогресії (радіоактивний розпад, послідовні процеси переважно у кінематиці);
- задачі на пропорційності та відсотки (ККД, втрати енергії).

Геометричні задачі, що використовують апарат планіметрії та стереометрії:

- *задачі на векторну алгебру* (розклад сил, відносність руху і додавання швидкостей, напруженість поля);
- задачі на тригонометрію в прямокутному трикутнику (розклад сил, рівновага важеля, заломлення світла);
- *стереометричні задачі* (об'єм і маса тіл, розподіл електричних і магнітних полів у просторі).

Тригонометричні задачі, що базуються на властивостях тригонометричних функцій:

- *задачі на гармонічні коливання* (математичний і пружинний маятник, електричний коливальний контур);

- *задачі на періодичні процеси* (обертальний рух, коливальний рух, змінний струм);
- *задачі на хвильові процеси* (поширення звуку, світла простором).

Задачі на функції та графіки, що передбачають:

- *побудову графіків залежності фізичних величин* (графіки механічного руху, газових ізопроцесів у термодинаміці, залежності сили електроструму від напруги та ін.);
- *дослідження властивостей функцій* (монотонність, екстремуми, асимптоти у фізичному контексті, знаходження значень функції та аргументу за графіком);
- *визначення типу функціональної залежності за експериментальними даними.*

Задачі математичного аналізу (для старшої школи):

- *задачі на похідну* (миттєва швидкість, прискорення, сила електроструму, потужність);
- *задачі на інтеграл* (робота змінної сили, переміщення при змінній швидкості, електричний заряд, імпульс сили).

Вважаємо, що ця класифікація за другим критерієм особливо важлива для вчителя математики, оскільки дозволяє добирати задачі відповідно до теми уроку математики: при вивченні квадратних рівнянь – задачі на рівноприскорений рух, при вивченні похідної – задачі на миттєву швидкість тощо. У контексті тематики нашої кваліфікаційної роботи вважаємо важливою класифікацію математичних задач з фізичним змістом за таким критерієм:

Третій критерій (за етапами формування міжпредметних компетентностей учнів), за яким ці задачі можна поділити на:

– *ознайомлювальні (мотиваційно-орієнтувальні) задачі* (7 клас) призначені для першого знайомства з міжпредметними зв'язками, усвідомлення можливості застосування математики у фізиці. Вони прості, наочні, з очевидним зв'язком математики і фізики. Наприклад: задачі на рівномірний рух з побудовою графіків, де графік функції $s = vt$ є одночасно графіком руху;

– *тренувальні (накопичення знань, відпрацювання умінь і навичок) задачі* (8-9 класи) спрямовані на накопичення досвіду застосування різноманітного математичного апарату до фізичних ситуацій, формування зв'язків між математичними і фізичними поняттями у різних контекстах. Наприклад: серія задач на квадратичні функції з кінематики, перетворення механічної енергії, енергії електромагнітного поля коливального контур, оптики;

– *творчі (діяльнісно-процесуальні) задачі* (10-11 класи), які вимагають самостійного застосування учнями інтегрованих знань, побудови моделей реальних фізичних ситуацій, дослідження складних систем. Наприклад: побудувати математичну модель руху тіла з урахуванням опору повітря або згасаючих коливань, дослідити вплив параметрів на характер руху, змодельовати процес у цифровому середовищі.

Очевидно, що математичні задачі з фізичним контекстом можна класифікувати також за такими критеріями: рівнем складності та типом пізнавальної діяльності учнів. За останнім критерієм задачі можна поділити на:

- *репродуктивні (алгоритмічні) задачі* – передбачають застосування відомого алгоритму розв'язання у типовій ситуації. Учень має розпізнати тип задачі та застосувати відповідну формулу чи метод. Фізична ситуація проста і добре знайома з курсу фізики. Приклад: «Автомобіль рухався 2 год зі швидкістю 60 км/год. Який шлях він подолав?» (Пряме застосування формули $s = vt$, побудова простого графіку);

- *частково-пошукові (евристичні) задачі* – вимагають певної модифікації відомих способів або комбінування кількох методів. Учень має самостійно обрати підхід до розв'язання, встановити зв'язки між величинами. Фізична ситуація дещо ускладнена, може містити зайві дані або неявно задані умови. Приклад: «Тіло кинуто вертикально вгору з початковою швидкістю 20 м/с. Висота описується функцією $h(t) = 20t - 5t^2$. На якій висоті швидкість тіла зменшиться вдвічі?» (Потрібно знайти швидкість як похідну, прирівняти до 10 м/с, розв'язати рівняння, підставити час у формулу висоти);

- *дослідницькі (творчі) задачі* – не мають готового алгоритму розв'язання, потребують самостійного побудови математичної моделі, аналізу різних підходів,

дослідження залежностей. Фізична ситуація може бути нестандартною, відкритою (кілька варіантів відповіді), потребувати додаткових припущень або спрощень. Приклад: «Дослідити залежність дальності польоту тіла, кинутого під кутом до горизонту, від кута кидання. При якому куті дальність максимальна? Як змінюється відповідь, якщо враховувати опір повітря (пропорційний швидкості)?» (Потребує побудови функції $L(\alpha)$, дослідження її на екстремум, якісного аналізу впливу додаткових факторів)

Наведена класифікація визначає послідовність введення задач міжпредметного змісту у навчальний процес: від репродуктивних (засвоєння базових зв'язків) через частково-пошукові (розвиток самостійності) до дослідницьких (формування творчої компетентності).

Критерії відбору математичних задач з фізичним контекстом. Для забезпечення якості та ефективності задач з фізичним контекстом необхідна система критеріїв їх відбору, яка включає як загально-дидактичні, так і специфічні для міжпредметних задач вимоги.

1). Загально-дидактичні критерії відбору навчальних міжпредметних задач:

- *науковість* – задача має базуватися на достовірних наукових фактах, коректно відображати фізичні закономірності. Недопустимі спрощення, що спотворюють фізичну суть явища;
- *доступність* – відповідність рівню математичної та фізичної підготовки учнів даного віку та класу. Задача не повинна містити понять або методів, які ще не вивчалися;
- *систематичність* – задача має органічно вписуватися в систему завдань теми, забезпечувати наступність і поступовість ускладнення;
- *зв'язок з життям* – бажано, щоб задача мала практичну значущість, була зрозумілою і цікавою для учнів, відображала реальні ситуації або сучасні технології;
- *виховний потенціал* – задача може сприяти формуванню світогляду, екологічної культури, патріотизму (задачі про досягнення вітчизняної науки), профорієнтації.

2). Специфічні критерії для завдань з фізичним контекстом:

– *науковість та достовірність фізичного змісту.* Фізичні величини, закони, процеси, описані в задачі, мають бути науково коректними. Числові дані мають відповідати реальності (наприклад, швидкість автомобіля не може бути 500 км/год, густина заліза – не 1000 кг/м³). Фізичні закони мають застосовуватися в межах їх справедливості (закони класичної механіки – для малих швидкостей, закон Ома – для металевих провідників тощо);

– *відповідність віковим особливостям та рівню підготовки учнів.* Фізична ситуація має бути зрозумілою учням даного віку. Для 7 класу – прості, наочні явища (рух, нагрівання), для 10-11 класів – можливі більш абстрактні процеси (електромагнітні коливання, квантові явища). Математичний апарат має відповідати програмі: для 7-8 класів – лінійні та квадратичні функції, для 10-11 класів – похідна, інтеграл, тригонометрія;

– *узгодженість з навчальними програмами з математики та фізики.* Задача має використовувати тільки ті математичні та фізичні поняття, які вже вивчені або вивчаються паралельно. Найкраще, коли математичний апарат вже засвоєний на уроках математики, а фізична ситуація – знайома з уроків фізики. Це забезпечує можливість зосередитися на міжпредметних зв'язках, а не на подоланні прогалин у знаннях;

– *наявність чіткого міжпредметного зв'язку.* Задача має демонструвати не формальний, а сутнісний зв'язок математики і фізики. Математика має виступати не просто засобом обчислень, а інструментом розуміння фізичного явища. Учень має усвідомити, що математична модель адекватно описує реальний фізичний процес;

– *практична значущість та життєва актуальність.* Бажано, щоб задача мала зв'язок з повсякденним життям учнів, сучасними технологіями, актуальними проблемами (екологія, енергозбереження, безпека). Це підвищує мотивацію, демонструє корисність знань з обох предметів;

– *оптимальне співвідношення математичної та фізичної складових.* Задача не повинна бути ні суто обчислювальною (де фізика – лише «обгортка»), ні суто

фізичною (де математика – лише технічний інструмент). Ідеальна задача вимагає розуміння і фізичної суті, і математичних методів, їх органічної інтеграції;

– *можливості різних способів розв'язання*. Цінними є задачі, які можна розв'язати кількома методами (аналітично та графічно, алгебраїчно та геометрично). Це розвиває гнучкість мислення, дозволяє учням обирати зручний для себе спосіб, сприяє глибшому розумінню.

3). Методика конструювання власних задач з фізичним контекстом. Окрім використання готових задач з підручників та задачників, вчитель може конструювати власні задачі, адаптовані до конкретних умов навчання, інтересів учнів. Створення якісних навчальних задач з фізичним контекстом – творчий процес, що вимагає від учителя глибоких знань як з математики, так і з фізики, а також методичної майстерності. Методика конструювання задач включає кілька етапів:

Етап 1. Визначення дидактичної мети. Необхідно чітко усвідомити, для чого створюється задача: для мотивації перед вивченням нової теми, для закріплення певного математичного методу, для контролю засвоєння, для інтегрованого уроку тощо. Від мети залежатиме складність задачі, акцент на математичній чи фізичній складовій, тип питання. Важливими у цьому контексті є такі питання: Що має засвоїти учень, розв'язуючи цю задачу? Яке математичне поняття або метод відпрацьовується? Який фізичний закон або явище ілюструється? Якою має бути складність задачі?

Етап 2. Вибір фізичної ситуації. Обирається реальне фізичне явище або процес, що: відповідає віку та інтересам учнів; має чіткий математичний опис (функціональні залежності, геометричні співвідношення); є цікавим, життєво важливим або актуальним. Джерелами фізичних ситуацій можуть бути: реальні життєві спостереження, новини науки і техніки, історичні факти, експерименти, що виконуються на уроках фізики, цікаві питання учнів.

Етап 3. Побудова математичної моделі. Фізичну ситуацію описують математичною мовою: вводять величини, встановлюють залежності між ними, записують математичні співвідношення (рівняння, нерівності, функції). На цьому етапі часто потрібні спрощення та ідеалізації (нехтування тертям, опором повітря, вважати процес рівномірним тощо).

Етап 4. Формулювання умови та питання. Умова має бути: чіткою та однозначною; стислою, без зайвої інформації; коректною з погляду фізики та математики; мотивуючою (цікавий сюжет, актуальна проблема). Надаються всі необхідні дані з реалістичними числовими значеннями. Формулюється чітке питання, яке не обмежувалося б лише обчисленням, а включало елементи аналізу: «пояснити», «порівняти», «дослідити», «побудувати графік».

Етап 5. Розв'язання та перевірка. Автор обов'язково розв'язує задачу, переконується в коректності умови та можливості розв'язання. Бажано знайти кілька способів розв'язання, передбачити типові помилки учнів.

Етап 6. Підбір числових даних. Числа мають бути реалістичними (швидкість пішохода 5 км/год, а не 50 км/год), зручними для обчислень (краще 60 км/год, ніж 57,3 км/год), не призводити до громіздких обчислень, якщо це не є метою.

4. Адаптація реальних фізичних ситуацій до навчальних завдань. Реальні фізичні процеси часто занадто складні для прямого використання у навчальних задачах. Необхідна їх дидактична адаптація, яка передбачає використання таких прийомів:

- *спрощення моделі.* Реальний процес описується спрощеною математичною моделлю: знехтування другорядними факторами (тертям, опором повітря, теплообміном), лінеаризація нелінійних залежностей, використання середніх значень замість змінних величин. Приклад: реальний рух автомобіля (з прискореннями, гальмуванням, поворотами) спрощується до рівномірного або рівноприскореного руху по прямій;

- *ідеалізація об'єктів.* Реальні тіла замінюються ідеальними: матеріальна точка замість тіла, абсолютно тверде тіло, ідеальний газ, точкове джерело світла тощо;

- *обмеження діапазону параметрів.* Задача розглядається лише в тому діапазоні величин, де справедливі прості закони (малі швидкості для класичної механіки, низькі частоти для електричних кіл тощо);

- *дискретизація неперервних процесів.* Неперервний процес розбивається на окремі етапи: рух з різними швидкостями замість плавної зміни швидкості, ступінчасте нагрівання замість плавного тощо;

– *візуалізація*. Абстрактні фізичні процеси супроводжуються графіками, схемами, діаграмами, що полегшує розуміння та аналіз.

Варто зазначити, що у ході створення або використання математичних задач з фізичним контекстом слід звертати увагу на неприпустимість: нереалістичних числових даних (швидкість велосипедиста 100 км/год., температура води 150°C за нормального тиску, електричний заряд, менший за заряд електрона тощо); застосування законів фізики за межами їх справедливості (формули класичної механіки для швидкостей, близьких до швидкості світла; другий закон термодинаміки для Всесвіту тощо); використання математичного апарату, яким не володіють учні; недостатність або надлишок даних для розв'язання задачі, відсутність зв'язку з раніше вивченим матеріалом, формальний міжпредметний зв'язок. Таким чином, наведена вище у цьому підрозділі класифікація математичних задач з фізичним контекстом за різними критеріями і способами їх відбору є необхідними інструментами для створення вчителем ефективної системи формування міжпредметних компетентностей учнів. Уміння конструювати та адаптувати такі задачі, уникаючи типових помилок, є важливою складовою професійної компетентності вчителя математики та фізики, запорукою ефективності відповідної пізнавальної роботи учнів, підвищення рівня їх навчальних досягнень з цих предметів.

2.3. Методика використання математичних завдань з фізичним контекстом на уроках математики та фізики

Цілі та завдання використання задач з фізичним контекстом. Як було зазначено у попередньому підрозділі, систематичне використання математичних задач з фізичним контекстом у навчальному процесі спрямоване на досягнення комплексу взаємопов'язаних освітніх цілей. Очевидно, що основною метою є формування міжпредметних компетентностей учнів, які забезпечують здатність інтегрувати знання з математики та фізики для розв'язування навчальних та практичних завдань, розуміння математики як універсальної мови опису природних явищ. Конкретними завданнями можна вважати також: розуміння

математичної природи фізичних законів; засвоєння методів математичного моделювання реальних процесів; усвідомлення ролі математики як інструменту пізнання фізичної реальності, розвиток різних видів мислення (абстрактного, системного, критичного), підвищення пізнавального інтересу до математики та фізики через демонстрацію їх практичної значущості, розвиток внутрішньої мотивації до вивчення природничо-математичних дисциплін.

Методичні прийоми роботи із задачами різних типів. На нашу думку, ефективність використання в освітньому процесі задач з фізичним контекстом значною мірою залежить від доцільного вибору методичних прийомів відповідно до типу задачі та дидактичної мети. З урахуванням зазначених у попередньому підрозділі типів таких задач доцільними з нашої точки зору будуть такі методичні прийоми:

- *для репродуктивних задач:* пояснення вчителем зразка розв'язання з коментуванням кожного пізнавального кроку; робота з готовим розв'язанням (знайти помилку, відновити пропущені кроки); відпрацювання за аналогією (розв'язати кілька подібних задач); використання опорних схем та алгоритмів;

- *для частково-пошукових задач:* евристична бесіда (вчитель ставить систему запитань, що підводять до способу розв'язання); робота в парах (учні обговорюють підходи, обмінюються ідеями); аналіз кількох можливих підходів до розв'язання та вибір оптимального; використання методу «мозкового штурму» для генерації ідей;

- *для дослідницьких задач:* проблемна ситуація (учні самостійно формують проблему та шукають шляхи її розв'язання); метод проєктів (довготривала робота над задачею з презентацією результатів); групова дослідницька робота з розподілом ролей; використання засобів комп'ютерного моделювання для перевірки гіпотез; презентація та захист результатів дослідження перед класом.

Організаційні форми навчально-пізнавальної роботи учнів, на нашу думку, теж є важливим у контексті ефективності використання математичних задач з фізичним контекстом, оскільки можуть передбачати:

- ☑ *фронтальна робота* (весь клас працює разом під керівництвом вчителя) доцільна для: розв'язування типових задач з детальним коментуванням усіх

етапів; обговорення складних моментів, спільних для всіх учнів; актуалізації опорних знань перед розв'язуванням нових типів задач; підбиття підсумків, узагальнення способів розв'язування. Очевидно, така форма має як *переваги* (можливість контролювати розуміння всіма учнями, єдиний темп для всіх, економія часу), так і *недоліки* (неможливість врахувати індивідуальні особливості, пасивність частини учнів);

☑ *групова робота* (клас поділяють на малі групи з 3-5 осіб) ефективна для: розв'язування складних задач, що потребують обговорення різних підходів; дослідницьких завдань, де можливий розподіл ролей (хтось будує модель, хтось розв'язує математично, хтось інтерпретує); творчих завдань (міні-проекти); взаємонавчання (сильніші учні допомагають слабшим). Ця форма також має як переваги (активність усіх учнів, розвиток комунікативних навичок, можливість обміну ідеями), так і недоліки (потребує більше часу, можлива нерівномірність участі в роботі членів групи, складність контролю);

☑ *парна робота* (проміжний варіант між груповою та індивідуальною) може включати взаємну перевірку та обговорення способів розв'язування; складання задач один для одного; робота зі слабшим учнем (консультація сильнішого);

☑ *індивідуальна робота* необхідна для: самостійного розв'язування задач для закріплення умінь; контролю та оцінювання; домашніх завдань; підготовки до олімпіад та конкурсів. Очевидно, така форма також має як переваги (темپ відповідає можливостям учня, формується самостійність, об'єктивне оцінювання), так і недоліки (менше можливостей для обговорення, відсутність взаємодопомоги);

☑ *поєднання організаційних форм*, на нашу думку, є найдоцільнішим підходом: урок може починатися з фронтального обговорення задачі в якості зразка, продовжуватися груповою роботою над частково-пошуковими задачами та завершуватися індивідуальним розв'язуванням на закріплення. Вибір форми залежить від типу задачі, етапу навчання, рівня підготовки класу, часових можливостей.

З методичної точки зору важливим також є застосування математичних задач з фізичним контекстом на різних етапах уроку для досягнення конкретних дидактичних цілей уроку:

- *на етапі мотивації та актуалізації знань* (початок уроку): яскрава задача-інтрига, що демонструє необхідність нового математичного апарату; історична задача, що показує, як виникла потреба в певному математичному понятті; практична проблема з життя або техніки, для розв'язання якої потрібні нові знання. Приклад: перед вивченням похідної можна поставити питання: «Як виміряти швидкість у конкретний момент часу, якщо є лише формула залежності шляху від часу?»;

- *на етапі вивчення нового матеріалу*: задачі, що підводять до «відкриття» нового поняття або методу; задачі для ілюстрації застосування щойно введеного апарату; задачі для первинного закріплення в контексті. Приклад: після введення поняття похідної як границі, розглянути задачу на знаходження миттєвої швидкості, що демонструє фізичний зміст похідної;

- *на етапі закріплення знань*: система задач з фізичним контекстом різних рівнів складності для відпрацювання вміння застосовувати новий математичний апарат; задачі для встановлення зв'язків з попереднім матеріалом. Приклад: після вивчення графіків квадратичної функції – серія задач на побудову та аналіз графіків залежності висоти від часу при вільному падінні, при русі тіла, кинутого вертикально;

- *на етапі узагальнення та систематизації знань*: комплексні задачі, що інтегрують знання з кількох тем математики та фізики; дослідницькі завдання, що вимагають застосування різних методів; задачі на порівняння математичних моделей різних фізичних явищ. Приклад: порівняння математичних моделей рівномірного руху (лінійна функція), рівноприскореного руху (квадратична функція) та гармонічних коливань (тригонометрична функція);

- *на етапі контролю*: задачі, що перевіряють сформованість умінь застосовувати математичний апарат у фізичних ситуаціях; комбіновані задачі, що оцінюють рівень міжпредметних компетентностей. Приклад: у контрольній роботі з теми «Похідна» включити 1-2 задачі на знаходження швидкості та прискорення за формулою руху;

– у домашньому завданні: задачі різних рівнів складності для диференційованого закріплення; творчі завдання (скласти власну задачу з фізичним контекстом); підготовчі задачі до наступного уроку. *Важливо:* домашні задачі мають бути доступними для самостійного розв'язування, з можливістю самоперевірки.

Розглянемо приклади математичних задач з фізичним контекстом з урахуванням програм шкільних курсів математики і фізики.

Основна школа. Задачі для 7 класу (пропорції, відсотки у фізичних розрахунках; лінійні рівняння в механіці; побудова й аналіз графіків руху).

Приклад 1 (пропорції і відсотки). Машина рухається рівномірно прямолінійно зі швидкістю 60 км/год. Знайти переміщення авто за 4 години. У скільки разів її переміщення за 4 години буде більшим ніж на 1 годину? Який відсоток складає це переміщення (за 2 год.) у порівнянні з переміщенням за 4 години?

Приклад 2 (лінійні рівняння у механіці). Два тіла рухаються рівномірно прямолінійно назустріч одне одному зі швидкостями 1 і 5 м/с. Початкові координати тіл: $x_{01} = -2$ м; $x_{02} = 4$ м. Записати рівняння руху тіл. Знайти місце і час їх зустрічі.

Розв'язання: $x_1(t) = -2 + t$; $x_2(t) = 4 - 5t$. У момент зустрічі тіл їх координати однакові, тобто: $6t = 6$, $t = 1$ (с), $x = -1$ (м).

Приклад 3 (проблемна, аналіз фізичної ситуації на основі математичної формули). В якому випадку вода здійснює максимальний тиск на днище посудини (рис. 2.2)? Відповідь обґрунтувати.

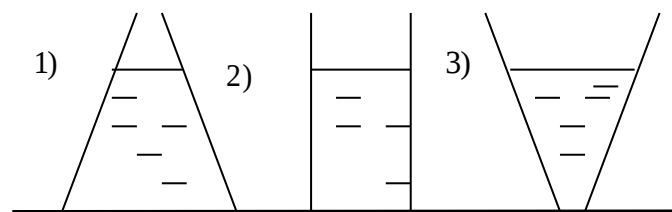


рис. 2.2. Проблемна задача на закон Паскаля

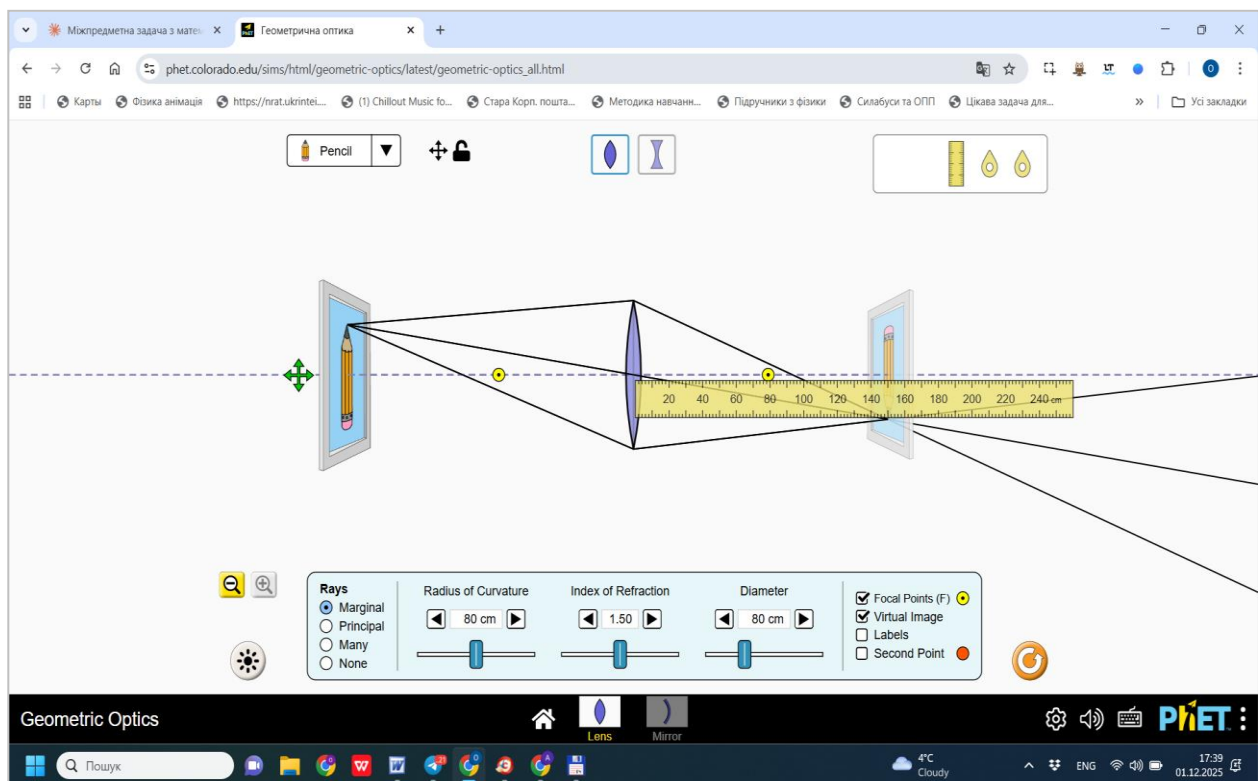
Задачі для 8 класу (квадратні рівняння в механіці, розв'язування системи рівнянь у задачах про теплообмін; формули скороченого множення в оптиці).

Приклад 4 (лінійна і квадратичні рівняння механічний рух тіл). Рівняння руху тіла масою 1 кг має вигляд $x(t) = 3 + 2t + t^2$. Чому дорівнює імпульс тіла в момент часу $t = 1$ с ?

- 1) $1 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$; 2) $2 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$; 3) $3 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$; 4) $4 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$.

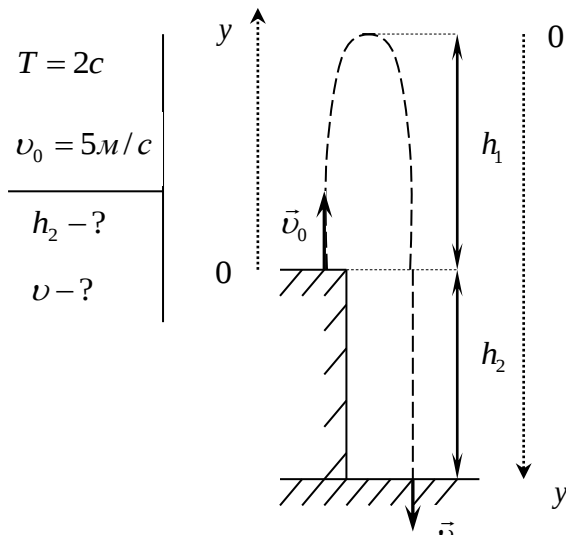
Приклад 5 (система рівнянь про теплообмін). Після занурення у воду з температурою 10°C тіла, нагрітого до 100°C , через деякий час встановилась загальна температура $\theta = 40^\circ\text{C}$. Якою стане температура води, якщо, не виймаючи першого тіла, в неї опустити ще одне таке тіло, нагріте до 100°C ? (55°C)

Приклад 6 (формули скороченого множення в оптиці). За допомогою лінзи з фокусною відстанню 20 см отримано зображення на екрані, віддаленому від лінзи на 1 м. На якій відстані від лінзи перебуває предмет ? Яким буде зображення ? (для розв'язання задачі можна скористатися платформою Phet інтерактивні симуляції https://phet.colorado.edu/sims/html/geometric-optics/latest/geometric-optics_all.html).



Задачі для 9 класу (квадратичні функції та графіки руху; розв'язування квадратних рівнянь у задачах з енергією; арифметична та геометрична прогресії в коливальних процесах)

Приклад 7 (лінійна і квадратичні рівняння, механічний рух тіла). Тіло кинути вертикально вгору зі швидкістю 5 м/с з певної висоти, яке після 2 секунд польоту впало на землю. Визначити початкову висоту тіла і швидкість у момент приземлення.



Рух тіла відбувається в полі тяжіння Землі. Траєкторія руху тіла складається з двох частин: 1) рівносповільнений рух до верхньої точки траєкторії, 2) рівноприскорений рух до землі під дією сили тяжіння. У першому випадку для зручності спрямовуємо координатну вісь ОУ вертикально вгору, для другого – навпаки, вертикально вниз. Користуємось формулами рівнозмінного руху:

$0 = v_{0y} - gt_1$; $t_1 = v_{0y} / g = 0,5(c)$. Час руху тіла з верхньої точки траєкторії до рівня балкону відповідно: $t_2 = t_1 = 0,5(c)$. Звідси час руху на шляху h_2 дорівнює $1(c)$. Знаходимо відстань

$$h_1: \quad h_1 = gt_1^2 / 2 = 1,25(m). \quad \text{Відстань}$$

$$h_1 + h_2 = \frac{g(0,5+1)^2}{2} = 11,25(m). \quad \text{Звідси}$$

$$h_2 = 10(m). \quad \text{Швидкість тіла в момент зіткнення з землею: } v = v_0 + g \cdot 1 = 5 + 10 \cdot 1 = 15(m/c).$$

Приклад 8 (квадратні рівняння про механічну енергію). Вантаж на пружині жорсткістю $1000 \frac{H}{m}$ здійснює коливання з амплітудою 4 см. Знайти кінетичну і потенціальну енергії вагтяжа для фахи $\frac{\pi}{3}$ рад. Коливання відбуваються за законом косінуса. (0,6 Дж; 0,2 Дж)

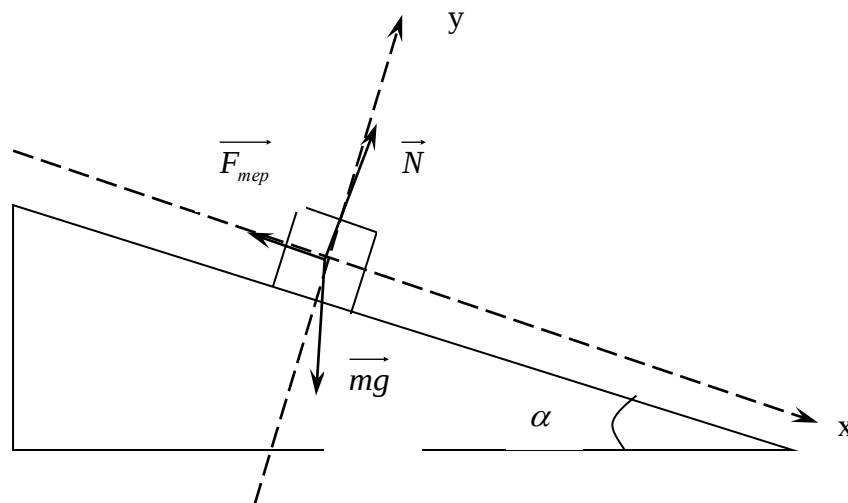
Приклад 9 (арифметична та геометрична прогресії в коливальних процесах). Маятник годинника відхиляється від положення рівноваги на початкову амплітуду 10 см. Через опір повітря кожне наступне коливання має амплітуду на 5% меншу, ніж попереднє. Частота коливань маятника становить 1 Гц (1 коливання за секунду). Знайти: а) амплітуду 10-го коливання; б) через скільки коливань амплітуда стане меншою за 5 см; в) загальний шлях, який пройде маятник за перші 20 коливань; г) скільки разів маятник перетне положення рівноваги, поки амплітуда не зменшиться до 1 см?

Розв'язання: а) амплітуди утворюють геометричну прогресію: $a_1 = 10$ см, $q = 0,95$. Амплітуда 10-го коливання: $a_{10} = 10 \times 0,95^9 \approx 6,3$ см. б) розв'язуємо нерівність $10 \times 0,95^n < 5$, звідки $n > \ln(0,5)/\ln(0,95) \approx 13,5$, тобто після 14-го коливання. в) Шлях за одне коливання $= 4 \times$ амплітуда. Загальний шлях $S = 4(a_1 + a_2 + \dots + a_{20}) = 4 \times 10 \times (1 - 0,95^{20})/(1 - 0,95) \approx 4 \times 10 \times 12,84 \approx 514$ см. г) З $10 \times 0,95^n < 1$ маємо $n > 45$ коливань, маятник перетне рівновагу $45 \times 2 = 90$ разів.

Старша школа. Задачі для 10 класу (похідна в задачах кінематики, векторні методи в механіці, тригонометричні функції у коливаннях; графіки ізопроектів).

Приклад 10 (задача на похідну швидкість-прискорення). Рівняння руху тіла масою 1 кг має вигляд $x(t) = 1 + 4t - 2t^2$. Знайти прискорення і координату тіла у момент, коли його швидкість дорівнює нулю.

Приклад 11 (задача на похилу площину). З яким прискоренням зміщується тіла похилою площиною з кутом нахилу $\alpha = 30^\circ$ якщо коефіцієнт тертя $\mu = 0,2$?



За другим законом Ньютона: $\vec{F} = m\vec{a}$, тобто $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тер} = m\vec{a}$.
 У проекціях на вісі ОХ та ОУ вона має такий вигляд: $mg \cdot \sin \alpha - F_{тер} = ma$
 та $N = mg \cos \alpha$. Звідси виходить:
 $mg \sin \alpha - \mu mg \cos \alpha = ma$, тобто $a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$.
 Після підстановки даних з умови задачі, отримаємо:
 $a = 3,3 (м/с^2)$

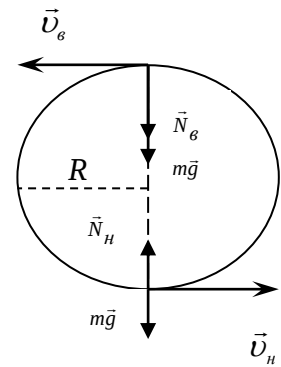
Приклад 12. Задача. Маятник масою m обертається на нитці у вертикальній площині. На скільки сила натягу нитки у нижній точці більше ніж у верхній ?

m	За законами Ньютона система рівнянь руху тіла має вигляд:
$\Delta N - ?$	$\begin{cases} N_n - mg = m v_n^2 / R; \\ N_{\epsilon} + mg = m v_{\epsilon}^2 / R. \end{cases}$ $\Delta N = N_n - N_{\epsilon} = 2mg + (m/R)(v_n^2 - v_{\epsilon}^2).$

Згідно закону збереження енергії:

$$\frac{m v_n^2}{2} = \frac{m v_{\epsilon}^2}{2} + mg2R, \text{ тобто:}$$

$v_n^2 = v_{\epsilon}^2 + 4gR$. Після підстановки отриманого виразу в формулу ΔN отримаємо: $\Delta N = 6mg$.



Приклад 13 (задача на тригонометричні функції у коливаннях). Швидкість тіла при гармонічних коливаннях змінюється за законом: $v(t) = 5 \cos 2t$. Чому дорівнює модуль максимального прискорення тіла? Знайти швидкість тіла при фазі $\pi/4$.

Приклад 14 (графічні задачі на ізопроцеси). Власний педагогічний досвід свідчить, що у якісному засвоєнні учнями навчального матеріалу з ізопроцесів сприяє послідовне розв'язання ними графічних задач. Важливе значення при цьому має послідовність та розуміння учнями особливостей їх розв'язування. На першому етапі учні мають передусім систематизувати інформацію про основні газові закони (рівняння ізопроцесів) та їх графічне зображення (рис. 2.3).

Рівняння стану ідеального газу: $pV = \nu RT$, для $m = \text{const}$: $\frac{pV}{T} = \text{const}$.	1) ізотермічний процес ($T = \text{const}$): $pV = \text{const}$; 2) ізобаричний процес ($p = \text{const}$): $\frac{V}{T} = \text{const}$; 3) ізохорний процес ($V = \text{const}$): $\frac{p}{T} = \text{const}$.
--	--

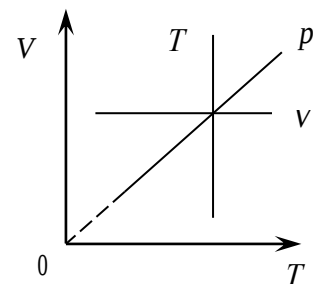
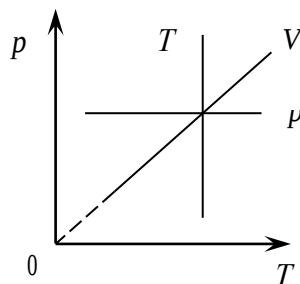
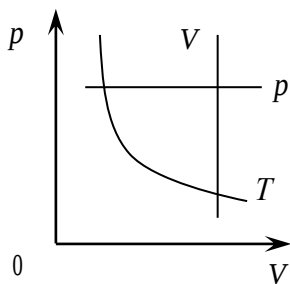


Рис. 2.3. Рівняння та графічне зображення ізопроцесів

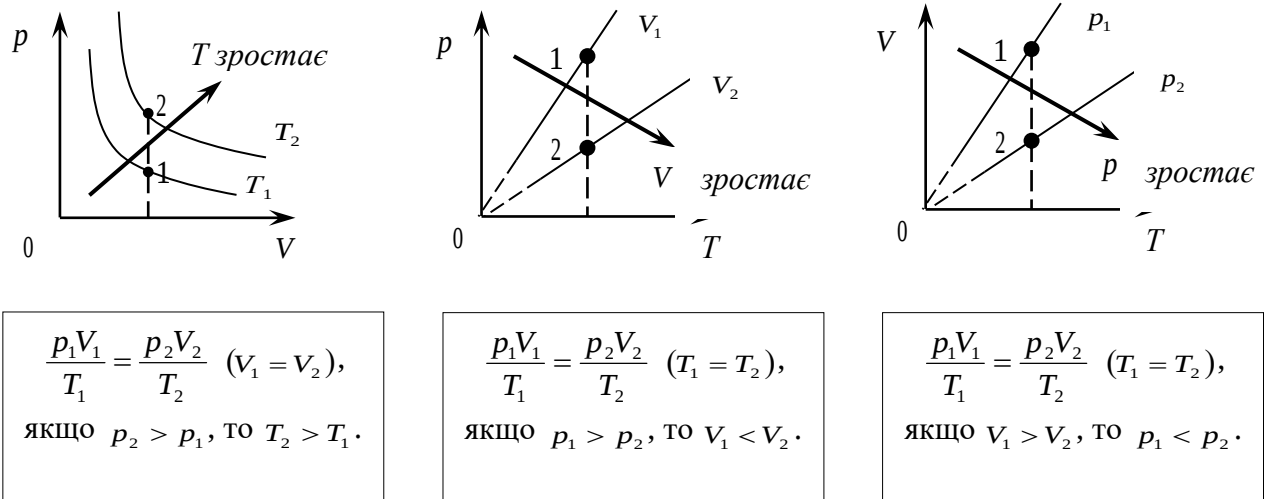


Рис. 2.4. Графічна ілюстрація характеру зміни параметрів стану ідеального газу

Далі варто розв'язувати задачі на з'ясування учнями характеру зміни одного з трьох параметрів стану газу: тиску на діаграмі (V, T) , об'єму на діаграмі (p, T) , температури на діаграмі (p, V) . Наприклад, на діаграмі можна зобразити дві ізотерми (одна над іншою) з таким питанням: якій ізотермі відповідає більша температура? (рис. 2.4).

Далі варто розв'язувати типові графічні задачі з таким питанням: як змінюються параметри стану ідеального газу на ділянках 1-2 (рис. 2.5)?

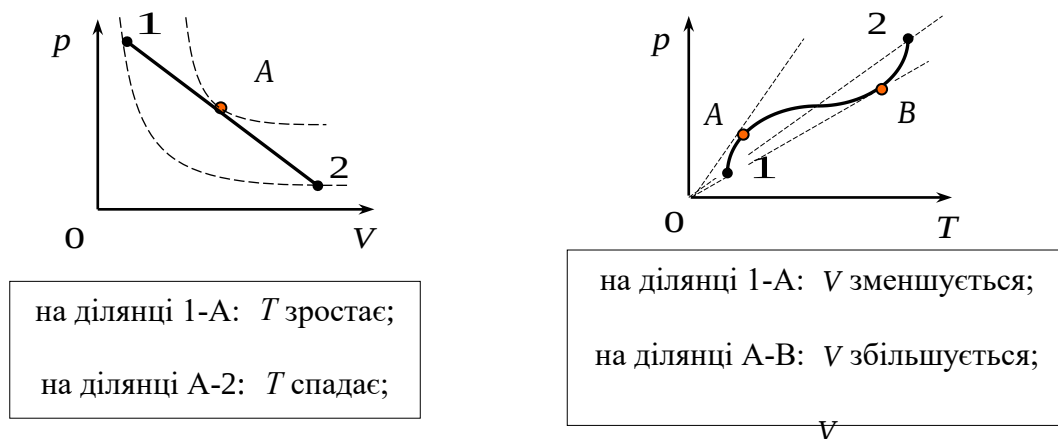


Рис. 2.5. Зміна параметрів стану ідеального газу на окремих ділянках

Далі можна переходити до розв'язування задач з таким типовим питанням: зобразити замкнений процес з ідеальним газом на двох інших діаграмах. Звертаємо увагу учнів, що ці графіки на інших діаграмах також будуть

замкненими. Наприклад, якщо на діаграмі (p, V) взяти за основу замкнений процес, зображений на рис. 2.6, то згідно теорії нахил ізобар та ізохор має бути таким, щоб вони виходили з початку координат (рис. 2.6, б, в). Перед зображенням цього процесу на інших діаграмах слід попередньо чітко з'ясувати характер зміни всіх параметрів газу на кожній окремій ділянці.

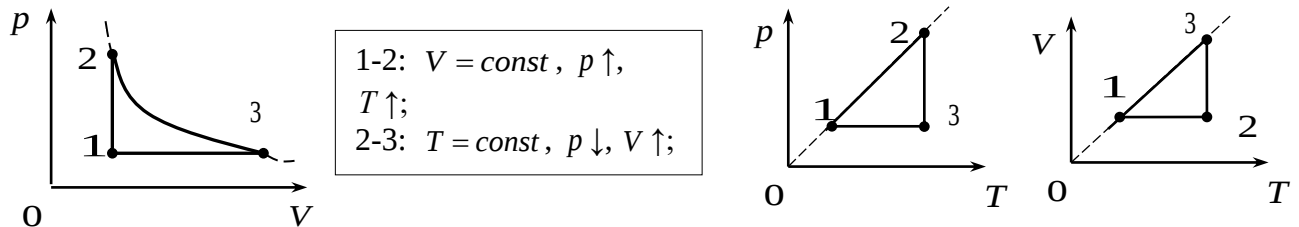


Рис. 2.6. Зображення замкненого процесу з ідеальним газом на двох інших діаграмах

Далі варто переходити до задачі із замкненим процесом у вигляді прямокутника (рис. 2.7). Звертаємо увагу учнів на однаковість об'єму газу у станах 2 і 4, що треба врахувати при побудові замкненого процесу на інших діаграмах. Звичайно, як і у попередніх випадках перед зображенням замкненого процесу, з'ясовуємо характер змін основних параметрів газу на кожній ділянці.

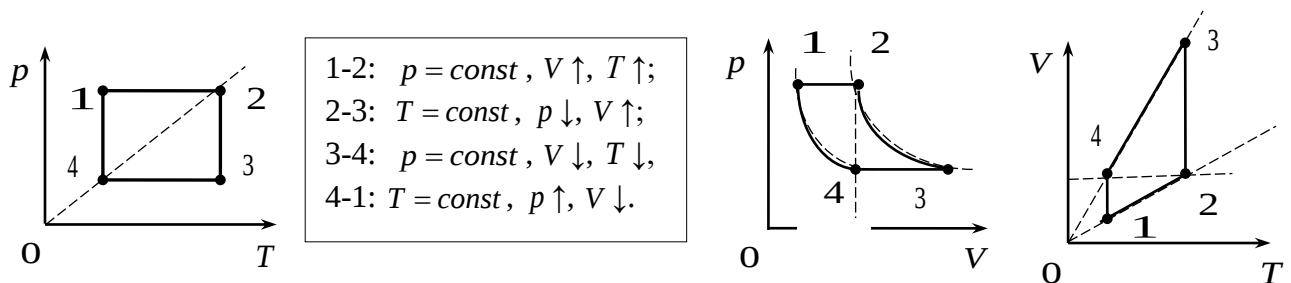


Рис. 2.7. Зображення замкненого процесу з ідеальним газом на двох інших

Задачі наступного підвищеного рівня складності мають містити замкнені процеси, окремі ділянки яких не є ізопроцесами, тобто передбачати зміну усіх трьох параметрів газу (рис. 2.8 а). Розв'язування таких задач на ізопроцеси можна пропонувати самостійно з будь-якими варіантами переходів газу з одного стану в інший, головне, щоб усі три параметри хоча б на одній ділянці змінювалися одночасно (рис. 2.8 б, в). При цьому також слід уважно дотримуватися відповідності співвідношень параметрів стану на початковому і нових діаграмах.

Найвищим рівнем розв'язування графічних задач на ізопроекти є задачі, що містять на вихідних діаграмах замкнені процеси у вигляді кіл (рис. 6,г). Такі задачі фактично олімпіадного рівня потребують гарної математичної підготовки, зокрема врахуванням такого поняття як швидкість зміни функції. Звичайно, що до таких задач учнів слід готувати послідовно, але за умов відповідної підготовчої роботи більшість учнів у змозі їх розв'язати. Тут головне, не розв'язування саме задач такого рівня, а вироблення практичних умінь і навичок, набуття успішного досвіду, розвиток самостійності мислення та обґрунтування власних думок і пізнавальних дій. Власний досвід автора свідчить про ефективність подібного підходу у їх розв'язанні, а також успішного засвоєння учнями наступного навчального матеріалу, а тому вони мають значний дидактичний потенціал.

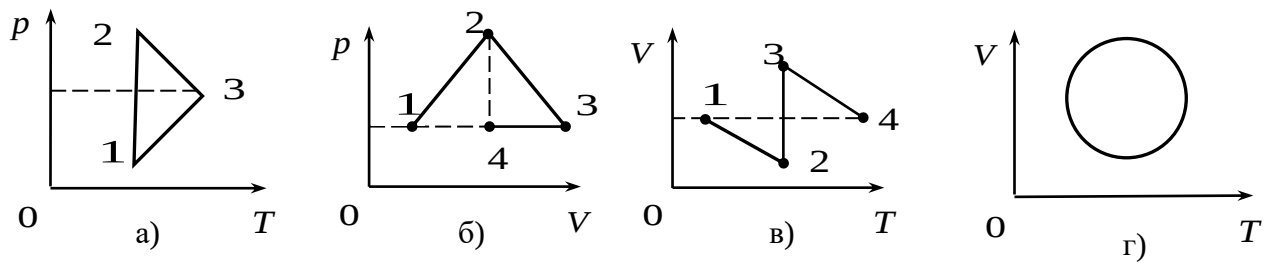


Рис. 2.8. Приклади складних графічних задач із зміною всіх параметрів ідеального газу

Задачі для 11 класу (інтеграл у задачах динаміки; логарифмічні та показникові функції в ядерній фізиці)

Приклад 15 (інтеграл у задачах динаміки). Пружину жорсткістю $k = 200 \text{ Н/м}$ розтягують від початкового стану спокою ($x = 0$) до подовження $x = 0,4 \text{ м}$. Сила пружності змінюється за законом Гука. Знайти роботу, яку потрібно виконати для розтягування пружини за цих умов.

Розв'язання: робота змінної сили обчислюється через інтеграл:

$$A = \int_0^{0.4} kx dx = \left. \frac{kx^2}{2} \right|_0^{0.4} = 200 \cdot \left(\frac{0,16}{2} - 0 \right) = 16 \text{ (Дж)}.$$

Перевірка за формулою: $A = kx^2/2 = 200 \times 0,16/2 = 16 \text{ Дж}$. Відповідь співпадає, що підтверджує правильність інтегрального обчислення роботи для змінної сили.

Приклад 16 (тригонометричні функції у коливаннях + похідна). Заряд на пластинах конденсатора коливального контуру змінюється з часом за законом:

$q = 10^{-6} \cdot \cos 10^4 \pi$. Записати рівняння $I = I(t)$, що виражає залежність сили струму від часу. Знайти період і частоту коливань у контурі, амплітуду коливань заряду і амплітуду коливань сили струму.

Приклад 17 (логарифмічні та показникові функції в ядерній фізиці). Яка доля радіоактивних ядер деякого елемента розпадається за час, що дорівнює половині періоду напіврозпаду? (Відповідь: 29%).

На нашу думку, ефективне використання наведених вище математичних задач з фізичним контекстом потребує спеціальної методичної підготовки вчителів і розроблення відповідного навчально-методичного забезпечення. Власний педагогічний досвід автора засвідчив важливість і перспективність використання математичних задач з фізичним контекстом як засобу формування міждисциплінарних компетентностей учнів, що створює підґрунтя для розроблення цілісної методичної системи, її апробації та цілеспрямованого використання в освітньому процесі з метою підвищення рівня та якості навчальних досягнень учнів з математики і фізики за сучасних освітніх умов.

Висновки другого розділу

У другому розділі магістерської роботи проведено детальний аналіз методичних основ застосування математичних задач з фізичним контекстом у формуванні міжпредметних компетентностей учнів, зокрема:

1. У підрозділі 2.1 висвітлено сутність, основні функції та дидактичний потенціал математичних задач з фізичним контекстом (МЗФК). *Математична задача* розглядається як дидактичний засіб формування предметних та ключових компетентностей учнів; не лише як інструмент перевірки знань, а й засіб їх здобування, розвитку мислення, формування вмінь застосовувати математичні знання у різних ситуаціях. У контексті класифікації математичних задач (абстрактні, прикладні, контекстні) виявлено, що прикладні задачі відображають реальні ситуації і розв'язання яких має практичну цінність. *Контекстна задача* – це задача, умова якої описана мовою однієї з предметних областей (фізики, хімії, біології, економіки тощо), для розв'язання якої необхідно перекласти цю умову математичною мовою, побудувати математичну модель з використанням

відповідних предметних знань. Особливе місце серед контекстних задач посідають *міжпредметні задачі* – задачі, які явно спираються на знання з кількох навчальних предметів і вимагають інтеграції знань. *МЗФК* є яскравим прикладом таких міжпредметних контекстних задач.

Виявлено основні сутнісні характеристики *МЗФК*: *двопредметність*, *моделювальний характер*, *інтегративність*, *прикладна спрямованість*. Представлено структуру МЗФК: *фізичний компонент* (фізична система, фізичні величини, фізичні закони і закономірності, початкові і граничні умови, фізична вимога), *математичний компонент* (математичні об'єкти, математичні відношення, математичні методи, математична вимога).

Розв'язання МЗФК передбачає: *аналіз фізичної ситуації*, *формалізація (математизація)*, *математичне розв'язання* *аналіз та інтерпретація результату*. Уточнено основні дидактичні функції МЗФК: мотиваційна, пізнавальна, інтегративна (міжпредметна), розвивальна, прикладна, діагностична, контролююча. Обґрунтовано педагогічний потенціал використання *МЗФК* для: формування цілісного наукового світогляду, розвитку міждисциплінарного мислення, підвищення мотивації до навчання, формування практичних умінь застосування знань, розвитку дослідницьких компетентностей.

2. У підрозділі 2.2 наведено класифікацію МЗФК: за змістом, типом математичного апарату, етапами формування міжпредметних компетентностей учнів, типом пізнавальної діяльності учнів. Наведена класифікація визначає послідовність введення задач міжпредметного змісту у навчальний процес: від репродуктивних (засвоєння базових зв'язків) через частково-пошукові (розвиток самостійності) до дослідницьких (формування творчої компетентності). Запропоновано критерії відбору МЗФК для використання в освітньому процесі: загально-дидактичні (науковість, доступність, систематичність, зв'язок з життям, виховний потенціал); специфічні (достовірність фізичного змісту, відповідність віковим особливостям та рівню підготовки учнів, узгодженість з навчальними програмами з математики та фізики, наявність чіткого міжпредметного зв'язку, практична значущість та життєва актуальність, оптимальне співвідношення математичної та фізичної складових, можливості різних способів розв'язання).

Систематизовано методичні підходи до розв'язування МЗФК.

Виокремлено етапи розв'язування: аналіз умови, побудова математичної моделі, розв'язання математичної задачі, інтерпретація результатів у фізичному контексті, перевірка адекватності розв'язання. Наголошено на необхідності створення спеціальних збірників МЗФК для уроків математики, структурованих за темами математичного курсу, з градацією за рівнем складності. Такі задачники (друковані, електронні) мають супроводжуватися методичними коментарями для вчителів щодо можливостей їх використання на різних етапах уроку, для різних дидактичних цілей з урахуванням сучасних цифрових освітніх ресурсів.

3. У підрозділі 2.3 висвітлено методику використання МЗФК на всіх етапах навчання математики і фізики від 7 до 11 класу (цілі, етапи, форми, прийоми роботи, приклади розв'язання), зокрема: *для 7 класу* (пропорції, відсотки у фізичних розрахунках; лінійні рівняння в механіці; побудова й аналіз графіків руху); *8 класу* (квадратні рівняння в механіці, розв'язування системи рівнянь у задачах про теплообмін; формули скороченого множення в оптиці); *9 класу* (квадратичні функції та графіки руху; розв'язування квадратних рівнянь у задачах з енергією; арифметична та геометрична прогресії в коливальних процесах); *10 класу* (похідна в задачах кінематики, векторні методи в механіці, тригонометричні функції у коливаннях; графіки ізопроесів); *11 класу* (інтеграл у задачах динаміки; логарифмічні та показникові функції в ядерній фізиці).

У Додатках до роботи наведено розроблені автором Анкети для вчителів математики та фізики та учнів про розуміння і досвід застосування міжпредметних зв'язків, приклади і методичні коментарі розв'язання МЗФК для 7-11 класів, а також Тест для діагностики рівнів сформованості міжпредметних компетентностей старшокласників з математики і фізики (вхідний, проміжний, підсумковий). Проведене дослідження підтвердило важливість і перспективність використання МЗФК як засобу формування міждисциплінарних компетентностей учнів, що створює підґрунтя для розроблення цілісної методичної системи, її апробації та цілеспрямованого використання в освітньому процесі з метою підвищення рівня та якості навчальних досягнень учнів з математики і фізики.

ВИСНОВКИ

У магістерській роботі проведено комплексне дослідження проблеми використання математичних задач з фізичним контекстом (МЗФК) як засобу формування міжпредметних компетентностей учнів. Виконане дослідження дозволило досягти поставленої мети та розв'язати визначені завдання.

За результатами теоретичного аналізу встановлено, що:

1. Міжпредметні зв'язки математики і фізики є важливою складовою сучасної компетентісно орієнтованої освіти. Вони мають глибоке історичне коріння і еволюціонували від філософських концепцій цілісності знання до конкретних дидактичних систем інтеграції навчального змісту. Сучасний етап характеризується усвідомленням МПЗ як необхідної умови реалізації компетентісного підходу та формування цілісної наукової картини світу учнів.

2. Міжпредметні компетентності учнів визначено як інтегровані особистісні утворення, що забезпечують здатність застосовувати знання з різних предметних галузей для розв'язування навчальних та практичних завдань. Структурно вони включають когнітивний (система інтегрованих знань), діяльнісний (практичні уміння застосування знань у міжпредметних ситуаціях) та мотиваційно-ціннісний (ставлення до міжпредметних знань) компоненти.

3. Психологічні механізми засвоєння інтегрованих знань базуються на процесах переносу, асиміляції, формуванні у свідомості учнів асоціативних зв'язків між математичними та фізичними поняттями. МПЗ сприяють розвитку різних видів мислення: абстрактного, аналітико-синтетичного, системного, логічного, критичного та творчого.

4. Аналіз навчальних програм шкільних курсів математики і фізики виявив певний рівень узгодженості термінології та змісту, проте існують суттєві розбіжності у послідовності вивчення ключових тем. Найбільш проблемними є невідповідності у термінах вивчення тригонометрії, похідної та векторів між курсами математики і фізики. Підручники з математики містять недостатньо задач з фізичним контекстом (лише 10-15%), що обмежує можливості реалізації МПЗ.

За результатами методичного дослідження обґрунтовано, що:

5. Математичні задачі з фізичним контекстом є ефективним засобом формування міжпредметних компетентностей учнів. Вони характеризуються двопредметністю, моделювальним характером, інтегративністю та прикладною спрямованістю. Такі задачі виконують важливу в освітньому процесі мотиваційну, пізнавальну, інтегративну, розвивальну, прикладну та діагностичну функції.

6. Розроблено класифікацію МЗФК за змістом (розділи фізики), математичним апаратом, етапами формування компетентностей та типом пізнавальної діяльності. Визначено критерії відбору таких задач, що включають загально-дидактичні вимоги та специфічні критерії для міжпредметних завдань.

7. Обґрунтовано методику використання МЗФК, що передбачає системне застосування на різних етапах уроку, диференціацію за рівнем складності, використання різних організаційних форм роботи. Розроблено комплекс прикладів МЗФК для 7-11 класів з методичними коментарями щодо їх використання.

8. Розроблено систему діагностики рівня сформованості міжпредметних компетентностей учнів на прикладі математики і фізики, що включає вхідну, проміжну та підсумкову діагностику з відповідними критеріями оцінювання та рекомендаціями для корекції навчального процесу.

Практичне значення дослідження полягає у розробленні:

- методичних рекомендацій щодо використання математичних задач з фізичним контекстом;
- банку задач різних рівнів складності для 7-11 класів;
- діагностичного інструментарію для оцінювання міжпредметних компетентностей учнів;
- пропозицій щодо вдосконалення змісту підручників та координації навчальних програм математики і фізики.

Власний педагогічний досвід автора свідчить, що цілеспрямоване і системне використання МЗФК у навчальному процесі сприяє ефективному формуванню міжпредметних компетентностей учнів, підвищенню їхнього пізнавального інтересу та активності, рівня та якості природничо-математичної підготовки.

Декларація використання ГШІ (GAIDeT)

Розкриття факту делегування завдань генеративному ШІ

Автори заявляють про використання генеративного ШІ у процесі дослідження та підготовки рукопису. Відповідно до таксономії GAIDeT (2025), наведені нижче завдання були делеговані інструментам генеративного ШІ за повного людського нагляду:

- оцінювання новизни дослідження та виявлення прогалин;
- резюмування тексту;
- переклад;
- рекомендації.

Використаний інструмент генеративного ШІ: ChatGPT-5.

Повну відповідальність за фінальний рукопис несуть автори.

Інструменти генеративного ШІ не зазначаються як автори та не несуть відповідальності за кінцеві результати.

Декларацію подав(ла): Олександр Школа.

Додаткова примітка: використано ChatGPT-5 для окремих фрагментів тексту.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ:

1. Атаманчук П.С. Інноваційні технології управління навчальним процесом фізики навч. посібник. Кам'янець-Подільський, 2015. 314 с.
2. Атаманчук П.С. Методологія та теорія інтеграції знань учнів природничих дисциплін : навч. посібник. Тернопіль, 2017. 286 с.
3. Благодаренко Л.Ю. Теоретико-методичні завдання формування фізичної компетентності учнів : монографія. Київ, 2016. 217 с.
4. Бушок Г.Ф., Венгер Є.Ф. Курс фізики : навч. посібник : у 3-х т. К. : Либідь, 2002. Т.1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка. 376 с. Т.2. Електрика і магнетизм. 2003. 278 с. Т.3. Оптика. Фізика атома та атомного ядра. 2003. 312 с.
5. Величко С.П. Методика реалізації міжпредметних зв'язків у навчанні фізики : навч. посібник. Кропивницький, 2019. 223 с.
6. Войтович О.П. Міжпредметні зв'язки у навчанні фізики як засіб розвитку творчих здібностей учнів основної школи : автореф. ... канд. пед. наук: 13.00.02 – теорія та методика навчання (фізика). НПУ імені М.П.Драгоманова. 2020. 20 с.
7. Войтович О.П. Використання уроків міжпредметного змісту в навчанні фізики. Нова педагогічна думка. Рівне: РОППО. 2008. С.116-119.
8. Гончаренко С. У. Фундаменталізація освіти як дидактичний принцип. Шлях освіти. 2008. № 1. С.2-6.
9. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти. <http://www.mon.gov.ua>.
10. Дичківська І.М. Інноваційні педагогічні технології: навч. посібник. К., 2004. 352 с.
11. Іваницький О. І., Ткаченко С.П. Технології навчання фізики : теоретико-методичні засади : навч. посібник. Запоріжжя : ЗНУ, 2010. 254 с.
12. Ковальчук В.І., Воротникова І.П. Моделі використання елементів дистанційного навчання в школі. Інформаційні технології і засоби навчання. 2017. Т. 60. №4. С. 58-76.
13. Ковальчук В. І. Ефективний урок: технології, структура, аналіз. К.: Шкільний світ, 2011. 120 с.
14. Концепція Нової української школи. <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/nova-ukrainska-shkola-compressed.pdf>.

15. Ляшенко О. І. Компетентність як об'єкт оцінювання навчальних досягнень учнів. Зб. наук. праць Кам'янець-Подільського національного університету імені І. Огієнка. Серія Педагогічна. К.-П. : К.-ПНУ ім. І. Огієнка, 2014. № 20. С.36-39.

16. Мартинюк М.Т. Теоретичні і методичні засади навчання фізики у основній школі : монографія. К.: Педагогічна думка, 2017. С. 156-157.

17. Методика навчання фізики у старшій школі / [за ред. В.Ф. Савченка]. К. : Академвидав, 2011. 294 с.

18. Методика навчання фізики в середній школі (загальні питання). Авторський колектив: Савченко В.Ф., Бойко М.П., Дідович М.М., Закалюжний В.М., Руденко М.П. <https://mmk.edu.vn.ua/metodika-navchannya-fiziki>.

19. Національна доктрина розвитку освіти України. <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/347/2002#Text>.

20. Навчальні програми з шкільного курсу фізики. <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi>.

21. Національна доповідь про стан і перспективи розвитку освіти в Україні : монографія / НАПН України ; редкол.: В.Г.Кремень, В.І.Луговий, О.М.Топузов. Київ : КОНВІ ПРІНТ, 2021. 384 с. <https://lib.iitta.gov.ua/726223/>.

22. Садовий М.І. Методика навчання фізики у старшій школі: навч. посібник. Кропивницький: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2019. 237 с.

23. Сайт "Шкільні підручники". <http://pidruchnyk.com.ua>.

24. Сиротюк В.Д. Методика навчання фізики: навчальний посібник. К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2018. 321 с.

25. Шаповалова Л.А. Методика розв'язування задач міжпредметного змісту в процесі навчання фізики в загальноосвітній школі: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02. Запоріжжя, 2002. 20 с.

26. Шарко В.Д. Сучасний урок фізики : технологічний аспект. Херсон : Айлант, 2005. 220 с.

27. Школа О.В., Камуля С.Є. Формування предметної компетентності учнів з фізики методами інтерактивного навчання. «Сучасна освіта в глобальному і національному вимірах: виклики, загрози, ефективні рішення» : матер. І Всеукр. наук.-практич. конф. здобувачів вищої освіти і молодих учених (17 жовтня 2024 р.) : збір. тез. Тернопіль : ТНПУ імені В.Гнатюка, 2024. С.215-218.

28. Школа О.В., Голдаєв С.О. Інноваційні підходи українських учителів-новаторів у викладанні фізики. Зб. тез наук. доповідей здобувачів вищої освіти БДПУ на Днях науки 13.05.2025 р. Запоріжжя : БДПУ, 2025. Т.3: Природничі науки. С.79-82.

29. Школа О.В., Бєлих К.Є. Фундаментальна константа, що змінила фізику. «Наука III тисячоліття: пошуки, проблеми, перспективи розвитку» : матер. VIII міжнар. наук.-практ. інтернет-конф. (23-24.04.2025 р.) : збірник тез. Запоріжжя : БДПУ, 2025. С.277-280.

30. Школа О.В., Комір А. Міжпредметна інтеграція як засіб підвищення ефективності навчання фізики. «Науково-дослідна робота в системі підготовки фахівців педагогів у природничій, технологічній і комп'ютерній галузях» : матер. X Всеукр. наук.-практ. Інтернет-конф. (26 вересня 2025 р.). Запоріжжя : БДПУ, 2025. С.69-71.

31. Школа О.В., Медведенко О.М. Демонстраційна установка «Фігури Лісажу» у навчанні хвильової оптики. «Науково-дослідна робота в системі підготовки фахівців педагогів у природничій, технологічній і комп'ютерній галузях» : матер. X Всеукр. наук.-практ. Інтернет-конф. (26 вересня 2025 р.). Запоріжжя : БДПУ, 2025. С.114-117.

32. Школа О.В. Питання і тестові завдання з методологічним змістом у навчанні теоретичної фізики. «Методологічне забезпечення підготовки фахівця природничо-математичного напрямку в умовах STEM-освіти» : матер. міжнар. наук.-метод. Інтернет-конф., присвяченій пам'яті доктора пед. наук, професора, академіка АНВО України П.С.Атаманчука (16-17 жовтня 2025 р.). Кам'янець-Подільський : К.-ПНУ ім. І.Огієнка, 2025. С.175-176.

33. Школа О.В. Формування предметної компетентності учнів з фізики в умовах інтерактивного навчання. *Наукові записки Бердянського держ. пед. ун-ту. Педагогічні науки* : зб. наук. праць. Вип.2. Бердянськ : БДПУ, 2020. С.227-235. URL: <https://pedagogy.bdpu.org.ua/wp-content/uploads/2020/11/25.pdf>.

34. Математика. 5-9 класи. Навчальна програма. Наказ МОН України № 804 від 07.06.2017 р. <https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/osvitni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>.

35. Математика 10-11 класи. Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія). Рівень стандарту. МОН України. <https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/osvitni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>.

36. Фізика. 7-9 класи. Навчальна програма. Наказ МОН України № 804 від 07.06.2017 р. <https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/osvitni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>.

37. Фізика 10-11 класи. Навчальна програма. Рівень стандарту. МОН України. <https://mon.gov.ua/osvita-2/zagalna-serednya-osvita/osvitni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>.

38. Алгебра : підручник для 9 класу ЗЗСО / уклад.: Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Харків : Гімназія, 2017. 272 с.

39. Алгебра і початки аналізу : підручник для 10 класу ЗЗСО / уклад.: Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Харків : Гімназія, 2018. 512 с.

40. Алгебра і початки аналізу : підручник для 11 класу ЗЗСО / уклад.: Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б., Якір М. С. Харків : Гімназія, 2019. 304 с.

41. Фізика. 7 клас : підручник / В.Г.Бар'яхтар, С.О.Довгий, Ф.Я.Божінова. Х.: Ранок, 2015. 266 с.

42. Фізика. 8 клас : підручник / В.Г.Бар'яхтар, Ф.Я.Божінова, С.О.Довгий, О.О.Кірюхіна. Х.: Ранок, 2016. 237 с.

43. Фізика. 9 клас : підручник / В.Г.Бар'яхтар, Ф.Я.Божінова, С.О.Довгий. Х.: Ранок, 2017. 269 с.

44. Фізика. 10 клас : підручник : рівень стандарту / В.Г.Бар'яхтар, С.О.Довгий, Ф.Я.Божінова. Х.: Ранок, 2018. 269 с.

45. Фізика. 11 клас / Бар'яхтар В.Г., Довгий С.О., Божінова Ф.Я. Харків: Ранок, 2019. 272 с.

46. <https://testportal.gov.ua/pisa/>.

ДОДАТОК А. АНКЕТА ДЛЯ ВЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ ТА ФІЗИКИ
(питання про досвід використання міжпредметних зв'язків, труднощі, потреби)

АНКЕТА

«Міжпредметні зв'язки математики та фізики в освітньому процесі»

1. Які предмети Ви викладаєте?

☐ математика ☐ фізика ☐ обидва предмети.

2. Стаж Вашої педагогічної роботи:

☐ до 5 років ☐ 5–10 років ☐ 10–20 років ☐ більше 20 років.

3. Клас/класи, в яких Ви працюєте переважно:

☐ 7–9 класи;

☐ 10–11 класи;

☐ обидві групи.

4. Як часто Ви свідомо використовуєте міжпредметні зв'язки математики та фізики на своїх уроках?

☐ постійно (кілька разів на тиждень);

☐ регулярно (кілька разів на місяць);

☐ епізодично (кілька разів на семестр);

☐ рідко або ніколи.

5. У яких формах Ви реалізуєте міжпредметні зв'язки? (можна обрати кілька варіантів)

☐ Розв'язування задач з фізичним змістом на уроках математики;

☐ Використання математичного апарату на уроках фізики;

☐ Спільне планування з колегою-вчителем іншого предмета;

☐ Інтегровані уроки;

☐ Проектна діяльність;

☐ Дослідницькі роботи учнів;

☐ Інше: _____

6. Чи координуєте Ви свої дії з вчителем математики/фізики у ході реалізації міжпредметних зв'язків у навчанні ?

☐ Так, його систематично реалізуємо;

☐ Так, але він формальний;

☐ Ні, працюємо за інерцією;

☐ Не знаю.

7. Які математичні поняття Ви найчастіше використовуєте у викладанні фізики (або навпаки)? Наведіть приклади: _____

8. Які основні труднощі Ви зустрічаєте при реалізації міжпредметних зв'язків? (оцініть за шкалою 1-5, де 1 – не актуально, 5 – дуже актуально)

<i>Труднощі</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
Перевантаженість навчального плану					
Брак часу на планування та підготовку					
Недостатність навчально-методичних матеріалів					
Відсутність координації з вчителем іншого предмета					
Різні темпи вивчення матеріалу в різних класах					
Недостатня матеріально-технічна база для дослідів					
Неготовність учнів до інтегрованого навчання					
Невисокий рівень математичної підготовки учнів					

9. Які додаткові перешкоди Ви відчуваєте у реалізації міжпредметних зв'язків?

10. Які ресурси чи підтримка були б для Вас найбільш корисними? (можна обрати кілька варіантів)

- ☐ Готові розробки інтегрованих уроків;
- ☐ Методичні рекомендації щодо узгодження програм;
- ☐ Онлайн-курси підвищення кваліфікації;
- ☐ Час для спільного планування з колегою;
- ☐ Матеріали для лабораторних робіт і дослідів;
- ☐ Комп'ютерні симуляції та програмне забезпечення;
- ☐ Приклади завдань та вправ з міжпредметним змістом;
- ☐ Інше: _____

11. Які результати навчання Ви очікуєте від реалізації міжпредметних зв'язків? (оцініть важливість за шкалою 1-5)

<i>Очікувані результати</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
Підвищення мотивації учнів до навчання					
Глибше розуміння учнями матеріалу					
Розвиток критичного мислення					
Формування системного світогляду					
Кращу підготовку до ЗНО/вступу в ЗВО					
Розвиток дослідницьких навичок					

12. Які теми або розділи математики та фізики, на Вашу думку, найбільш потребують міжпредметної інтеграції? _____

13. Чи мали б Ви інтерес до участі в спільному проєкті школи щодо розвитку міжпредметних компетентностей учнів?

- ☐ так, активно;
- ☐ скоріше так;
- ☐ скоріше ні;
- ☐ ні.

14. Будь ласка, поділіться своїм досвідом успішної реалізації міжпредметних зв'язків або своїми рекомендаціями: _____

15. Що, на Вашу думку, потрібно змінити в системі підготовки вчителів математики та фізики щодо їхньої готовності до реалізації міжпредметних зв'язків?

Дякуємо за Вашу участь у дослідженні!

Результати анкетування будуть використані для покращення реалізації в освітньому процесі міжпредметних зв'язків математики і фізики у сучасній загальноосвітній школі.

ДОДАТОК Б. АНКЕТА ДЛЯ УЧНІВ ПРО ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК МАТЕМАТИКИ ТА ФІЗИКИ
(розуміння зв'язку математики і фізики, пізнавальний інтерес до предметів, досвід розв'язання завдань міжпредметного змісту, труднощі, рефлексія)

АНКЕТА

«Математика та фізика: взаємозв'язок у навчанні»

1. В якому класі Ви навчаєтесь: _____

2. Стать: ☐ чоловіча; ☐ жіноча.

3. Як Ви оцінюєте свою успішність з математики та фізики?

- ☐ високі оцінки з обох предметів;
- ☐ більш успішний з математики;
- ☐ більш успішний з фізики;
- ☐ середні оцінки з обох предметів;
- ☐ низькі оцінки з обох предметів.

4. Чи розумієте Ви і можете пояснити, як математика допомагає при вивченні фізики?

- ☐ так, це очевидно;
- ☐ скоріше так;
- ☐ важко сказати;
- ☐ скоріше ні;
- ☐ ні, не розумію.

5. Наведіть приклад, як математичні знання використовуються в фізиці:

6. Чи усвідомлюєте Ви, що багато математичних понять мають фізичний зміст?

- ☐ часто звертаю увагу на це;
- ☐ іноді помічаю;
- ☐ рідко замислююся над цим;
- ☐ ніколи не замислювався над цим.

7. Які математичні поняття, на Вашу думку, найбільш пов'язані з фізикою? (можна обрати кілька)

- ☐ функції та їхні графіки;
- ☐ похідні та інтеграли;
- ☐ вектори;
- ☐ рівняння;
- ☐ тригонометрія;
- ☐ геометрія;
- ☐ степені та корені;
- ☐ не впевнений(а).

8. Чи розумієте Ви, чому в фізиці часто використовують формули та рівняння?

- ☐ повністю розумію;
- ☐ частково розумію;
- ☐ не розумію.

9. Як Ви ставитеся до математики?

- ☐ дуже цікавий предмет;
- ☐ цікавий предмет;
- ☐ нейтральне ставлення;
- ☐ нецікавий предмет.

10. Як Ви ставитеся до фізики?

- ☐ дуже цікавий предмет;
- ☐ цікавий предмет;
- ☐ нейтральне ставлення;
- ☐ нецікавий предмет.

11. Чи зростає Ваш інтерес до предмета, коли вчитель показує зв'язок математики та фізики?

- ☐ зростає;
- ☐ не змінюється;
- ☐ зменшується.

12. Що найбільше цікавить Вас в математиці та фізиці? (можна обрати кілька)

- ☐ розв'язування задач;
- ☐ теоретичні знання;
- ☐ практичне застосування;
- ☐ проведення дослідів;
- ☐ розуміння законів природи;
- ☐ підготовка до іспитів;
- ☐ ніщо особливо не цікавить.

13. Чи плануєте Ви продовжити своє навчання в галузях, пов'язаних з математикою або фізикою?

- ☐ так, це мій вибір точно;
- ☐ можливо;
- ☐ ще не визначився(лась);
- ☐ не планую.

14. Чи розв'язували Ви завдання, у яких поєднувались математика та фізика?

- ☐ так, багато разів;
- ☐ так, але рідко;
- ☐ ні, ніколи.

15. Якщо так, то як часто вчителі пропонують такі завдання?

- ☐ практично на кожному уроці;
- ☐ кілька разів на місяць;
- ☐ дуже рідко.

16. Як змінюється Ваше ставлення до завдань, коли вони мають практичний, реальний зміст?

- ☐ стають набагато цікавішими;
- ☐ не змінюється;
- ☐ стають менш цікавими;
- ☐ дуже складно на них відповідати.

17. Чи допомагає Вам розуміння фізичного сенсу математичних операцій краще розв'язувати задачі?

- ☐ дуже допомагає;
- ☐ частково допомагає;
- ☐ важко сказати;
- ☐ мало допомагає;
- ☐ не допомагає.

19. Які труднощі Ви найчастіше зустрічаєте при розв'язуванні фізичних задач? (оцініть за шкалою 1-5, де 1 – не актуально, 5 – дуже актуально)

<i>Труднощі</i>	1	2	3	4	5
Недостатні математичні знання					
Незрозуміле формулювання завдання					
Незрозуміле фізичне явище					
Невміння вибрати правильний спосіб розв'язання					
Складність у розпізнаванні формул					
Невміння малювати схеми та діаграми					
Помилки в розрахунках					

20. Чи отримуєте Ви достатню допомогу від вчителя при розв'язуванні міжпредметних завдань?

- ☐ завжди отримую;
☐ іноді отримую;
☐ ніколи не отримую.

22. Як Ви вважаєте, наскільки важливо розуміти зв'язок між математикою та фізикою?

- ☐ дуже важливо;
☐ важливо, але не критично;
☐ непотрібно.

23. Чи допомагає поєднання математики та фізики Вам краще розуміти обидва предмети?

- ☐ дуже допомагає;
☐ мало допомагає;
☐ не допомагає, заплутує.

24. Що найбільше Вам подобається на уроках математики та фізики? (можна обрати кілька)

- ☐ цікаві приклади з реального життя;
☐ розв'язування складних задач;
☐ проведення експериментів;
☐ робота в групах;
☐ використання сучасних технологій;
☐ творчі завдання;
☐ нічого особливо.

25. Як часто Вам вдається застосувати математичні та фізичні знання в повсякденному житті?

- ☐ часто;
☐ іноді;
☐ ніколи не замислювався(лась).

26. Що б Ви змінили в навчанні математики та фізики? _____

Дякуємо за Вашу участь в опитуванні !

Результати анкетування будуть використані для покращення реалізації в освітньому процесі міжпредметних зв'язків математики і фізики у сучасній загальноосвітній школі.

ДОДАТОК В. ПРИКЛАДИ І МЕТОДИЧНІ КОМЕНТАРІ РОЗВ'ЯЗАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАВДАНЬ З ФІЗИЧНИМ КОНТЕКСТОМ ДЛЯ 7-9 КЛАСІВ

ЗАВДАННЯ 1. Рух тіла та пропорційні величини

Задача №1. Автомобіль рухається рівномірно зі швидкістю 60 км/год. Скільки кілометрів він подолає за 2,5 години? За яких умов час руху збільшиться вдвічі, якщо відстань залишиться тією самою?

Розв'язання:

1. Використовуємо формулу: $S = v \cdot t$.
2. $S = 60 \cdot 2,5 = 150$ км.
3. Якщо $S = 150$ км залишається постійною, а час збільшиться вдвічі ($t = 5$ год/), то:
 $v = S/t = 150 : 5 = 30$ (км/год), тобто швидкість має зменшитися вдвічі.

Методичний коментар: це завдання знайомить учнів із оберненою пропорційністю. Важливо показати, що коли відстань постійна, швидкість і час – обернено пропорційні величини. Можна побудувати графік залежності $v(t)$ на дошці, щоб учні зрозуміли, як змінюється швидкість з часом.

ЗАВДАННЯ 2. Лінійні рівняння та сили

Задача №2. Знайти результуючу силу та прискорення тіла масою 2 кг, якщо на нього діють дві сили: 15 Н (спрямована вправо) і 5 Н (спрямована вліво).

Розв'язання:

1. Результуюча сила: $F = 15 - 5 = 10$ Н (спрямована вправо).
2. За другим законом Ньютона: $\vec{F} = m\vec{a}$.
3. $a = F : m = 10 : 2 = 5$ (м/с²).

Методичний коментар: це завдання пов'язує вектори сил із математичною операцією віднімання. Учні часто плутають додавання сил із їхнім відніманням, тому важливо показати векторну схему на дошці. Можна запропонувати додаткове питання: що буде, якщо обидві сили спрямувати в одному напрямку?

ЗАВДАННЯ 3. Відсотки та енергія

Задача №3. У спортсмена є енергетичний напиток, у якому міститься 15% углеводів. Яким має бути обсяг напитку, щоб спортсмен отримав 45 грамів вуглеводів?

Розв'язання:

1. Позначимо обсяг напитку, як x (в мл або л).
2. 15% від $x = 45$ г.
3. $0,15x = 45$.
4. $x = 45 : 0,15 = 300$ мл.

Методичний коментар: це завдання показує практичне застосування відсотків. Можна розширити його, запропонувавши учням розрахувати калорійність напитку: якщо 1 грам углеводів = 4 ккал, то 45 г углеводів = 180 ккал.

ЗАВДАННЯ 4. Площа та теплота

Задача №4. Сонячна панель має форму прямокутника розмірами 2 м $\times$ 1,5 м. На 1 м² панелі падає світлова енергія 800 Вт. Скільки енергії (у Вт) падає на всю панель?

Розв'язання:

1. Площа панелі: $S = 2 \cdot 1,5 = 3$ (м²).
2. Енергія на всю панель: $P = 800 \cdot 3 = 2400$ (Вт).

Методичний коментар: це завдання поєднує геометрію (обчислення площі прямокутника) з фізикою (потужність). Можна додати обернене запитання: якщо потужність 2400 Вт, а панель має площу 3 м², яка потужність на 1 м²?

ЗАВДАННЯ 5. Координатна площина та траєкторія

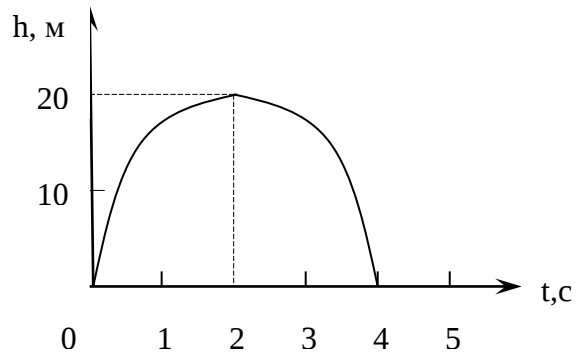
Задача №5. Снаряд випустили з поверхні землі вгору за формулою: $h(t) = 20t - 5t^2$. Побудувати графік руху та визначити: а) на якій висоті буде снаряд через 2 секунди? б) в який момент часу снаряд повернеться на землю ($h = 0$)?

Розв'язання:

а) $h(2) = 20 \cdot 2 - 5 \cdot 2^2 = 40 - 20 = 20$ (м).

б) $20t - 5t^2 = 0$ $5t(4 - t) = 0$, звідки отримуємо: $t = 0$ або $t = 4$ с. Отже, снаряд повернеться на землю через 4 секунди.

Методичний коментар: це завдання демонструє квадратичну функцію у фізичному контексті. Учні часто не розуміють, чому формула має саме такий вид. Треба пояснити, що коефіцієнт 20 при t – це початкова швидкість тіла (м/с), а 5 – це половина прискорення вільного падіння ($g/2 \approx 5$ м/с²). Графік показує параболу, що перетинає вісь часу в точках $t = 0$ та $t = 4$ с.

**ЗАВДАННЯ 6. Система рівнянь та змішування речовин**

Задача №6. Змішали 3 л гарячої води температурою 80°C із холодною водою температурою 20°C. Яку кількість холодної води треба взяти, щоб отримати суміш температурою 50°C? (вважати теплоємність води однаковою).

Розв'язання:

1. Позначимо кількість холодної води як x (л).

2. За рівнянням теплового балансу (закон збереження енергії для теплових процесів): тепло, що виділяється, дорівнює теплу, що поглинається, звідки отримуємо: $3 \cdot (80 - 50) = x \cdot (50 - 20)$.

3. $3 \cdot 30 = x \cdot 30$, тобто $x = 3$ (л).

Методичний коментар: це завдання поєднує розв'язання лінійних рівнянь із законом збереження енергії. Важливо пояснити, що коефіцієнти в рівнянні – це різниці температур (ΔT). Очевидно, що можна варіювати температури та обсяги рідин, щоб учні отримали практичні навички, у тому числі й додавати за умовою задачі рідини з іншими теплоємностями.

ЗАВДАННЯ 7. Дробы та електричні ланцюги

Задача №7. У електричному ланцюзі три резистори з опорами 6 Ом, 3 Ом та 2 Ом з'єднані послідовно. Знайдіть загальний опір ланцюга. Якщо напруга в ланцюзі 22 В, яка сила струму?

Розв'язання:

1. При послідовному з'єднанні: $R = R_1 + R_2 + R_3 = 6 + 3 + 2 = 11$ (Ом).

2. За законом Ома: $I = U : R = 22 : 11 = 2$ (А).

Методичний коментар: це завдання можна ускладнити, якщо резистори з'єднані паралельно. Тоді потрібна формула: $1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3$, яка вимагає роботи з дробами. Це відмінна можливість показати практичне застосування дробів. Можна також скласти подібну задачу на одночасне використання послідовного і паралельного з'єднання провідників в одному електричному колі.

ЗАВДАННЯ 8. Пропорції та механічні виваги (важель)

Задача №8. На важелі з точкою опори в центрі з одного боку розміщена маса 4 кг на відстані 60 см від точки опори. На якій відстані від точки опори потрібно розміститися масу 6 кг з другого боку, щоб важіль був у рівновазі?

Розв'язання:

1. За умовою рівноваги важеля: $m_1 \cdot d_1 = m_2 \cdot d_2$.

2. Після підстановки даних з умови задачі, маємо: $4 \cdot 60 = 6 \cdot d_2$, звідки $240 = 6 \cdot d_2$.

3. $d_2 = 240 : 6 = 40$ (см).

Методичний коментар: це завдання демонструє обернену пропорційність: чим більша маса, тим менша відстань від точки опори. Можна провести практичний експеримент з лінійкою та двома гилями, щоб учні самостійно перевірили цю формулу.

ЗАВДАННЯ 9. Відсотки та щільність речовин

Задача №9. Сплав мідь-цинк містить 70% міді за масою. Яку масу матиме цинк у 5 кг такого сплаву?

Розв'язання:

1. Маса міді: $m = 70\%$ від 5 кг $= 0,7 \cdot 5 = 3,5$ (кг).
2. Маса цинку: $5 - 3,5 = 1,5$ (кг).

Методичний коментар: просте завдання можна ускладнити, додавши обчислення об'єму. Якщо щільність міді 8,9 (г/см³), то об'єм 3,5 кг міді становить: $V = m : \rho = 3500 : 8,9 \approx 393$ (см³).

ЗАВДАННЯ 10. Лінійні функції та рух з постійною швидкістю

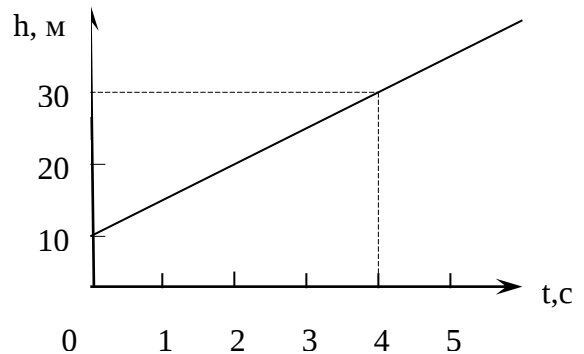
Задача №10. Турист рухається зі швидкістю 5 км/год і вже подолав 10 км. Напишіть функцію, що описує його відстань від стартової точки залежно від часу (після того, як він вже пройшов 10 км). Побудувати графік цієї функції для перших 4 годин подальшого руху.

Розв'язання:

1. Функція: $S(t) = 10 + 5t$, де t – час (у годинах) після того, як турист пройшов 10 км.

2. Для побудови графіка залежності шляху від часу для рівномірного руху туриста необхідно знайти відстані у чотирьох випадках: За $t = 0$: $S = 10$ км.

3. За $t = 1$: $S = 15$ км.
4. За $t = 2$: $S = 20$ км.
5. За $t = 4$: $S = 30$ км.



Методичний коментар: учні вчаться

розуміти лінійну функцію як математичну модель реального процесу. Важливо показати, що 10 — це початкове значення (у-перетин), а 5 — це нахил графіка (швидкість).

У якості загальних методичних рекомендацій для викладача у використанні математичних задач з фізичним контекстом у 7-9 класах можна навести такі:

- *мотивація:* розв'язання відповідної задачі варто починати з аналізу фізичної ситуації, а потім показати математичний апарат, необхідний для її успішного розв'язання;
- *наочність:* у ході розв'язування відповідних задач варто використовувати діаграми, графіки, схеми, оскільки учні 7-9 класів добре сприймають візуальну інформацію;
- *поступовість:* варто розпочинати розв'язування відповідних задач від простих (лінійні рівняння) до більш складних (квадратичні функції);
- *практичні демонстрації:* очевидно, що розв'язання відповідних задач разом з демонстраційним експериментом, лабораторним роботами цей процес більш ефективним. Учні будуть краще усвідомлювати зв'язок теорії з практикою, розвиватимуть експериментаторські уміння і навички (вимірювання часу, швидкості, сил, температури, сили електричного струму, напруги, індуктивності, показника заломлення середовища тощо);
- *повторення:* для ефективності процесу, міцності знань учнів варто регулярно звертатися до раніше вивчених математичних понять, щоб закріпити їх у новому контексті;
- *варіювання:* варто пропонувати учням змінювати числові дані в завданнях, щоб вони розвивали гнучкість мислення, а не просто механічно повторювали розв'язання.

ДОДАТОК Г. ПРИКЛАДИ І МЕТОДИЧНІ КОМЕНТАРІ РОЗВ'ЯЗАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАВДАНЬ З ФІЗИЧНИМ КОНТЕКСТОМ ДЛЯ 10-11 КЛАСІВ

ЗАВДАННЯ 1. Похідна та миттєва швидкість

Задача №1. Положення матеріальної точки на прямій задається функцією: $x(t) = 3t^2 + 2t + 1$ (м), де t – час у секундах. Знайти: а) миттєву швидкість у момент часу $t = 2$ с; б) миттєве прискорення у момент часу $t = 2$ с; в) у який момент часу швидкість дорівнює нулю?

Розв'язання:

а) швидкість – це похідна координати за часом: $v(t) = dx/dt = 6t + 2$ $v(2) = 6 \cdot 2 + 2 = 14$ (м/с).

б) прискорення – це похідна швидкості за часом: $a(t) = dv/dt = 6$ м/с² (прискорення постійне);

в) $v(t) = 0$: $6t + 2 = 0$ $t = -1/3$ с (негативний час не має фізичного сенсу, тому швидкість завжди позитивна в цьому русі).

Методичний коментар: це ключове завдання для розуміння похідної у фізиці. Важливо підкреслити: 1) першої похідна від положення дає швидкість; 2) друга похідна від положення (або перша похідна від швидкості) дає прискорення; 3) учні можуть плутати ці поняття, тому корисно малювати графіки $x(t)$, $v(t)$ та $a(t)$ на одному рисунку; 4) для квадратичної функції положення прискорення завжди постійне. Можна проаналізувати, наприклад, такий закон руху тіла: $x(t) = t^3 - 3t^2 + 2t$, звідки для прискорення маємо: $a(t) = 6t - 6$, тобто воно залежить від часу.

ЗАВДАННЯ 2. Інтеграл та робота

Задача №2. Сила, прикладена до тіла, змінюється залежно від положення: $F(x) = 3x + 2$ (Н), де x – переміщення у метрах. Обчисліть роботу, виконану цією силою при переміщенні тіла від $x = 0$ м до $x = 4$ м.

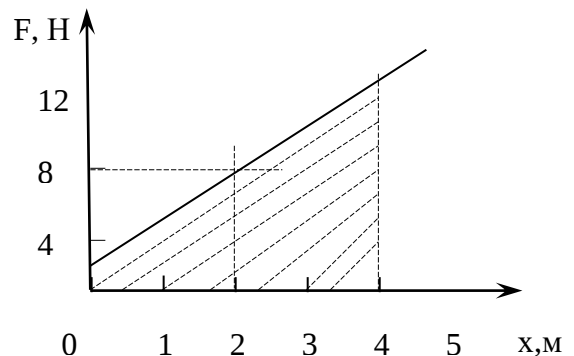
Розв'язання:

Робота – це інтеграл сили за переміщенням:

$$A = \int_0^4 F(x) dx = \int_0^4 (3x + 2) dx;$$

$$A = (3x^2 / 2 + 2x)_0^4 = (3 \cdot 16 / 2 + 2 \cdot 4) - 0 = 24 + 8 = 32$$

(Дж).



Методичний коментар: це основне завдання для розуміння інтеграла як фізичної величини.

Ключові моменти, що мають бути в центрі уваги учнів: 1) робота дорівнює площі під кривою $F(x)$;

2) при постійній силі ($F = \text{const}$) робота $A = F \cdot \Delta x$ (площа прямокутника); 3) при змінній силі потрібен інтеграл; 4) можна показати графічно, як інтеграл обчислює площу трапеції під графіком функції $F(x)$. Для сильних учнів можна запропонувати подібну задачу з функціональною залежністю типу експоненціальної функції: $F(x) = e^{-x}$.

ЗАВДАННЯ 3. Векторна алгебра та проекції сил

Задача №3. На тіло діє сила $F = (12; 5)$ Н (у площині xy). Знайти: а) величину цієї сили; б) кут, під яким сила діє відносно осі Ox ; в) якщо тіло переміщується на вектор $s = (3; 4)$ м, то яка робота виконується?

Розв'язання:

а) $|F| = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13$ (Н);

б) $\text{tg}(\alpha) = 5/12$, отже $\alpha = \arctan(5/12) \approx 22,6^\circ$;

в) проекції сили на вісі Ox та Oy : $F_x = 12$ Н, $F_y = 5$ Н (вже дані в умові);

г) робота: $A = \vec{F} \cdot \vec{s} = 12 \cdot 3 + 5 \cdot 4 = 36 + 20 = 56$ Дж (скалярний добуток векторів).

Методичний коментар: для того, щоб учні не плутали векторні операції із скалярними важливо: 1) чітко розрізняти вектор (стрілка, напрямок) та його величину (скаляр, число); 2) показати, як розкласти вектор на проєкції; 3) скалярний добуток дає скаляр (роботу), а не вектор; 4) варто показати на рисунку вектори сил та переміщення, щоб учні зрозуміли геометричний сенс ситуації за умовою задачі.

ЗАВДАННЯ 4. Експоненціальна функція та радіоактивний розпад

Задача №4. Радіоактивна речовина має період напіврозпаду 30 років. Кількість ядер речовини описується функцією: $N(t) = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, де T – період напіврозпаду, t – час у роках. Знайти: а) частину речовини, що залишиться через 60 років? б) через скільки років залишиться 25% від початкової кількості? в) записати функцію у формі $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$ та знайти константу розпаду λ .

Розв'язання:

а) $N(60) = N_0 \cdot 2^{-60/30} = N_0 / 4$, тобто залишиться 25% від початкової кількості ядер;

б) $0,25N_0 = N_0 \cdot 2^{-t/30}$, $1/4 = 1/2^{t/30}$, $2 = t/30$, $t = 60$ років;

в) $2^{-t/T} = e^{-\lambda t}$, логарифмуємо обидві частини рівняння: $-(t/T)\ln(2) = -\lambda t$, $\lambda = \ln 2 / T = 0.693 / 30 \approx 0,0231$ (років⁻¹).

Методичний коментар: це складне завдання, яке поєднує кілька компетенцій: 1) робота з експоненціальними функціями; 2) розв'язування показникових рівнянь; 3) логарифми та їх зв'язок з експонентою; 4) розуміння фізичного сенсу константи розпаду. Звертаємо увагу учнів, що обидва представлення (з основою $1/2$ та з основою e) еквівалентні та широко використовуються в різних галузях.

ЗАВДАННЯ 5. Тригонометричні функції та гармонічні коливання

Задача №5. Рух маятника описують рівнянням: $x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$, де $A = 0,1$ м (амплітуда), $\omega = 2\pi$ рад/с (циклічна частота), $\varphi = \pi/6$ рад (початкова фаза). Знайти: а) період коливань; б) положення маятника в момент часу $t = 0$ с; в) миттєву швидкість $v(t)$; г) миттєве прискорення $a(t)$; д) максимальне значення швидкості та прискорення.

Розв'язання:

а) $T = 2\pi/\omega = 2\pi/(2\pi) = 1$ с

б) $x(0) = 0,1 \sin(\pi/6) = 0,1 \cdot 1/2 = 0,05$ м

в) $v(t) = dx/dt = 0,1 \cdot 2\pi \cdot \cos(2\pi t + \pi/6) = 0,2\pi \cos(2\pi t + \pi/6)$ м/с

г) $a(t) = dv/dt = -0,1 \cdot (2\pi)^2 \sin(2\pi t + \pi/6) = -0,4\pi^2 \sin(2\pi t + \pi/6)$ м/с²

д) $v_{\max} = A \cdot \omega = 0,1 \cdot 2\pi \approx 0,628$ м/с $a_{\max} = A \cdot \omega^2 = 0,1 \cdot (2\pi)^2 \approx 3,95$ м/с²

Методичний коментар: це фундаментальне завдання для розуміння гармонічних коливань і розуміння таких положень: 1) синусоїдальна функція описує більшість коливальних процесів у природі; 2) похідні синуса дають косинус і навпаки; це показує фазовий зсув між положенням, швидкістю та прискоренням; 3) амплітуди швидкості та прискорення залежать від ω (більш частіші коливання $\rightarrow$ більше прискорення); 4) варто побудувати графіки трьох функцій $x(t)$, $v(t)$, $a(t)$, бажано в одному масштабі для порівняння фаз.

ЗАВДАННЯ 6. Інтегральне числення та центр мас

Задача №6. Тонкий однорідний стержень довжини $L = 2$ м має лінійну щільність $\rho = 3$ кг/м. Знайдіть положення центру мас стержня, якщо він розміщений вздовж осі Ox від $x = 0$ до

$x = 2$. Загальна формула: $\bar{x} = \int_0^L x \rho dx / \left(\int_0^L \rho dx \right)$

Розв'язання:

1. Чисельник у загальній формулі: $\int_0^2 x \cdot 3 dx = 3x^2 / 2 = 6$.

2. Знаменник у загальній формулі (маса): $\int_0^2 3dx = 3x_0^2 = 6 \text{ (кг)}$.

3. Центр мас тіла: $\bar{x} = 6/6 = 1 \text{ м}$.

Звертаємо увагу учнів, що отриманий результат є очевидним для однорідного стержня – центр мас перебуває у середині однорідного тіла.

Для добре підготовлених учнів класу можна запропонувати аналогічну задачу за умови, якщо стержень має змінну щільність, наприклад: $\rho(x) = 2 + x$:

1. Чисельник: $\int_0^2 x \cdot (2 + x)dx = 2(x^2)_0^2 / 2 + (x^3)_0^2 / 3 = 4 + 8/3 = 20/3$.

2. Знаменник: $\int_0^2 (2 + x)dx = 2x_0^2 + (x^2)_0^2 / 2 = 4 + 2 = 6 \text{ (кг)}$.

3. Центр мас: $\bar{x} = (20/3)/6 = 20/18 = 10/9 \approx 1,11 \text{ (м)}$. Отже, виходить, що центр мас такого тіла зміщений до кінця, де його щільність більша.

Методичний коментар: це завдання показує практичне застосування визначених інтегралів, зокрема: 1) для однорідних об'єктів центр мас перебуває у геометричному центрі; 2) для неоднорідних об'єктів необхідно вирішувати конкретні інтеграли; 3) формула $\bar{x} = \int x \cdot dm / M$ – це визначення центру мас; 4) на такому прикладі можна потренувати вирішення учнями простих інтегралів.

У якості загальних методичних рекомендацій для викладача у використанні математичних задач з фізичним контекстом у 10-11 класах можна навести такі:

- *мотивація:* розв'язання відповідної задачі варто починати з аналізу фізичної ситуації, а не з математичної формули та математичного апарату, необхідного для її розв'язання;
- *наочність:* у ході розв'язування відповідних задач варто використовувати діаграми, графіки, схеми, вектори, оскільки візуальна інформація засвоюється краще;
- *поступовість:* варто розпочинати розв'язування відповідних задач за принципом від простого до складного;
- *практичні демонстрації:* очевидно, що розв'язання відповідних задач разом з демонстраційним експериментом, лабораторним роботами цей процес більш ефективним. Учні будуть краще усвідомлювати зв'язок теорії з практикою, розвиватимуть експериментаторські уміння і навички (вимірювання часу, швидкості, сил, температури, сили електричного струму, напруги, індуктивності, показника заломлення середовища тощо). Важливу роль при цьому може відіграти комп'ютерне моделювання фізичної ситуації за умовою задачі;
- *повторення:* для ефективності процесу, міцності знань учнів варто регулярно звертатися до раніше вивчених математичних понять, щоб закріпити їх у новому контексті;
- *варіювання:* варто пропонувати учням змінювати числові дані в завданнях, щоб вони розвивали гнучкість мислення, а не просто механічно повторювали розв'язання;
- *оцінювання:* варто звертати увагу не тільки на отримані результати, але й обґрунтування учнями способу дій, методу розв'язання; на якість переходу від фізики до математики і навпаки, підтримувати ініціативу учнів у пошуках інших раціональних способів розв'язання задачі, можна залучати учнів до рецензування розв'язань один одного.

**ДОДАТОК Д. ТЕСТ ДЛЯ ДІАГНОСТИКИ РІВНІВ СФОРМОВАНOSTI
МІЖПРЕДМЕТНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ СТАРШОКЛАСНИКІВ
З МАТЕМАТИКИ І ФІЗИКИ**
(вхідний, проміжний, підсумковий)

ЧАСТИНА 1. ВХІДНА ДІАГНОСТИКА

(на початку вивчення теми чи навчального року)

ВХІДНИЙ ТЕСТ

РОЗДІЛ А. БАЗОВИЙ РІВЕНЬ ЗНАНЬ З МАТЕМАТИКИ

Завдання 1.1. Які з наведених функцій є експоненціальними?

- a) $y = 2^x$
- b) $y = x^2$
- c) $y = 3^x$
- d) $y = \sqrt{x}$
- e) $y = (1/2)^x$

Правильна відповідь: а, с, е. *Оцінка:* 1 бал за кожен правильний вибір.

Завдання 1.2. Розв'язати рівняння: $\frac{2^x}{4^x} = \frac{1}{8}$.

- a) $x = 3$
- b) $x = 2$
- c) $x = 4$
- d) $x = 1$

Правильна відповідь: а ($x = 3$). *Оцінка:* 1 бал.

Завдання 1.3. Що таке похідна функції $y = f(x)$?

- a) первісна функції $f(x)$;
- b) швидкість зміни значення функції відносно змінної;
- c) площа під графіком функції;
- d) інтеграл функції.

Правильна відповідь: б. *Оцінка:* 1 бал.

Завдання 1.4. Знайти похідну: $(x^3)' = ?$

- a) $3x^2$
- b) $3x$
- c) x^2
- d) $3x^3$

Правильна відповідь: а ($3x^2$). *Оцінка:* 1 бал.

Завдання 1.5. Розв'язати показникове рівняння: $3^x = 1/27$

- a) $x = -3$; b) $x = 3$
- c) $x = 1/3$; d) $x = 27$

Правильна відповідь: а ($x = -3$). *Оцінка:* 1 бал.

РОЗДІЛ Б. БАЗОВИЙ РІВЕНЬ ЗНАНЬ З ФІЗИКИ

Завдання 2.1. Першу половину шляху автомобіль рухався зі швидкістю 60 км/ч, іншу половину – зі швидкістю 80 км/ч. Вкажіть середню швидкість автомобіля ?

- 1) 70 км/ч ;
- 2) менше 70 км/ч ;
- 3) більше 70 км/ч ;
- 4) правильної відповіді немає

Правильна відповідь: б. *Оцінка:* 1 бал.

Завдання 2.2. Графік швидкості руху тіла представлений на рис. Д.1. На якому етапі тіло рухалося рівноприскорено?

- 1) I; 2) II; 3) III; 4) IV

Правильна відповідь: 4. Оцінка: 1 бал.

Завдання 2.3. Як залежить об'єм ідеального газу від температури при ізобарному процесі?

- 1) прямо пропорційно;
2) обернено пропорційно;
3) квадратично;
4) не залежить.

Правильна відповідь: 1. Оцінка: 1 бал.

Завдання 2.4. RC-ланцюг — це електричний ланцюг, що містить:

- a) резистор та конденсатор;
b) резистор та індуктивність;
c) конденсатор та індуктивність;
d) тільки резистор.

Правильна відповідь: a. Оцінка: 1 бал.

Завдання 2.5. Період напіврозпаду — це:

- a) час, за який маса радіоактивної речовини зменшується на половину;
b) час розпаду одного атома;
c) енергія, що виділяється при розпаді;
d) температура, при якій речовина розпадається.

Правильна відповідь: a. Оцінка: 1 бал

РОЗДІЛ В. БАЗОВИЙ РІВЕНЬ РОЗУМІННЯ ЗВ'ЯЗКУ МАТЕМАТИКИ І ФІЗИКИ

Завдання 3.1. Які з цих процесів можуть бути описані експоненціальною функцією:

- a) падіння каменя в однорідному гравітаційному полі;
b) охолодження гарячої води в холодній кімнаті;
c) рівномірне руху автомобіля;
d) радіоактивний розпад;
e) коливання маятника.

Правильна відповідь: b, d. Оцінка: 1 бал за обидва правильних вибори, 0,5 бала за один.

Завдання 3.2. На рисунку Д.2 зображені залежності сили струму від напруги для чотирьох провідників. Вкажіть, який з провідників має найменший опір.

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

Правильна відповідь: 3. Оцінка: 1 бал.

Завдання 3.3. Вказати графік залежності швидкості фотоелектронів від частоти падаючого світла (рис. Д.3).

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) правильної відповіді немає.

Правильна відповідь: 3. Оцінка: 1 бал.

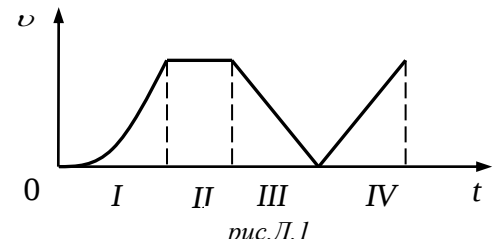


рис. Д.1

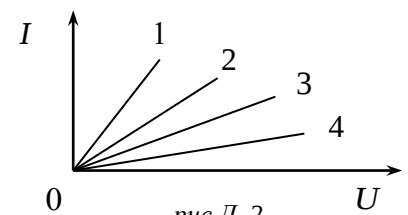


рис. Д.2

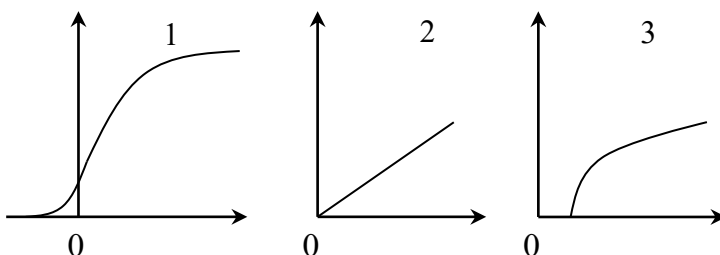
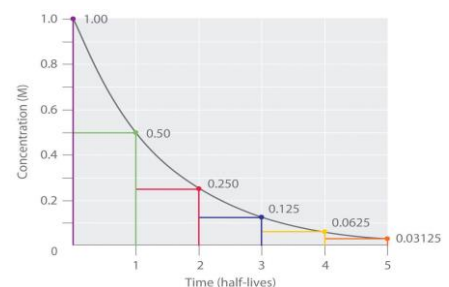


Рис. Д.3



Завдання 3.4. На графіку показана залежність кількості радіоактивних ядер від часу. Який вид функції найкраще описує цю залежність?

- a) лінійна функція $y = kx + b$;
- b) квадратична функція $y = ax^2 + bx + c$;
- c) експоненціальна функція $y = N_0 \cdot e^{(-\lambda t)}$;
- d) логарифмічна функція $y = \log(x)$.

Правильна відповідь: c. Оцінка: 1 бал.

Завдання 3.5. Якщо диференціальне рівняння має вигляд $dN/dt = -\lambda N$, то яким буде його розв'язання?

- a) $N(t) = N_0 - \lambda t$
- b) $N(t) = N_0 \cdot e^{(-\lambda t)}$
- c) $N(t) = N_0 \cdot (1 + \lambda t)$
- d) $N(t) = N_0 / (\lambda t)$

Правильна відповідь: b. Оцінка: 1 бал.

ВХІДНА ДІАГНОСТИКА. КЛЮЧ ДО ОЦІНЮВАННЯ

Завдання	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5
Кількість балів	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Всього:	17														

Інтерпретація результатів вхідної діагностики:

- **14–17 балів:** високий рівень (учень готовий до вивчення міжпредметного матеріалу);
 - **11–13 балів:** середній рівень (потрібне повторення окремих тем);
 - **8–10 балів:** низький рівень (необхідна додаткова підготовка);
 - **менше 8 балів:** критичний рівень (потрібна індивідуальна робота вчителя з учнем).
-

ЧАСТИНА 2. ПРОМІЖНА ДІАГНОСТИКА

(під час вивчення теми, орієнтовно всередині)

ПРОМІЖНИЙ ТЕСТ

РОЗДІЛ А. ЗАСТОСУВАННЯ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗНАНЬ З МАТЕМАТИКИ І ФІЗИКИ

Завдання 4.1. Рівняння руху точки має вигляд $x(t) = 1 - 2t + 3t^2$. Якою буде швидкість точки через 2 с ?

- 1) 5 м/с^2 ; 2) -5 м/с^2 ; 3) -10 м/с^2 ; 4) 10 м/с^2 .

Правильна відповідь: 4. Оцінка: 2 бали.

Завдання 4.2. Гарячий чай охолоджується в прохолодній кімнаті. Початкова температура чаю 90°C , температура кімнати 20°C . Коефіцієнт охолодження $k = 0,1 \text{ хв}^{-1}$. Яка буде температура через 5 хвилин ? Формула: $T(t) = T_c + (T_0 - T_c) \cdot e^{-kt}$.

- a) 50°C b) 60°C c) 65°C d) 45°C

Розв'язання: $T(5) = 20 + (90 - 20) \cdot e^{(-0,1 \cdot 5)} = 20 + 70 \cdot e^{(-0,5)} = 20 + 70 \cdot 0,606 = 20 + 42,4 = 62,4 \approx 60^\circ\text{C}$

Правильна відповідь: b. Оцінка: 2 бали.

Завдання 4.3. Який математичний вираз має принцип суперпозиції електростатичних полів у вакуумі ?

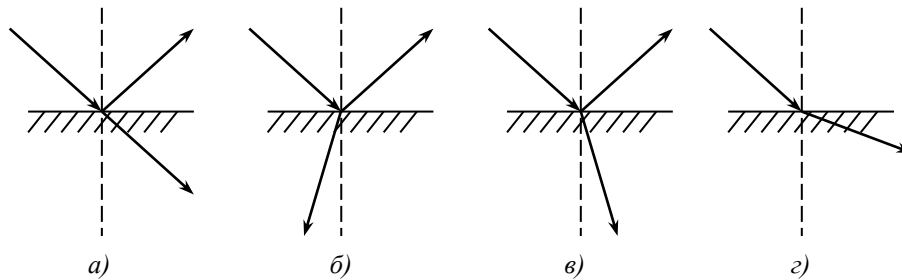
- 1) $\oint_s \vec{E} d\vec{S} = Q / \varepsilon_0$; 2) $\oint_s \vec{B} d\vec{S} = 0$; 3) $E = \sigma / 2\varepsilon_0$; 4) $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$

Правильна відповідь: 4. Оцінка: 2 бали.

Завдання 4.4. Вказати правильний хід світлового променя з повітря у скло.

1) а; 2) б; 3) в; 4) г.

Правильна відповідь: 3. Оцінка: 2 бали.



Завдання 4.5. Радіоактивна речовина має період напіврозпаду 10 років. Через скільки років залишиться 25% від початкової кількості?

- а) 10 років;
б) 20 років;
в) 5 років;
г) 40 років.

Розв'язання: $N(t) = N_0 \cdot (1/2)^{(t/T_{1/2})}$ $0,25N_0 = N_0 \cdot (1/2)^{(t/10)}$ $0,25 = (1/2)^2$ $t/10 = 2$ $t = 20$ років

Правильна відповідь: б. Оцінка: 2 бали.

РОЗДІЛ Б. АНАЛІЗ ТА СИНТЕЗ

Завдання 5.1. Як змінювався об'єм газу під час процесу (рис.Д.4), якщо $m = \text{const}$?

- 1) збільшується;
2) зменшується;
3) залишається сталим;
4) немає правильної відповіді.

Оцінка: 3 бали.

Завдання 5.2. Вказати ядро ізоотопу, який утворився в результаті зіткнення альфа-частинки з ядром берилію ${}^9_4\text{Be}$, якщо продуктом цієї реакції був один нейтрон.

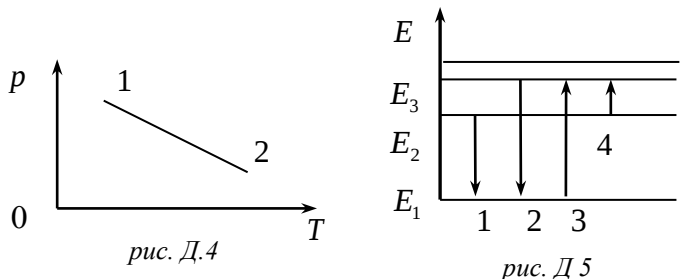
- 1) ${}^8_4\text{Be}$; 2) ${}^{10}_6\text{C}$; 3) ${}^8_3\text{Li}$; 4) ${}^{12}_6\text{C}$.

Оцінка: 3 бали.

Завдання 5.3. На рисунку Д.5 представлено діаграму енергетичних рівнів атома. Якою цифрою позначено перехід з поглинанням фотону найбільшої частоти ?

- 1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

Оцінка: 3 бали.



РОЗДІЛ В. ПРАКТИЧНА ЗАСТОСОВАНІСТЬ

Завдання 6.1. Практична задача: лікар прописує лікарство, концентрація якого в крові зменшується експоненціально з коефіцієнтом $k = 0,15 \text{ год}^{-1}$. Початкова концентрація 100 мг/л. а) написати формулу залежності концентрації від часу $C(t)$; б) скільки часу потрібно, щоб концентрація зменшилась до 50 мг/л?

Розв'язання: а) $C(t) = 100 \cdot e^{(-0,15t)}$

б) $50 = 100 \cdot e^{(-0,15t)}$ $0,5 = e^{(-0,15t)}$ $\ln(0,5) = -0,15t$ $t = -\ln(0,5)/0,15 = 0,693/0,15 \approx 4,6$ години.

Оцінка: 2 бали (1 за формулу, 1 за розрахунок).

Завдання 6.2. Задача на інтеграцію знань: При епідемії кількість інфікованих людей описують функцією: $I(t) = I_0 \cdot e^{(\alpha t)}$, де α — коефіцієнт зростання. При вакцинації більшості населення коефіцієнт зменшується з $\alpha = 0,2$ на $\alpha = 0,05$.

На скільки днів затримується експоненціальне зростання епідемії при такій вакцинації (за умови досягнення цільових показників)?

Це якісне запитання, що вимагає розуміння, а не числових розрахунків

Орієнтовна відповідь: При коефіцієнті $\alpha = 0,2$ час подвоєння $\alpha T = \ln 2$. $T = \ln(2)/\alpha = 0,693/0,2 \approx 3,5$ днів. Якщо коефіцієнт $\alpha = 0,05$, то час подвоєння $T = 0,693/0,05 \approx 13,9$ днів. Звідси затримка: $13,9 - 3,5 \approx 10$ днів.

Оцінка: 3 бали за якісний аналіз і точну відповідь.

ПРОМІЖНА ДІАГНОСТИКА. КЛЮЧ ДО ОЦІНЮВАННЯ

Завдання	Максимум балів	Тип компетентності
4.1	2	Застосування знань
4.2	2	Застосування знань
4.3	2	Розрахункові навички
4.4	2	Розрахункові навички
4.5	2	Обчислення параметрів
5.1	3	Аналіз графіків
5.2	3	Встановлення відповідностей
5.3	3	Глибокий аналіз
6.1	2	Практична застосованість
6.2	3	Інтеграція знань
Всього:	24	

Інтерпретація результатів проміжної діагностики:

- **19–24 балів:** високий рівень розвитку міжпредметних компетентностей;
- **13–18 балів:** середній рівень; потрібна додаткова робота над аналізом;
- **7–12 балів:** низький рівень; необхідне повторення базових формул і методів;
- **Менше 7 балів:** критичний рівень; потрібна консультація та індивідуальна робота.

ЧАСТИНА 3. ПІДСУМКОВА ДІАГНОСТИКА (після завершення вивчення теми)

ПІДСУМКОВИЙ ТЕСТ

РОЗДІЛ А. КОМПЛЕКСНІ ЗАВДАННЯ

Завдання 7.1. Комплексна задача на кілька дій: археолог знайшов артефакт з давньої цивілізації. Радіоактивне вуглець-14 в артефакті становить 20% від первісної кількості. Період напіврозпаду вуглецю-14 дорівнює 5730 років.

- написати формулу для кількості вуглецю-14 залежно від часу;
- розрахувати вік артефакту;
- пояснити, чому цей метод можна використовувати для датування древніх предметів.

Розв'язання:

- $N(t) = N_0 \cdot (1/2)^{(t/5730)}$
- $0,20N_0 = N_0 \cdot (1/2)^{(t/5730)}$ $0,20 = (1/2)^{(t/5730)}$ $\log_2(0,20) = -t/5730$ $-2,322 = -t/5730$ $t = 2,322 \cdot 5730 \approx 13300$ років
- оскільки період напіврозпаду вуглецю-14 відомий і постійний, можна розрахувати час, що минув з моменту смерті організму, виміривши кількість залишеного вуглецю-14.

Оцінка: 5 балів (2 за формулу, 2 за розрахунок, 1 за обґрунтування)

Завдання 7.2. Задача на моделювання реальної ситуації: родина хоче встановити сонячні панелі розміром 2×1 м на дах площею 40 м^2 . Одна панель потужністю 400 Вт коштує 12 000

грн. Скільки панелей можна встановити, яку енергію вони вироблятимуть влітку за день (16 год сонця, ефективність 0,75) і через скільки років окупиться проект, якщо тариф 4,32 грн/кВт·год?

Розв'язання:

на даху поміститься $40 \div 2 = 20$ панелей загальною потужністю $20 \times 400 = 8000 \text{ Вт} = 8 \text{ кВт}$. За літній день вони виробляють $8 \times 16 \times 0,75 = 96 \text{ кВт} \cdot \text{год}$, що економить $96 \times 4,32 = 415 \text{ грн/день}$ або $\sim 12\,450 \text{ грн/місяць}$ влітку. Вартість проекту $20 \times 12\,000 = 240\,000 \text{ грн}$ окупиться приблизно за $240\,000 \div (12\,450 \times 6 + 6\,000 \times 6) = \sim 2,2$ роки (враховуючи зимовий період з меншою генерацією).

Оцінка: 5 балів (2 за розрахунки, 2 за порівняння, 1 за пояснення).

Завдання 7.3. Експериментальна задача: на уроці вимірювали охолодження гарячої води. Експериментальні дані показали: $T(0 \text{ сек.}) = 90^\circ\text{C}$, $T(5 \text{ с}) = 65^\circ\text{C}$, $T(10) = 50^\circ\text{C}$, $T_\infty = 20^\circ\text{C}$. а) Визначити коефіцієнт охолодження k ; б) записати формулу $T(t)$ для цього процесу охолодження гарячої води;; с) передбачте, яка буде температура через 20 хвилин d) на основі виявленої закономірності визначити, через скільки часу температура опуститься до 25°C .

Розв'язання: а) використовуючи точку $T(5) = 65$: $65 = 20 + (90 - 20) \cdot e^{(-5k)}$ $45 = 70 \cdot e^{(-5k)}$ $45/70 = e^{(-5k)}$ $0,643 = e^{(-5k)}$ $\ln(0,643) = -5k$ $-0,442 = -5k$ $k \approx 0,0884 \text{ хв}^{-1}$;

б) $T(t) = 20 + 70 \cdot e^{(-0,0884t)}$;

с) $T(20) = 20 + 70 \cdot e^{(-1,768)} \approx 20 + 70 \cdot 0,17 \approx 32^\circ\text{C}$;

д) $25 = 20 + 70 \cdot e^{(-0,0884t)}$ $5 = 70 \cdot e^{(-0,0884t)}$ $5/70 = e^{(-0,0884t)}$ $0,0714 = e^{(-0,0884t)}$ $\ln(0,0714) = -0,0884t$ $-2,637 = -0,0884t$ $t \approx 30$ хвилин

Оцінка: 6 балів (1 за визначення k , 1 за формулу, 1 за прогноз, 1 за розрахунок часу, 2 за точність обчислень)

РОЗДІЛ Б. ЗАВДАННЯ ВИСОКОГО РІВНЯ (рівень III)

Завдання 8.1. Креативне завдання на синтез та застосування: ти проектуєш американські гірки з круговою петлею. Визначити оптимальний діаметр петлі (від 10 до 30 м) і висоту старту, щоб вагон з людьми масою 2000 кг безпечно пройшов петлю (максимальне перевантаження внизу $\leq 5g$).

Розв'язання: використаємо закон збереження енергії: $mgh = \frac{1}{2}mv^2 + mg(2R)$ і умову для верхньої точки $v^2 = gR$, звідки мінімальна висота старту $h = 2,5R$. Перевіримо перевантаження внизу: з енергії знайдемо $v^2_{\text{низ}} = 5gR$, тоді перевантаження $= v^2/(gR) + 1 = 6g$ - перевищує ліміт! Оптимально взяти $h = 2,7R$ (діаметр 15 м, висота 20 м), що дає перевантаження 4,8g - безпечно, захопливо і економно.

Оцінка: 6 балів (2 за пояснення, 2 за рівняння, 2 за правильні розрахунки).

Завдання 8.2. Дослідницько-проектне завдання: розробити математичну модель швидкості поширення соціальної мережі в школі (як експоненціальної функції). Врахувати:

- $N(t)$ — кількість користувачів у момент часу t ;
- λ — коефіцієнт зростання (залежить від кількості запрошень від наявних користувачів);
- N_{max} — максимальна кількість потенційних користувачів.

а) написати диференціальне рівняння для цієї системи; б) розв'язати це рівняння; с) визначити, коли половина школи буде користуватися мережею; д) передбачити залежність від N_{max} та λ .

Орієнтовні відповіді:

а) $dN/dt = \lambda N$ — основне рівняння процесу;

б) $N(t) = N_{\text{max}} / (1 + (N_{\text{max}}/N_0 - 1) \cdot e^{(-\lambda \cdot N_{\text{max}} \cdot t)})$;

с) половина: $N = N_{\text{max}}/2$ відповідає часу, коли показник $e^{(...)} = 1$;

д) більший λ означає швидше поширення; більший N_{max} означає більше потенційних користувачів.

Оцінка: 7 балів (2 за рівняння, 2 за розв'язання, 1 за прогноз, 2 за аналіз параметрів)

РОЗДІЛ В. РЕФЛЕКСІЯ

Завдання 9.1. Самооцінка компетентностей: оцінити свій рівень за кожною компетентністю (від 1 до 5, де 1 — не знаю, 5 — повністю оволодів):

Оцінка: 3 бали за чесну та аргументовану самооцінку.

Компетентність	Оцінка	Обґрунтування
Розуміння експоненціальної функції		
Розв'язування показникових рівнянь		
Диференціювання експоненціальних функцій		
Розуміння диференціальних рівнянь		
Застосування математики до фізики		
Моделювання реальних явищ		
Аналіз експериментальних даних		

Завдання 9.2. Критичне мислення: Вам запропонували таке твердження: «Експоненціальна функція описує всі природні процеси без винятку».

- чи погоджуєтесь ви з цим твердженням?
- навести приклади процесів, що описуються експоненціальною функцією;
- навести приклади процесів, що НЕ описуються експоненціальною функцією;
- пояснити, за якими критеріями вибрати математичну модель.

Орієнтовна відповідь:

- гі, це твердження неправильне;
- радіоактивний розпад, охолодження, заряджання конденсатора, поширення епідемії;
- рівномірний рух (лінійна функція), гармонічні коливання (синусоїда), логістичне зростання;
- модель повинна відповідати фізичній природі явища, описуватися простим рівнянням, добре підходити до експериментальних даних.

Оцінка: 4 бали (1 за ствердження, 1 за приклади експоненціальних, 1 за контрприклад, 1 за критерії)

ПІДСУМКОВА ДІАГНОСТИКА. КЛЮЧ ДО ОЦІНЮВАННЯ

Завдання	Максимум балів	Рівень
7.1	5	Високий
7.2	5	Високий
7.3	6	Високий
8.1	6	Найвищий
8.2	7	Найвищий
9.1	3	Рефлексія
9.2	4	Рефлексія
Всього:	36	

Інтерпретація результатів підсумкової діагностики:

- 30–36 балів:** Дуже високий рівень розвитку міжпредметних компетентностей; учень готовий до вивчення складнішого матеріалу
- 24–29 балів:** високий рівень; учень добре розуміє зв'язок між математикою та фізикою;
- 18–23 бали:** середній рівень; потрібна додаткова робота над глибиною розуміння;
- 12–17 балів:** низький рівень; необхідне повторення базового матеріалу та більше практичних вправ;
- менше 12 балів:** критичний рівень; потрібна індивідуальна робота та консультація.

ЧАСТИНА 4. МАТРИЦЯ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ

Таблиця відповідності завдань рівням Блума і типам компетентностей

<i>Завдання</i>	<i>Тип</i>	<i>Рівень Блума</i>	<i>Компетентність</i>
1.1–1.5	Вхідна	Знання, розуміння	Базові математичні знання
2.1–2.5	Вхідна	Знання, розуміння	Базові фізичні знання
3.1–3.5	Вхідна	Розуміння, застосування	Розуміння міжпредметних зв'язків
4.1–4.3	Проміжна	Застосування	Розрахункові навички
5.1–5.3	Проміжна	Аналіз, синтез	Аналіз та моделювання
6.1–6.2	Проміжна	Застосування, аналіз	Практична застосованість
7.1–7.3	Підсумкова	Застосування, аналіз	Комплексне розв'язування задач
8.1–8.2	Підсумкова	Синтез, оцінювання	Дослідницька діяльність
9.1–9.2	Підсумкова	Оцінювання	Метакогнівність та критичне мислення

ЧАСТИНА 5. РЕКОМЕНДАЦІЇ З УДОСКОНАЛЕННЯ НАВЧАННЯ

За результатами тестування вчитель повинен:

Для вхідної діагностики:

- якщо більше 30% учнів показали низький рівень — повторити базовий матеріал;
- рівень готовності учнів до диференційованого особистісно орієнтованого навчання;
- підготувати індивідуальні траєкторії для слабших учнів.

Для проміжної діагностики:

- визначити, які типи завдань (розрахункові, аналітичні) викликають труднощі;
- провести додаткові вправи на найпроблемніші теми;
- організувати роботу в парах «сильний–слабкий учень»;
- показати практичні приклади, де використовуються конкретні формули.

Для підсумкової діагностики:

- обговорити з учнями, які принципи вони найкраще засвоїли;
- дати можливість переписати тест тим, хто показав низький результат і виявив бажання;
- рекомендувати додаткові онлайн-ресурси для самостійного вивчення;
- обговорити, як ці знання застосовуватимуться у подальшому навчанні та професіях.

ЧАСТИНА 6. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РОЗШИРЕНИХ ВІДПОВІДЕЙ

Для завдань, що вимагають розгорнутої відповіді (7.1–8.2):

<i>Критерій</i>	<i>0 балів</i>	<i>1 бал</i>	<i>2 бали</i>	<i>3 бали</i>
правильність математики	помилки в основних операціях	дрібні арифметичні помилки	розрахунки в основному правильні	всі розрахунки правильні
розуміння фізики	фізичний сенс не розкритий	частково розкритий фізичний сенс	фізичний сенс переважно правильний	глибоке розуміння явища
структура рішення	рішення хаотичне	рішення частково організоване	рішення добре організоване, але з прогалинами	чітка, логічна структура
обґрунтування	немає обґрунтування	слабе обґрунтування	достатнє обґрунтування	повне, аргументоване обґрунтування

ВИСНОВОК. Запропонована автором система тестування дозволяє комплексно оцінити рівень розвитку міжпредметних компетентностей учнів на прикладі математики і фізики. Вхідна діагностика визначає стартовий рівень, проміжна допомагає коригувати навчання, а підсумкова оцінює досягнутий результат. Варто зазначити, що тестування – це не тільки інструмент оцінювання, але й інструмент навчання. Через тести учні бачать, які знання важливі, як їх застосовувати та усвідомлюють у підсумку прогрес у своєму навчанні.